Matemática IV- 2020
TP2 - Diferenciabilidad

1. Encontrar las derivadas parciales primeras de las siguientes funciones, indicando sus dominios:

   a) $f(x,y) = 3x^2y + y^3$

   b) $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 - z^2$

   c) $f(x,y) = e^{xy} + \sin\left(x^2 + y\right)$

   d) $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$

   e) $f(x,y,z) = x^2 \log(y+z)$

   f) $f(x,y,z) = \sqrt{z^2 - x^2 - y^2}$

2. Calcular las derivadas parciales primeras de las siguientes funciones en los puntos indicados:

   a) $f(x,y) = xe^{x^2y}$ en $(1, \log(2))$

   b) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ en $(-4,3)$

3. Hallar las derivadas parciales primeras utilizando la definición:

   a) $f(x,y) = x.y^2$ en $(2,3)$

   b) $f(x,y) = x - y + 2$ en $(0,1)$

4. Analizar diferenciabilidad en $\mathbb{R}^2$ de las siguientes funciones:

   a) $f(x,y) = sen(x^2+y^2)$

   b) $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$

   c) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   d) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   e) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x.y^2}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   f) $f(x,y) = \begin{cases} cos(x^2+y^2) & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   g) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$

5. Hallar, en caso de que exista, el plano tangente a la gráfica de la función $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ en el punto $(-1, 1, f(-1, 1))$.
De ser posible, con ayuda de un software a su elección, muestre las gráficas de la función y el plano tangente.

6. Encontrar la aproximación lineal de la función $f(x,y) = x^2 + y^4 + e^{xy}$ en $(1, 0)$ y utilizarla para estimar aproximadamente $f(0{,}98, 0{,}05)$.
Grafique con ayuda de software la función y su aproximación lineal.

7. - Para interpretar intuitivamente el cálculo de las derivadas por definición genere un código similar al que realizó en el ej. 5 del TP1 que muestre como los límites se van acercando a las derivadas parciales (calculadas por regla) evaluadas en un punto. Utilice las funciones (y los puntos) del Ej. 3

Ejercicios Adicionales

1. Analizar en qué región del plano las siguientes funciones son diferenciables:

   a) $f(x,y) = 3x^2y + y^3$
   b) $f(x,y) = xy$
   c) $f(x,y) = \frac{x^2-y^2-1}{x^2+y^2+1}$
   d) $f(x,y) = \sqrt{1+x^2+y^2}$
   e) $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$
   f) $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$

2. Hallar, en caso que exista, una ecuación del plano tangente a la gráfica de la función en dicho punto.

   a) $f(x,y) = xy$ en $(0,0)$
   b) $f(x,y) = x^2 + y^2$ en $(1,2)$
   c) $f(x,y) = e^y(x^2 + y^2)$ en $(1,0)$
   d) $f(x,y) = \sqrt{1-(x^2+y^2)}$ en $(1,1)$
   e) $f(x,y) = e^x \cos(xy)$ en $(0,0)$

3. Encontrar, si existe, la linealización $L(x,y)$ de la función en el punto indicado:

   a) $f(x,y) = \sqrt{1+x^2.y^2}$ en $(0,2)$
   b) $f(x,y) = \frac{y}{x+y}$ en $(1,2)$