

Algoritmos genéticos aplicados à predição da Lotofácil: um enfoque na otimização de apostas

Camila F. Barcellos¹, Bernardo D. Tomasi¹, João Mário Lopes Brezolin¹

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – (IFSul)
CEP 99064-440, nº 150 – Passo Fundo – RS – Brasil

{camilabarcellos.pf003, bernardotomasi.pf002}@academico.ifsul.edu.br
joaobrezolin@ifsul.edu.br

Abstract. *Gambling is a popular form of betting in which the player's success depends solely on luck. Genetic Algorithms (GA) are computational techniques inspired by natural evolution that seek to optimize solutions for complex and probabilistic problems, such as lotteries. The present article aims to develop a number predictor software for the Brazilian gambling game Lotofácil in order to increase the player's chances of winning, by applying genetic algorithms and comparing them with well-known game strategies.*

Resumo. *Jogos de azar são uma popular modalidade de aposta em que o triunfo do jogador depende exclusivamente da sorte. Os Algoritmos Genéticos são técnicas computacionais inspiradas na evolução natural que buscam otimizar soluções para problemas complexos e probabilísticos, como o das loterias. O presente artigo pretende avaliar os resultados do uso dessa técnica visando otimizar a chance de acerto do jogador, aplicando algoritmos genéticos e traçando comparativos entre as estratégias conhecidas para a elaboração de jogos.*

1. Introdução

Os jogos de azar são caracterizados como atividades lúdicas em que o desfecho é exclusivamente determinado pela aleatoriedade, não havendo influência direta de habilidades ou estratégias [Brito e D. 2021]. No contexto brasileiro, a sua prática e exploração são consideradas contravenções penais, conforme estipulado no artigo 50 do Decreto-Lei nº 3.698/41 da Lei das Contravenções Penais [Brasil 1941]. A loteria, entretanto, é uma modalidade de jogo de azar devidamente autorizada e regulamentada pelo Governo Federal ou por empresas privadas parceiras, constituindo-se como um serviço público explorado pelo Estado com o propósito de arrecadar recursos financeiros [Duarte 2006 *apud* Brito e D. 2021]. Amplamente difundida entre os brasileiros, a prática envolve a aquisição de bilhetes numerados que concorrem a prêmios milionários, cujo resultado é determinado por um sorteio aleatório conduzido pelas autoridades competentes.

Nesse contexto, a Lotofácil¹, objeto foco deste artigo, configura-se como uma modalidade de loteria gerenciada pela Caixa Econômica Federal, na qual os participantes selecionam de 15 a 20 números dentre um conjunto de 25 opções disponíveis em uma cartela. O custo das apostas varia de acordo com a quantidade de dezenas escolhidas. O jogador é considerado vitorioso ao acertar de 11 a 15 dos números sorteados, e a premiação é estabelecida com base no número de acertos, com

¹ Lotofácil, disponível no sítio: www.loterias.caixa.gov.br/Paginas/Lotofacil.aspx

valor máximo concedido para 15 acertos [Lotofácil s.d.]. A estratégia mais simples de aumentar as chances de êxito, portanto, seria apostar em um maior número de dezenas. No entanto, tal abordagem implica um aumento considerável no custo da aposta, chegando a mais de R\$45 mil para 20 números selecionados, o que limita o acesso às taxas mais elevadas de sucesso na Lotofácil. Isso ocorre pois somente os jogadores com recursos financeiros suficientes para investirem em apostas mais caras podem usufruir das maiores possibilidades de acerto oferecidas, enquanto a parcela mais expressiva de jogadores opta por apostas de 15 números, com valor de R\$3,00.

Por se tratar de uma loteria de prognósticos numéricos, na qual o apostador busca adivinhar um conjunto de números definido por um sorteio de caráter aleatório e fortuito, é possível empregar o método matemático probabilístico para determinar a probabilidade de sucesso dos jogadores [Silva 2018]. Conforme mencionado por Lotofácil (s.d.) e certificado pelo estudo probabilístico aplicado a loterias realizado por Silva (2018), as apostas simples, nas quais o jogador seleciona 15 dezenas, possuem uma probabilidade de acerto de 1 em 3.268.760 jogos. Tal taxa de vitória aumenta na aposta máxima, que envolve a escolha de 20 dezenas, com uma perspectiva de acerto de 1 em 211 jogos, o que a torna o método mais eficaz para garantir o recebimento do prêmio – desde que o jogador tenha recursos financeiros para arcar com o custo consideravelmente elevado.

