

Comentario: Hacer mínimamente los ejercicios 1 al 5. Los ejercicios 6 y 7 tienen la misma dificultad que los anteriores. Sólo los ejercicios 8 y 9 son más difíciles para resolver.

Ejercicio 1. Asumamos que Σ^* sólo tiene cadenas de unos y ceros, pudiendo incluir la cadena vacía λ . En este contexto, dada una cadena w de Σ^* , se define como $E(w)$ a su cadena espejo, que es la que se obtiene reemplazando en w los unos por ceros y los ceros por unos (p.ej. $E(1001) = 0110$ y $E(\lambda) = \lambda$), y también se define que L es un lenguaje espejo si se cumple, para toda cadena w distinta de λ , que $w \in L \leftrightarrow E(w) \in L^c$. Sea f la función que transforma todo w en $E(w)$. Responder, justificando las respuestas:

- a) ¿Es f una función total computable?
- b) ¿Cuánto tarda una MT que computa f ?
- c) Si L es un lenguaje espejo, ¿se cumple que f es una reducción polinomial de L a L^c ?

Ejercicio 2. Hemos construido en la Clase 6 una reducción polinomial del problema CH (circuito de Hamilton) al problema TSP (viajante de comercio), es decir $CH \leq_P TSP$.

- a) Sabiendo que TSP es NP-completo y sin asumir nada sobre CH:
 - i. ¿Se cumple que $CH \in NP$?
 - ii. ¿Se cumple que $CH \in NPC$?
- b) Sabiendo que CH es NP-completo y sin asumir nada sobre TSP:
 - i. ¿Se cumple que $TSP \in NP$?
 - ii. ¿Se cumple que $TSP \in NPC$?

Ejercicio 3. En la Clase 6 quedó planteado como ejercicio probar que si $L_1 \leq_P L_2$, $L_1 \in NPC$ y $L_2 \in NP$, entonces $L_2 \in NPC$. Probarlo.

Ejercicio 4. En la Clase 6 quedó planteado como ejercicio probar que si $L_1 \in NPC$ y $L_2 \in NPC$, entonces se cumple tanto $L_1 \leq_P L_2$ como $L_2 \leq_P L_1$. Probarlo.

Ejercicio 5. En la Clase 6 quedó planteado como ejercicio probar la parte (b) de un teorema que establecía: si $L_1 \leq_P L_2$ y $L_2 \in NP$, entonces $L_1 \in NP$. Probarla. *Ayuda: Basarse en la parte (a) del teorema, probada en clase.*

Ejercicio 6. Probar que la relación \leq_P es transitiva.

Ejercicio 7. Probar que si se cumple $L_1 \leq_P L_2$, $L_2 \leq_P L_1$, y $L_1 \in NPC$, entonces $L_2 \in NPC$.

Ejercicio 8. Sean los lenguajes A y B , tales que $A \neq \emptyset$, $A \neq \Sigma^*$, y $B \in P$. Probar: $(A \cap B) \leq_P A$.

Ejercicio 9. Sea el lenguaje $HPA-s-t = \{(G, s, t) \mid G \text{ es un grafo que tiene un camino de Hamilton del vértice } s \text{ al vértice } t\}$. Un grafo $G = (V, E)$ tiene un camino de Hamilton si existe un par de vértices v_1 y v_2 de V tal que G tiene un camino entre v_1 y v_2 que recorre todos los vértices restantes una sola vez. Probar que $HPA-s-t$ es NP-completo. *Ayuda: se sabe que CH (el problema del circuito de Hamilton) es NP-completo.*