

Segunda Entrega de Ejercicios – Tiempo de Ejecución

Turno Jueves - 10 de Noviembre

Ejercicio 1.

Dada la siguiente recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 4 & \text{si } n = 1\\ 16 \text{ T}(\frac{n}{4}) + n^2 & \text{si } n \ge 2 \end{cases}$$

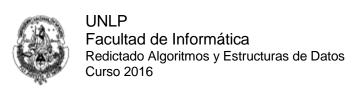
Calcular analíticamente el T(n), detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

Ejercicio 2.

Calcular analíticamente el T(n) del siguiente método, detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

```
public static void ejercicio2 (int n, Dato[] a) {
   int p, j;
   Dato tmp;

   for (p = 1; p <= n; p++) {
      tmp = a[p];
      j = p-1;
      while (j >= 0) {
        if(tmp < a[j]){
            a[j + 1] = a[j];
        }
        j--;
      }
      a[j + 1] = tmp;
   }
}</pre>
```



Modelo de Resolución:

Ejercicio 1)

Desarrollando la recursión tenemos:

$$T(n) = 16 \left(16T \left(\frac{n}{4^2} \right) + \left(\frac{n}{4} \right)^2 \right) + n^2$$
$$= 16^2 T \left(\frac{n}{4^2} \right) + 2n^2$$

Para un término i toma la forma:

$$T(n) = 16^{i} T \left(\frac{n}{4^{i}}\right) + in^{2}$$

Cuando $\frac{n}{4^i} = 1$ se alcanza el caso base:

$$\frac{n}{4^i} = 1 \rightarrow n = 4^i$$
 por lo cual $\log_4(n) = i$

$$16^{i} = (4^{2})^{i} = (4^{i})^{2}$$
 como $n = 4^{i}$ entonces $16^{i} = n^{2}$

Reemplazando obtenemos:

$$T(n) = n^2 T(1) + n^2 \log_4 n$$
$$= 4n^2 + n^2 \log_4 n$$

Comentarios:

✓ Para el reemplazo de 16^i en el término gral:

- Pueden utilizar las propiedades de la potenciación que es como está resuelto.
- Pueden utilizar la propiedad : $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$ con lo cuál $16^{\log_4 n} = n^{\log_4 16} = n^2$

Ejercicio 2

$$T(n) = \sum_{p=1}^{n} \left(a + \sum_{j=0}^{p-1} b \right) = \sum_{p=1}^{n} (a+p*b) = n.a+b \sum_{p=1}^{n} p$$
$$= n.a+b. \frac{n.(n+1)}{2}$$

Comentarios:

Pueden utilizar las propiedades matemáticas publicadas por la cátedra.