Assim sendo, o presente artigo tem como objetivo avaliar o desempenho do uso de Algoritmos Genéticos na geração de jogos com o intuito de avaliar e propor um possível resultado da Lotofácil por meio de apostas simples, sem a necessidade de adquirir apostas mais custosas. A estrutura do artigo é organizada da seguinte maneira: a seção 2 apresenta a fundamentação teórica acerca do uso de Algoritmos Genéticos; a seção 3 descreve o desenvolvimento da solução proposta e as estratégias adotadas; a seção 4 apresenta os resultados obtidos; e, por fim, a seção 5 apresenta as conclusões do trabalho desenvolvido.

2. Algoritmos Genéticos (AG)

O Algoritmo Genético (AG) é um modelo matemático de aprendizado de máquina inspirado na teoria da evolução de Darwin e foi introduzido por John Holland em 1975. O objetivo do AG é formalizar, por meio de modelos matemáticos, os processos naturais de adaptação presentes no desenvolvimento de sistemas artificiais, inspirados na natureza humana [Iyoda 2000]. A técnica se tornou amplamente popularizada por David Goldberg, um discente de Holland, como um método de otimização fundamentado no princípio da seleção natural e sobrevivência do mais apto [Goldberg 1989]. O AG é comumente aplicado no campo de Inteligência Artificial e suas diversas subáreas.

A execução do AG implica na busca iterativa pela melhor solução para um problema pré-definido. Durante o processo de execução, o resultado obtido em cada tentativa é utilizado para aprimorar continuamente a solução encontrada até então. Essa metodologia tem sido aplicada com o objetivo de otimizar processos e solucionar problemas complexos. Para tal, populações de cromossomos artificiais são submetidas a uma avaliação de adaptabilidade que seleciona os mais aptos para compor a próxima geração populacional. A nova população é gerada por meio da aplicação de operadores genéticos que envolvem a avaliação, a seleção, o cruzamento e a mutação de genes,

realizados até atingir um dado critério de parada, como um determinado número de gerações [Pacheco 1999]. O indivíduo mais apto encontrado após os ciclos de evolução é considerado a solução ideal para o problema proposto [Lopes 2011]. A população de cromossomos gerada a cada geração é submetida aos três procedimentos padrões de um AG: avaliação de aptidão, cruzamento (*crossover*) e mutação.

A avaliação da aptidão dos indivíduos desempenha o papel de atribuir uma nota (valor *fitness*) a cada cromossomo, com o objetivo de determinar quais serão selecionados para o cruzamento. O cálculo do valor *fitness* é realizado com base nas características impostas por cada técnica aplicada, sendo que cromossomos que apresentam a característica recebem um aumento no valor de *fitness*, enquanto aqueles que desrespeitam a característica são desvalorizados. Dessa forma, quanto maior o valor *fitness*, mais apto é considerado o indivíduo – ou seja, mais promissor é o jogo representado pelo cromossomo.

O cruzamento, também conhecido como *crossover*, é uma etapa do algoritmo genético que visa recombinar o material genético de dois indivíduos selecionados como pais, resultando na geração de um novo indivíduo. No presente artigo, o método de seleção adotado foi a roleta, uma abordagem linear que consiste em somar a aptidão de todos os indivíduos da população e selecionar os melhores com base nesse critério. Em seguida, é aplicado o operador de *crossover* de ponto aleatório entre os dois pais selecionados, gerando um novo indivíduo. Esse processo ocorre preenchendo-se os genes de um dos pais até um ponto fixo no cromossomo filho, e em seguida preenchendo-se os genes do outro pai após esse ponto [Lacerda e C. 2003].

A mutação é responsável por garantir a diversidade genética entre os indivíduos de uma população. Essa diversidade é importante para evitar a estagnação do algoritmo e permitir a exploração de novas regiões do espaço de busca. No processo de mutação, dois genes são selecionados aleatoriamente em um dado cromossomo e os seus materiais genéticos são trocados de posição, introduzindo variações no material genético do indivíduo mutante [Lacerda e C. 2003].

3. Materiais e Métodos

O algoritmo genético utilizado neste estudo foi desenvolvido por meio da linguagem de programação Java, adotando o paradigma de orientação a objetos, e produziu populações iniciais compostas por 500 indivíduos, cada um representando uma aposta de jogo. Denominados de cromossomos, esses indivíduos consistem em um *array* de dezesseis elementos, sendo quinze dezenas e um valor *fitness*. Os parâmetros variáveis do AG foram definidos de forma igual para todas as execuções e podem ser vistos na Tabela 1.

