

Notas históricas

Las máquinas de Turing fueron introducidas por A. Turing en su trabajo de 1936. Turing define el concepto de número computable, y presenta en términos de dichas máquinas un modelo general de computación, equivalente al λ -cálculo de Church (1936), las máquinas de Post (1936), las funciones recursivas parciales (Kleene, 1936), y los algoritmos de Markov (1954), entre otros modelos. Particularmente, las máquinas de Turing no determinísticas surgieron mucho más adelante, como necesidad más de la complejidad computacional que de la computabilidad. Fueron introducidas a fines de la década de 1950 (por ejemplo en el trabajo de Rabin y Scott de 1959).

Turing probó además la equivalencia de su formalismo con el de A. Church, y que el problema de la detención de una máquina de Turing es indecidible (Church hizo lo propio con el problema de la equivalencia de dos expresiones del λ -cálculo). Por aquellos entonces, Turing acababa de terminar sus estudios de grado en matemáticas, y luego de su trabajo fue invitado por Church a Princeton para doctorarse bajo su tutela.

El formalismo de E. Post es muy similar al de Turing. Siendo profesor en Nueva York envió a publicar el manuscrito que lo describía un poco después que lo hiciera Turing. Post fue también autor de otro modelo computacional equivalente, los sistemas que llevan su nombre, basados en reglas de reescritura o producciones como los algoritmos de Markov. Por su parte, S. Kleene demostró la equivalencia de su formalismo con el λ -cálculo de Church. A él se le debe el enunciado de la Tesis de Church-Turing, de 1952. El modelo de Kleene, basado en las funciones recursivas parciales, incluye a las funciones recursivas primitivas con las que había trabajado K. Gödel previamente.

Una de las motivaciones más importantes de Turing era resolver la cuestión de la decidibilidad o indecidibilidad del *Entscheidungsproblem*, el problema consistente en determinar si una fórmula de la lógica de primer orden es un teorema. Este problema se formulaba en el marco de un ambicioso proyecto de los matemáticos formalistas. D. Hilbert, uno de los más grandes matemáticos del siglo pasado, había planteado un plan para mecanizar las pruebas matemáticas. Una respuesta positiva y admirable en este sentido fueron los Principia Mathematica de B. Russell y A. Whitehead, en 1913. Otros resultados positivos, como la demostración de la completitud de la lógica de primer orden por parte de Gödel, alumno de Hilbert, en 1929, siguieron alentando a los

formalistas. Pero fue el mismo Gödel quien en (Gödel, 1931) acabó abruptamente con el proyecto: con su famoso Teorema de Incompletitud demostró que todo sistema axiomático recursivo y consistente que contenga “suficiente” aritmética (suma y multiplicación) tiene enunciados indecidibles (en particular la propia consistencia del sistema). Reforzando los resultados negativos, Turing y Church demostraron en 1936, de manera independiente y con distintos métodos, la indecidibilidad del Entscheidungsproblem. Ambos se enfocaron en una instancia particular de la lógica de primer orden, la *lógica canónica de primer orden* F_0 , también llamada *Engere Prädikatenkalkül* por Hilbert, y *cálculo funcional puro de primer orden* por Church, teniendo en cuenta el resultado que establece que si F_0 es decidible, entonces también lo es cualquier lógica de primer orden.