



Segunda Entrega de Ejercicios – Tiempo de Ejecución

Turno Miércoles Tarde - 9 de Noviembre

Ejercicio 1.

Dada la siguiente recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 5 & \text{si } n = 1 \\ 32 T(\frac{n}{2}) + n^5 & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$$

Calcular analíticamente el $T(n)$, detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

Ejercicio 2.

Calcular analíticamente el $T(n)$ del siguiente método, detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

```
public static void ejercicio2 (int n, int a) {  
  
    int i, j;  
  
    for (i = 1; i <= n; i++) {  
        j = 1;  
        while (j <= Math.pow (a,i)) {  
            j++;  
        }  
        System.out.println ("El indice j es:"+j);  
    }  
}
```



Modelo de Resolución:

Ejercicio 1)

Desarrollando la recursión tenemos:

$$\begin{aligned} T(n) &= 32 \left(32T\left(\frac{n}{2^2}\right) + \left(\frac{n}{2}\right)^5 \right) + n^5 \\ &= 32^2 T\left(\frac{n}{2^2}\right) + 2n^5 \end{aligned}$$

Para un término i toma la forma:

$$T(n) = 32^i T\left(\frac{n}{2^i}\right) + in^5$$

Cuando $\frac{n}{2^i} = 1$ se alcanza el caso base:

$$\frac{n}{2^i} = 1 \rightarrow n = 2^i \text{ por lo cual } \log_2 n = i$$

$$32^i = (2^5)^i = (2^i)^5 \text{ como } n = 2^i \text{ entonces } 32^i = n^5$$

Reemplazando obtenemos:

$$\begin{aligned} T(n) &= n^5 T(1) + n^5 \log_2 n \\ &= 5n^5 + n^5 \log_2 n \end{aligned}$$

Comentarios:

- ✓ Para el reemplazo de 32^i en el término gral:
- Pueden utilizar las propiedades de la potenciación que es como está resuelto.
- Pueden utilizar la propiedad : $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$ con lo cuál $32^{\log_2 n} = n^{\log_2 32} = n^5$

Ejercicio 2

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i=1}^n \left(a + \sum_{j=1}^i b \right) = \sum_{i=1}^n (a + a^i * b) = n.a + b \sum_{i=1}^n a^i \\ &= n.a + b. \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1} \end{aligned}$$

Comentarios:

Pueden utilizar las propiedades matemáticas publicadas por la cátedra.