É importante ressaltar que os valores mencionados foram baseados no estudo conduzido por Barbosa *et al.* (2013), o qual teve como objetivo desenvolver um Algoritmo Genético para a previsão da Lotofácil utilizando apenas a técnica das 14 dezenas² como critério de avaliação. A seção 4 apresenta um comparativo dos resultados obtidos neste trabalho em relação aos observados por Barbosa *et al.* (2013), com valores promissores decorrentes do emprego de diversas técnicas combinadas para a avaliação

² Técnica das 14 dezenas, disponível no sítio: <https://www.net15.com.br/lotofacil/e-book/LotoFacil.pdf>

de *fitness* em vez de uma técnica isolada. É válido, ainda, destacar que os valores dos parâmetros listados na Tabela 1 podem ser ajustados conforme a necessidade e a preferência do usuário, sendo que taxas de acurácia mais elevadas são geralmente alcançadas ao aumentar o número de gerações, apesar do impacto no tempo de execução do algoritmo.

Tabela 1. Valores dos parâmetros utilizados para o algoritmo para viabilizar comparação com a publicação de Barbosa *et al.* (2013).

Parâmetro	Valor
tamanhoPopulacao	500
numeroGeracoes	200
taxaMutacao	5%

Os cromossomos correspondentes a apostas, representados na Figura 1, foram gerados aleatoriamente, sem repetição e no intervalo de 1 a 25 – conforme o volante da Lotofácil.

1	3	4	6	8	10	11	13	15	17	18	21	22	23	25	F
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

Figura 1. Representação do array de um cromossomo

No que se refere às técnicas de aposta na Lotofácil, implementaram-se três métodos utilizados como parâmetro para a função de aptidão do AG: *técnica das diagonais*³, *técnica 70 Percent Most Probable Range of Sums*⁴ e técnica de balanceamento numérico – apresentadas mais à fundo, respectivamente, nas seções 3.1, 3.2 e 3.3. A escolha das técnicas foi motivada por critérios de popularidade entre jogadores experientes e constantes discussões em fóruns relacionados ao tema, em que os apostadores compartilham formas de aumentar a chance de acerto.

A técnica "das diagonais", como é conhecida, fundamenta-se na observação de que os números sorteados apresentam uma propensão a formar padrões diagonais na matriz de apostas. Acredita-se que esses padrões ocorram com uma frequência maior do que o esperado aleatoriamente. Por sua vez, a abordagem denominada "*70 Percent Most Probable Range of Sums*" concentra-se na soma dos números selecionados em uma aposta. É suposto que certos intervalos de soma tenham uma probabilidade maior de ocorrer nos resultados dos sorteios. Dessa forma, essa técnica possibilita a seleção de números cuja soma esteja dentro dessa faixa mais provável, aumentando, assim, as chances de acerto nas combinações sorteadas. Por fim, a técnica do "balanceamento numérico" tem como objetivo alcançar uma distribuição equilibrada de números pares e ímpares, assim como de números altos e baixos. Essa estratégia se baseia na observação

³ Técnica das diagonais, disponível no sítio:

<http://www.dicasdeloterias.com/2020/06/Tecnica-Diagonais-Ganhar-Lotofacil-Dica-Gratis-Diagonal.html>

⁴ Técnica *70 Percent Most Probable Range of Sums*, de Gail Howard, disponível no sítio:

<https://www.smartluck.com/gail-howard-balanced-game.htm>

de que os resultados dos sorteios tendem a apresentar uma proporção equilibrada de números com tais características.

É importante destacar que a escolha desses métodos depende exclusivamente das preferências e crenças individuais de cada jogador, e este trabalho considerou as técnicas mais populares. Ressalta-se, entretanto, que, apesar do uso de abordagens estatísticas, o resultado da loteria ainda é essencialmente baseado na aleatoriedade, não havendo garantia absoluta de sucesso. As mecânicas mencionadas são meramente empíricas e têm como único propósito buscar o aumento das chances de acerto, não possuindo embasamento científico comprovado.

