
TAREA 2: Diseño de Filtros Digitales

Instrucciones: La tarea deben desarrollarla en grupos de **dos personas** y entregar un archivo .rar o .zip en el TEC-Digital (en el lugar designado) que contenga los archivos .m desarrollados (cada ejercicio por separado) y un documento .pdf que contenga las explicaciones de cómo resolvieron cada ejercicio, los resultados obtenidos y cualquier nota que sea necesaria en cada solución o investigación. El código desarrollado en cada archivo .m debe estar debidamente comentado con el fin de su comprensión. Pueden utilizar la herramienta de Matlab u Octave en la solución.

La fecha de entrega de la tarea será a más tardar el **23/10/2017 a las 11:59pm**.

- **Ejercicio #1.** Determine y dibuje el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia de los siguientes sistemas:
 - a. $y(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(n - 1)]$
 - b. $y(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(n - 2)]$
 - c. $y(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(n - 2)]$
 - d. $y(n) = 2x(n) - x(n - 2)$
- **Ejercicio #2.** Diseñe un filtro FIR que bloquee por completo la frecuencia $\omega_0 = \pi/4$ y luego calcule la salida si la entrada es:
 - a. $x(n) = 2$.
 - b. $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)u(n)$.

Grafique la respuesta en frecuencia del filtro primeramente y para cada una de las entradas grafique la respuesta del filtro. Analice el comportamiento de la salida del filtro con respecto a la respuesta en frecuencia del filtro.

- **Ejercicio #3.** Un filtro digital se caracteriza por las siguientes propiedades:
 1. Es un filtro paso alto y tiene un polo y un cero.

2. El polo se encuentra a una distancia de $r = 0.9$ del origen del plano z .
 3. Las señales constantes no pasan a través del sistema.
- a. Dibuje el patrón de polos y ceros y ceros del filtro y determine su función del sistema $H(z)$.
 - b. Calcule el módulo $|H(\omega)|$ y la fase $\angle H(\omega)$ de la respuesta del filtro.
 - c. Normalice la respuesta en frecuencia $H(\omega)$ de modo que $|H(\pi)| = 1$.
 - d. Determine la relación de entrada-salida (ecuación de diferencias) del filtro en el dominio del tiempo.
 - e. Calcule la salida del sistema si la entrada es $x(n) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right)$.
- **Ejercicio #4.** Determine y dibuje el módulo y la fase de la respuesta del filtro Hanning caracterizado por la ecuación de diferencias (media móvil) $y(n) = 0.25x(n) + 0.5x(n-1) + 0.25x(n-2)$.
 - **Ejercicio #5.** Determine los coeficientes de un filtro FIR de fase lineal $y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + b_2x(n-2)$ tal que:
 - a. Rechace completamente una componente de frecuencia en $\omega_0 = 2\pi/3$.
 - b. Su respuesta en frecuencia esté normalizada de modo que $H(0) = 1$.
 - c. Calcule y dibuje el módulo y la fase de la respuesta del filtro para comprobar si satisface los requisitos.
 - **Ejercicio #6.** Calcule el módulo y la fase de la respuesta de un filtro con la función de sistema $H(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-8}$. Si la frecuencia de muestreo es $F_s = 1 \text{ kHz}$, determine las frecuencias de las sinusoides analógicas que no pueden pasar a través del filtro.
 - **Ejercicio #7.** Diseñe un filtro digital FIR que rechace una interferencia sinusoidal a 60 Hz muy intensa que contamina a una señal sinusoidal útil a 200 Hz . Determine la ganancia del filtro de modo que no varíe la amplitud de la señal útil. El filtro funciona a la frecuencia de muestreo $F_s = 500 \text{ muestras/s}$. Calcule la salida del filtro si la entrada es una senoide a 60 Hz o una senoide de 200 Hz con amplitud de unidad. ¿Cómo es el rendimiento del filtro en comparación con los requisitos?

- **Ejercicio #8.** Convierta el filtro paso alto con la función de sistema $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-az^{-1}}$, $a < 1$, en un filtro de hendidura que rechace la frecuencia $\omega_0 = \pi/4$ y sus armónicos.
 - a. Determine la ecuación de diferencias.
 - b. Dibuje el patrón de polos y ceros.
 - c. Dibuje el módulo de la respuesta para ambos filtros.
- **Ejercicio #9.** Se necesita un filtro digital de hendidura para eliminar un zumbido a 60 Hz no deseado asociado con la fuente de alimentación de una aplicación de registro ECG. La frecuencia de muestreo utilizada es $F_s = 500\text{ muestras/s}$.
 - a. Diseñe un filtro FIR de hendidura de segundo orden.
 - b. Diseñe un filtro de hendidura con polos y ceros de segundo orden para este propósito.

En ambos casos, seleccione la ganancia b_0 de modo que $|H(\omega)| = 1$ para $\omega = 0$.

- **Ejercicio #10.** Considere el sistema $y(n) = x(n) - 0.95x(n-6)$
 - a. Grafique su patrón de polos y ceros.
 - b. Dibuje el módulo de la respuesta en frecuencia.
 - c. Determine la función del sistema de su sistema inverso causal.
 - d. Dibuje el módulo de la respuesta en frecuencia del sistema inverso.
- **Ejercicio #11.** Determine e implemente un algoritmo recursivo que calcule la respuesta al impulso de un sistema LTI causal que produce la respuesta $y(n) = \{1, -1, 3, -1, 6\}$ cuando se excita con la señal de entrada $x(n) = \{1, 1, 2\}$. Grafique las funciones en una misma gráfica.
- **Ejercicio #12.** Implemente un oscilador digital que genere una frecuencia de salida de $\omega_0 = \pi/3$ y grafique dicha señal para 10 periodos de la misma. Debe definir el algoritmo generador a partir de la Figura 4.30 de las notas del curso.
- **Ejercicio #13.** Determine si los siguientes sistemas FIR son de fase mínima:
 - a. $h(n) = \{10, 9, -7, -8, 0, 5, 3\}$
 - b. $h(n) = \{5, 4, -3, -4, 0, 2, 1\}$