Repaso: **ecuaciones de curvas en el plano cartesiano**

1)

Eje coordenado X (observen que todos sus puntos tienen ordenada igual a cero):

$y = 0$.

Eje coordenado Y (observen que todos sus puntos tienen abscisa igual a cero):

$x = 0$.

Recta paralela al eje X:

$y = b$, cuyo punto de intersección con el eje Y es: B(0;b),

por ejemplo:

$y = 3$ es la ecuación de la recta paralela al eje X que corta al eje Y en el punto **B(0;3)**.

2)

Recta paralela al eje Y:

$x = a$, cuyo punto de intersección con el eje X es: **A(a;0)**,

por ejemplo:

$x = -2$ es la ecuación de la recta paralela al eje Y que corta al eje X en el punto: **A(-2;0)**.

3)

Rectas inclinadas:

$y = m*x + b$, en la cuál m es la pendiente, y b es la ordenada al origen,

y los puntos de intersección con los ejes coordenados son: A(-b/m;0) y B(0;b),

por ejemplo:

$y = -2*x + 10$ es la ecuación de la recta inclinada que corta a los ejes en los puntos: **A(5;0)** y **B(0;10)**.

4)

Circunferencia con centro en el origen de coordenadas y radio R:

$x^2 + y^2 = R^2$,

por ejemplo:

$x^2 + y^2 = 9$ es la ecuación de la circunferencia con centro: **C(0;0)** y radio: **$R = \sqrt{9} = 3$**.

5)

Circunferencia con centro en el punto: C(h;k) y radio R:

$(x – h)^2 + (y – k)^2 = R^2$,

por ejemplo:

$(x – 1)^2 + (y + 3/4)^2 = 25$ es la ecuación de la circunferencia con centro: **C(1;-3/4)** y radio: **$R = \sqrt{25} = 5$**.

6)

Elipse con centro de simetría en el origen de coordenadas, semieje mayor a y semieje menor b:

a)

$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ (elipse con eje mayor paralelo al eje X),

por ejemplo:

$x^2/25 + y^2/16 = 1$, es la ecuación de la elipse con centro: **C(0;0)**,

semieje mayor: **$a = 5$** y semieje menor: **$b = 4$**;

b)

$x^2/b^2 + y^2/a^2 = 1$ (elipse con eje mayor paralelo al eje Y),

por ejemplo:

$x^2/9 + y^2/20 = 1$, es la ecuación de la elipse con centro: **C(0;0)**,

semieje mayor: **$a = \sqrt{20}$** y semieje menor: **$b = 3$**.

7)

<u>Elipse con centro de simetría en el punto: C(h;k), semieje mayor a y semieje menor b</u>:

a)

$(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1$ (elipse con eje mayor paralelo al eje X),

por ejemplo:

$(x + 3)^2/25 + (y – 2)^2/16 = 1$, es la ecuación de la elipse con centro: **C(-3;2)**,

semieje mayor: **$a = 5$** y semieje menor: **$b = 4$**;

b)

$(x – h)^2/b^2 + (y – k)^2/a^2 = 1$ (elipse con eje mayor paralelo al eje Y),

por ejemplo:

$(x – 7)^2/9 + y^2/20 = 1$, es la ecuación de la elipse con centro: **C(7;0)**,

semieje mayor: **$a = \sqrt{(20)}$** y semieje menor: **$b = 3$**.

8)

<u>Parábola con vértice en el origen de coordenadas</u>:

a)

$y = A*x^2$ (parábola con eje de simetría Y),

por ejemplo:

$y = 3*x^2$;

b)

$x = A*y^2$ (parábola con eje de simetría X),

por ejemplo:

$x = -2*y^2$.

9)

<u>Parábola con vértice en el punto V(h;k)</u>:

a)

$y = A*(x – h)^2 + k$ (parábola con eje de simetría paralelo al eje Y),

por ejemplo:

$y = 3*(x – 1)^2 + 5$ es la ecuación de una parábola cuyo vértice es: V(1;5);

b)

$x = A*(y – k)^2 + h$ (parábola con eje de simetría paralelo al eje X),

por ejemplo:

$x = -2*y^2 - 8$ es la ecuación de una parábola cuyo vértice es: V(-8;0).

Luego, ustedes pueden apelar a un graficador “2D” para ver dibujadas todas las curvas y sus elementos.

Repaso: **ecuaciones de superficies en el espacio cartesiano**

Aquí nos limitaremos a presentar las ecuaciones de algunas superficies, que serán útiles para presentar gráficas de funciones de dos variables, o superficies de nivel de funciones de tres variables, como veremos más adelante en este curso

Planos:

z = 0 (plano coordenado XY);

y = 0 (plano coordenado XZ);

x = 0 (plano coordenado YZ);

z = constante (plano paralelo al plano coordenado XY), por ejemplo: **z = 1**;

y = constante (plano paralelo al plano coordenado XZ), por ejemplo: **y = -2**;

x = constante (plano paralelo al plano coordenado YZ), por ejemplo: **x = 4**;

b*y + c*z + d = 0 (plano paralelo al eje coordenado X), por ejemplo: **y + 3z – 1 = 0**;

a*x + b*z + d = 0 (plano paralelo al eje coordenado Y), por ejemplo: **-x + 2z – 1/3 = 0**;

a*x + b*y + d = 0 (plano paralelo al eje coordenado Z), por ejemplo: **√(2)*x – 4*y = 0**;

a*x + b*y + c*z + d = 0 (otros planos), por ejemplo: **x + 2*y + 3*z – 6 = 0**.