Durante a condução deste estudo, adotou-se a estratégia de balanceamento por frequência, utilizando intervalos de 10 concursos como base para cada teste realizado. Essa abordagem foi uma escolha deliberada, embasada na busca por uma diversificação adequada das combinações geradas pelo algoritmo genético e na consideração da distribuição histórica dos números sorteados na Lotofácil. O intervalo de 10 jogos foi selecionado com o objetivo de obter uma amostra representativa dos resultados da Lotofácil e permitir uma análise mais precisa da efetividade do preditor. Essa técnica busca capturar padrões e tendências ao longo de um período de tempo relativamente curto, levando em consideração a dinâmica de sorteios consecutivos. Além disso, é importante mencionar que a escolha de iniciar os testes no jogo 11 da Lotofácil foi uma decisão subliminar dos autores, com o intuito de explorar a geração de combinações desde o início do histórico de sorteios. Essa abordagem permite uma avaliação mais abrangente do desempenho do preditor ao longo de diferentes momentos do jogo, considerando a sua evolução ao longo do tempo.

Tais decisões metodológicas foram tomadas visando garantir uma análise criteriosa e confiável dos resultados do preditor desenvolvido. No entanto, é fundamental ressaltar que estudos futuros podem explorar diferentes intervalos de testes e abordagens metodológicas para ampliar a compreensão e validade dos resultados obtidos.

3.1. Técnica das diagonais

A estratégia conhecida como técnica das diagonais tem como objetivo equilibrar a quantidade de pares de dezenas em diagonal, tanto na diagonal principal quanto na secundária, presentes na aposta. A técnica foi desenvolvida pelo *blog* Dicas de Loterias após uma análise de todos os sorteios realizados até junho de 2020, época em que a estratégia foi apresentada, com o objetivo de identificar as quantidades mínimas e máximas de pares em diagonal presentes nos números sorteados.

A análise dos resultados de sorteios permitiu identificar que o número máximo de pares de dezenas em diagonal presentes em um jogo foi de 17, ao passo que o número mínimo foi de 2. Consequentemente, a técnica das diagonais sugere que jogos que contenham uma quantidade de pares em diagonal entre 2 e 17 são mais promissores para obter êxito. Extrapolando esse intervalo, a possibilidade de acerto torna-se quase ou totalmente nula. Na figura 2, é possível analisar o resultado do concurso 192, destacando os números sorteados e os dois pares em diagonal presentes.

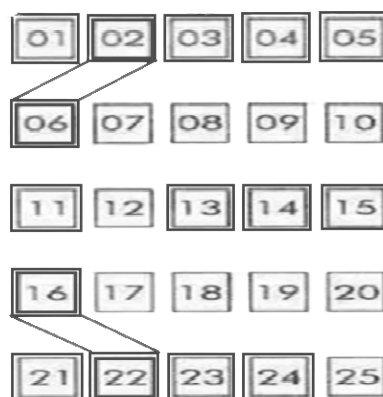


Figura 2. Cartela do concurso 192 com dois pares em diagonal

A técnica das diagonais foi incorporada como um critério de avaliação dos cromossomos no algoritmo genético proposto neste artigo, conferindo uma pontuação positiva para indivíduos cujas apostas respeitam o intervalo de diagonais pré-definido e uma pontuação negativa para aqueles que não cumprem tal critério.

3.2. Técnica 70 Percent Most Probable Range of Sums

A *70 Percent Most Probable Range of Sums* (70% MPRS) é um método estatístico proposto pela escritora e especialista em loterias Gail Howard para aumentar as chances de vitória em loterias. A técnica avalia que a maioria dos sorteios de loterias resultam em somas que estão dentro de uma faixa específica de valores. Essa faixa é chamada de "70% mais provável de somas" e é calculada a partir da análise estatística dos resultados de sorteios anteriores e dos números disponíveis na cartela.

A técnica 70% MPRS foi adaptada ao contexto da Lotofácil e incorporada no cálculo de aptidão (*fitness*) dos cromossomos. As somas da faixa foram calculadas com base nos quinze menores valores disponíveis na cartela, resultando em 120, e nos quinze maiores valores, resultando em 270. A média obtida foi adaptada e estabelecida entre 160 e 200, por uma convenção própria, devido à limitada disponibilidade de números na cartela da Lotofácil, que requer a escolha de um grande número de números para apostar. A técnica foi incorporada na função de cálculo de aptidão dos cromossomos para realizar a avaliação do *fitness* dos indivíduos.

