Segunda Entrega de Ejercicios – Tiempo de Ejecución

Turno Jueves - 10 de Noviembre

Ejercicio 1.

Dada la siguiente recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 4 & \text{si} \quad n = 1 \\ 16\,T(\frac{n}{4}) + n^2 & \text{si} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

Calcular analíticamente el T(n), detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

Ejercicio 2.

Calcular analíticamente el T(n) del siguiente método, detallando los pasos seguidos para llegar al resultado.

```
public static void ejercicio2 (int n, Dato[] a) {
  int p, j;
  Dato tmp;

   for (p = 1; p <= n; p++) {
      tmp = a[p];
      j = p-1;
      while (j >= 0) {
        if(tmp < a[j]){
          a[j + 1] = a[j];
        }
        j--;
      }
      a[j + 1] = tmp;
   }
}
```

Modelo de Resolución:
Ejercicio 1)

Desarrollando la recursión tenemos:

$$T(n) = 16\left(16T\left(\frac{n}{4^2}\right) + \left(\frac{n}{4}\right)^2\right) + n^2$$
$$= 16^2 T\left(\frac{n}{4^2}\right) + 2n^2$$

Para un término i toma la forma:

$$T(n) = 16^i T\left(\frac{n}{4^i}\right) + in^2$$

Cuando $\frac{n}{4^i}$ = 1 se alcanza el caso base:

$\frac{n}{4^i} = 1 \rightarrow$ n = 4^i por lo cual $\log_4$ (n) = i

$16^i = (4^2)^i = (4^i)^2$ como n = 4^i entonces $16^i = n^2$

Reemplazando obtenemos:

$$T(n) = n^2 T(1) + n^2 \log_4 n$$
$$= 4n^2 + n^2 \log_4 n$$

Comentarios:

- ✓ Para el reemplazo de 16^i en el término gral:
  - Pueden utilizar las propiedades de la potenciación que es como está resuelto.
  - Pueden utilizar la propiedad : $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$ con lo cuál $16^{\log_4 n} = n^{\log_4 16} = n^2$

Ejercicio 2

$$T(n) = \sum_{p=1}^{n}\left(a + \sum_{j=0}^{p-1} b\right) = \sum_{p=1}^{n}(a + p * b) = n.a + b\sum_{p=1}^{n} p$$
$$= n.a + b.\frac{n.(n+1)}{2}$$

Comentarios:

Pueden utilizar las propiedades matemáticas publicadas por la cátedra.