UNLP. Facultad de Informática

Fundamentos de Teoría de la Computación **Curso 2020. Práctica 2**

Temario

- **Lógica de Enunciados**. El lenguaje de la Lógica. Representación Simbólica - Enunciados y conectivas. Funciones de verdad y tablas de verdad. Tautologías, contradicciones, equivalencias lógicas. Reglas de manipulación y sustitución.

Bibliografía

- Hamilton. Lógica para matemáticos. Capítulo 1.
- Pons, Rosenfeld, Smith. Lógica para Informática. Capítulo 1.

Ejercicios

1. Retome el Ejercicio 1 de la Práctica 1:

   a) Seleccione un par de enunciados que sean lógicamente equivalentes (que tengan el mismo significado). Demuéstrelo mediante tablas de verdad.

   b) Para el ítem ii, construya dos enunciados que sean lógicamente equivalentes.

   c) Para el ítem vii, construya dos enunciados que sean lógicamente equivalentes.

2. Sean $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ *fbfs* que cumplen que $(\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B})$ es tautología. Sea $\mathscr{C}$ una *fbf* cualquiera. Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes *fbfs* son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

   i- $((\neg(\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B})) \rightarrow \mathscr{C})$

   ii- $(\mathscr{C} \rightarrow ((\neg\mathscr{A}) \vee \mathscr{B}))$

   iii- $((\neg\mathscr{A}) \rightarrow \mathscr{B})$

3. ¿Es cierto que dadas $\mathscr{A}$ y $\mathscr{B}$ *fbfs* cualesquiera, siempre ocurre que si $\mathscr{A}$ y $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ son tautologías entonces $\mathscr{B}$ también lo es? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.

4. Sea $\mathscr{A}$ una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos $\wedge, \vee, \neg$. Sea $\mathscr{A}'$ la *fbf* que se obtiene a partir de $\mathscr{A}$ reemplazando cada $\wedge$ por $\vee$ y cada $\vee$ por $\wedge$. ¿Si $\mathscr{A}$ es una tautología, $\mathscr{A}'$ también lo es? Justificar. Ejemplificar con algunos ejemplos escritos en lenguaje natural.

5. Demostrar que cualquier tautología proposicional que esté escrita usando los conectivos $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow$ contiene alguna ocurrencia ya sea del símbolo ”$\neg$.º del símbolo ”$\rightarrow$”.
   Idea: Demostrar que cualquier fórmula que contenga sólo la conjunción y disyunción puede tomar el valor F.

6. ¿Es cierto que en el Cálculo de Enunciados pueden escribirse dos *fbfs* que tengan diferentes letras de proposición y aún así ambas *fbfs* sean lógicamente equivalentes?. Fundar.

7. Para las tablas dadas a continuación, encontrar al menos dos *fbf* del Cálculo de Enunciados que las tenga por tablas de verdad.
Ayuda: alcanza con usar p, q, $\neg, \wedge, \vee$.

p	q	$f?$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

p	q	$f?$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

p	q	$f?$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

8. Determinar cuáles de las siguientes *fbfs* son lógicamente implicadas por la *fbf* $(\mathscr{A} \wedge \mathscr{B})$. Fundamentar. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*

i- $\mathscr{A}$
ii- $\mathscr{B}$
iii- $\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$
iv- $\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$
v- $\neg\mathscr{B} \rightarrow \mathscr{A}$
vi- $\mathscr{A} \leftrightarrow \mathscr{B}$
vii- $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$
viii- $\neg\mathscr{B} \rightarrow \neg\mathscr{A}$
ix- $\mathscr{B} \rightarrow \neg\mathscr{A}$

9. Sea la relación $\leq$ tal que dadas *fbfs* $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ se cumple que $\mathscr{A} \leq \mathscr{B}$ sii $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ es una tautología. Dadas las *fbfs*: $p, p \rightarrow q, \neg p, p \wedge \neg p, r \vee \neg r$, organizarlas bajo la relación $\leq$. Representar gráficamente.

10. Sea $\mathscr{A}$ una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos $\wedge, \neg$. Sea $\mathscr{A}'$ la *fbf* que se obtiene a partir de $\mathscr{A}$ reemplazando cada $\wedge$ por $\vee$ y cada letra de proposición por su negación (o sea, cada p por $\neg p$, cada q por $\neg q$, etc.). ¿Es cierto que $\mathscr{A}'$ es lógicamente equivalente a $\neg\mathscr{A}$? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.

11. Sea # el operador binario definido como $p\#q =_{def} (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*

    i- Probar que # es asociativo, es decir, $x\#(y\#z)$ es lógicamente equivalente a $(x\#y)\#z$.

    ii- Probar que # es conmutativo, es decir, $y\#z$ es lógicamente equivalente a $z\#y$.

12. Demostrar que las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes.

    i- $(p \rightarrow q)$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee q)$

    ii- $(p \leftrightarrow q)$ es lógicamente equivalente a $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$

    iii- $(\neg(p \wedge q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee \neg q)$

    iv- $(\neg(p \vee q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \wedge \neg q)$