3.3. Técnica de balanceamento numérico

A técnica foi incorporada no método de avaliação do *fitness* dos indivíduos, convencionada com base na distribuição balanceada e na escolha privilegiada dos números – culminando em jogos equilibrados e com maiores chances de acerto. A avaliação valoriza o balanceamento teórico e probabilístico dos cromossomos, considerando a presença dos seguintes critérios:

- Equilíbrio entre números pares e ímpares: verifica a quantidade de números pares e ímpares presentes na combinação do indivíduo e compara com a quantidade teórica esperada (7 números pares e 8 números ímpares). Se a diferença for maior que zero, o valor *fitness* é reduzido;

- Distribuição equilibrada entre números de alto e baixo valor: soma a quantidade de números menores e maiores que 12 existentes na cartela da Lotofácil, e calcula a diferença entre esses valores. Valoriza-se, assim, as combinações que possuem uma diferença próxima a zero, indicando uma distribuição equilibrada;
- Distância mínima entre os números sorteados: soma ao *fitness* a distância entre números consecutivos na cartela da Lotofácil, valorizando assim as combinações que possuem uma distância maior entre seus números consecutivos;
- Quantidade de números primos presentes: soma ao *fitness* a quantidade de números primos (números divisíveis apenas por 1 e por eles mesmos) existentes na cartela da Lotofácil, valorizando assim as combinações que possuem mais números primos;
- Frequência com que cada número apareceu nos últimos dez sorteios: com base em uma tabela de frequência de aparições de cada número possível (1 a 25) nos últimos 10 sorteios, soma o valor de aparições de cada número da cartela ao *fitness* multiplicado por 10. Por exemplo, se a cartela possuir o número 1 e ele tiver um valor de aparição de 9, o valor de *fitness* será incrementado em 90.

4. Resultados e Discussões

Os resultados obtidos neste estudo demonstram uma notável semelhança com os resultados de um trabalho anterior conduzido por Barbosa *et al.* (2013), que associa algoritmo genético à técnica das 14 dezenas da Lotofácil. No entanto, é importante destacar que este estudo incorporou um conjunto mais abrangente de técnicas matemáticas de balanceamento numérico. Essas técnicas adicionais possibilitaram uma maior diversificação e refinamento das combinações geradas pelo algoritmo genético.

A Tabela 2 apresenta 3 colunas: a primeira referente ao número de execuções; a segunda ao número do concurso da Lotofácil e a terceira ao resultado obtido neste trabalho utilizando um conjunto de técnicas de balanceamento de sorteio associados a AG.

Tabela 2. Resultados obtidos neste trabalho

Testes	Concurso	Alg. Proposto - Acertos
1	11	10
2	22	11
3	33	10
4	44	13
5	55	09
6	66	10
7	77	09

8	88	08
9	99	10
10	110	10
11	121	09
12	132	09
13	143	11
14	154	12
15	165	10

Os resultados obtidos fornecem uma indicação inicial promissora da capacidade do algoritmo genético em gerar combinações com uma maior probabilidade de acerto na Lotofácil. Ao analisar a distribuição de frequência dos acertos, observamos que houve uma diversidade de resultados na tabela. Por exemplo, constatamos que ocorreram 8 acertos uma vez, 9 acertos ocorreram quatro vezes, 10 acertos ocorreram sete vezes, e assim por diante. Ao examinar a distribuição de probabilidade dos acertos, verificamos as chances de cada valor ocorrer na tabela. Por exemplo, a probabilidade de obter 8 acertos é de 1/15 (6,67%), a probabilidade de obter 9 acertos é de 4/15 (26,67%), e a probabilidade de obter 10 acertos é de 7/15 (46,67%), entre outros valores. Essa análise fornece uma compreensão mais clara das probabilidades associadas a cada resultado possível.

Ao analisar o desvio padrão dos acertos, observamos que os valores estão pouco dispersos em torno da média de 10, o que indica uma consistência nas combinações geradas pelo algoritmo genético. A moda dos acertos é 10, o que significa que esse valor foi o mais frequente na tabela, ocorrendo em 7 das 15 linhas. Além disso, a mediana dos acertos também é 10, revelando que metade dos valores são menores ou iguais a 10 e a outra metade são maiores ou iguais a 10.

Com base nos resultados, constatamos que o valor mínimo dos acertos foi 8, enquanto o valor máximo foi 13, evidenciando uma amplitude de 5. Essa variação nos resultados indica uma certa diversidade nas combinações geradas e na capacidade do preditor em abranger diferentes possibilidades.