Rectas:

Aquí definimos a las rectas como intersecciones entre planos, ejemplo:

Eje coordenado X (intersección del plano coordenado XY con el plano coordenado XZ):

y = 0,

z = 0.

Eje coordenado Y (intersección del plano coordenado XY con el plano coordenado YZ):

x = 0,

z = 0.

Eje coordenado Z (intersección del plano coordenado YZ con el plano coordenado XZ):

x = 0,

y = 0.

Esferas:

$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ (centro: C(0;0;0) y radio: R),

$(x-h)^2 + (y-k)^2 + (z-l)^2 = R^2$ (centro: C(h;k;l) y radio: R).

Elipsoides:

$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ (centro de simetría: C(0;0;0) y semiejes: a, b, c),

$(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 + (z-l)^2/c^2 = 1$ (centro de simetría: C(h;k;l) y radio R).

Paraboloides:

$z = x^2 + y^2$ (vértice: V(0;0;0), eje de simetría: eje Z),

$z = (x-h)^2 + (y-k)^2 + l$ (vértice: V(h;k;l), eje de simetría paralelo al eje coordenado Z).

Cilindros circulares:

$x^2 + y^2 = R^2$ (eje de simetría: Z, radio: R),

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = R^2$ (eje de simetría: paralelo al eje coordenado Z, radio: R).

Cilindros elípticos:
$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ (eje de simetría: Z),
$(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1$ (eje de simetría: paralelo al eje coordenado Z).

Luego, ustedes pueden apelar a un graficador "3D" para ver dibujados ejemplos de todas las superficies.

Repaso: **dominios de funciones a partir de sus expresiones** (introducción)

Aquí apelaremos a muchos conocimientos que ustedes han adquirido al haber cursado las Matemáticas anteriores y en esta materia, cuando graficaron regiones planteadas con números complejos, pero deben recordar que en Matemática 4 trabajamos con funciones de dos o de tres variables, por lo que deben tener en cuenta:

- que los dominios de funciones de dos variables son conjuntos de puntos (x;y) que están incluidos en el conjunto R^2 (o plano XY), cuyas representaciones son regiones "2D" incluidas en el plano XY;

- que los dominios de funciones de tres variables son conjuntos de puntos (x;y;z) que están incluidos en el conjunto R^3 (o espacio XYZ), cuyas representaciones son regiones "3D" incluidas en el espacio XYZ.

Luego, recuerden que las funciones constantes, polinómicas, seno, coseno y exponencial, así como la suma, resta, multiplicación o composición entre ellas tienen dominios "máximos", por ejemplo:

a)
$f(x;y) = e^{\text{sen}x} – \cos x + 4$, tiene dominio máximo: **$D = R^2$**,
por ser composición de seno con exponencial, resta con un coseno y suma con una constante;

b)
$g(x;y) = 8*\cos(x^2 + y^2)$, tiene dominio máximo: **$D = R^2$**,
por ser una constante por la composición de una función polinómica con un coseno.

Luego, recuerden que algunas expresiones imponen condiciones a tener en cuenta para establecer dominios de funciones:

a)
para las expresiones fraccionarias:
sus denominadores deben ser distintos de cero, por ejemplo:
$f(x;y) = x^2/(x^2 + y^2)$ impone la condición: **$x^2 + y^2 \neq 0$**,
y observen que el único punto que no cumple esta condición es (0;0),
por lo cuál el dominio de esta función es: **$D = R^2 - \{ (0;0) \}$**,
cuya representación gráfica es el plano XY excepto el origen de coordenadas;

b)

para las expresiones con raíces de índice par:

los argumentos de las raíces deben ser mayores o iguales que cero, por ejemplo:

$g(x;y) = \sqrt{(y - x^2)}$ impone la condición: $y - x^2 \geq 0$, que es equivalente a: **$y \geq x^2$**,

por lo cuál el dominio de esta función es: **$D = \{ (x;y) \in R^2 : y \geq x^2 \}$**,

cuya representación gráfica es la región incluida en el plano XY que se encuentra "por encima" de la parábola cuya ecuación es: $y = x^2$, incluyendo a los puntos de dicha parábola;

c)

para las expresiones logarítmicas:

los argumentos de los logaritmos deben ser estrictamente positivos, por ejemplo:

$h(x;y) = Ln(x^2 + y^2 - 9)$ impone la condición: $x^2 + y^2 - 9 > 0$, que es equivalente a: **$x^2 + y^2 > 9$**,

por lo cuál el dominio de esta función es: **$D = \{ (x;y) \in R^2 : x^2 + y^2 > 9 \}$**,

cuya representación gráfica es la región incluida en el plano XY que se encuentra "por fuera" de la circunferencia cuya ecuación es: $x^2 + y^2 = 9$, excluyendo a los puntos de dicha circunferencia.

En próximos apuntes iremos desarrollando más ejemplos y ejercicios prácticos.