Ao considerar a média de acertos, que representa 66,67% dos acertos possíveis, observamos que os jogos da tabela, em média, acertaram dois terços dos números sorteados na Lotofácil. Essa média indica uma taxa de sucesso considerável em relação aos resultados esperados.

Dessa forma, os resultados demonstram o desempenho do algoritmo genético no contexto da Lotofácil. A análise minuciosa dos acertos feitos em cada teste permitiu aferir a eficácia do preditor em gerar combinações de números que se aproximam dos resultados sorteados.

5. Conclusão

Este estudo apresentou um preditor de jogos da Lotofácil que utiliza algoritmo genético e técnicas de balanceamento, como distribuição teórica de números pares e ímpares, equilíbrio entre valores altos e baixos, distância mínima entre os números sorteados, presença de números primos e análise da frequência dos números nos últimos dez sorteios. Além disso, foram incorporadas técnicas utilizadas por jogadores experientes, como a "dos 70%" e a "da diagonal".

Os resultados obtidos foram comparados diretamente com os resultados reais dos concursos da Lotofácil, validando os acertos do algoritmo genético por meio da comparação com os números sorteados em cada concurso. Embora os resultados tenham apresentado um desempenho promissor, é importante ressaltar que a natureza da Lotofácil como um jogo de azar impede a previsão exata dos números sorteados. Portanto, o preditor desenvolvido neste estudo deve ser considerado como uma ferramenta que auxilia na seleção de combinações com maior probabilidade de acerto, mas não garante a vitória.

Além disso, este estudo contribui para desmistificar a crença em técnicas milagrosas para ganhar na loteria, comprovando que a verdadeira eficácia reside no balanceamento das combinações na cartela de apostas. As técnicas utilizadas no preditor demonstram que a seleção cuidadosa dos números, baseada em princípios matemáticos, pode aumentar as chances de acerto. Dessa forma, este estudo não apenas oferece uma ferramenta prática, mas também desvenda a ilusão de soluções miraculosas para ganhar na loteria.

Recomenda-se que pesquisas futuras incorporem uma análise estatística mais abrangente, confrontando os números gerados pelo preditor com um conjunto mais amplo de resultados reais, a fim de obter uma validação ainda mais robusta e uma avaliação mais precisa da eficácia do preditor. A contínua investigação nessa área pode contribuir para o aprimoramento das estratégias de seleção de números na Lotofácil e oferecer uma compreensão mais aprofundada sobre os padrões e tendências presentes nos sorteios.

Referências

- Barbosa, F., Lopes, L.C.R.S., Cruciol, M. (2013). *Preditor de números para lotofácil: uma abordagem usando algoritmos evolutivos*. Em Anais do X Encontro Anual de Computação (EnAComp), p. 357. Instituto Federal Goiano, Campus Urutaí, Departamento de Informática.
- Brasil (1941). Decreto-Lei Nº 3.688, de 3 de outubro de 1941. Dispõe sobre as contravenções relativas à polícia de costumes. Diário Oficial da União, Brasília - DF. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Decreto-Lei/Del3688.htm. Acesso em 25 mar. 2023.
- Brito, A. C. e B., M. (2021). *Loot boxes e os jogos de azar: uma análise sob a ótica da psicologia, direito e ações estatais*. Duc In Altun - Cadernos De Direito, 13(30).
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, e machine learning*. Addison-Wesley, 13th edition.

- Iyoda, E. M. (2000). *Inteligência Computacional no Projeto Automático de Redes Neurais Híbridas e Redes Neurofuzzy Heterogêneas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, São Paulo. Disponível em <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/433773>. Acesso em 25 mar. 2023.
- Lacerda, E. G. M. e C., A. C. P. L. F. (2003). *Introdução aos algoritmos genéticos*. Em Anais de EntreLugar, Rio de Janeiro.
- Lopes, H. S. (2011). *Computação Evolucionária em Problemas de Engenharia*. Omnipax, 22nd edition.
- Lotofácil (s.d.). Loterias CAIXA, s.d. Disponível em <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Lotofacil.aspx>. Acesso em 16 mar. 2023.
- Pacheco, M. A. C. (1999). *Algoritmos genéticos: Princípios e aplicações*. ICA, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rio de Janeiro.
- Silva, A. P. (2018). *Jogos de loteria: Uma aplicação de probabilidade*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Unirio), Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/bitstream/handle/unirio/13054/Silva%20-%20Ang%C3%A9lica%20Pereira%20da.pdf>. Acesso em 19 mai. 2023.