FI3104 Métodos Númericos para la Ciencia e Ingenieria
Tarea 6

Camila Sandivari
Profesor: Valentino Gonzalez
Profesor Auxiliar: Felipe Pesce
(Dated: 4 de noviembre de 2015)

El presente reporte muestra la resolucin de la ecuacin de Fisher-KPP, de reaccin y difusin. Para lograr el objetivo se debe discretizar usando mtodos distintos, la parte de la reaccin se resuelve con un mtodo de Euler explcito y la parte de la difusin con Cranck-Nickolson.

Procedimiento

Parte 1 Para resolver la ecuacin de Fisher-KPP (1) con sus respectivas condiciones iniciales, se implementa un algoritmo que resuelve la parte de difusin con mtodo Cranck-Nickolson y la de reaccin con mtodo Euler explcito.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu n - \mu n^2 \tag{1}$$

$$n(t,0) \quad = 1 \tag{2}$$
$$n(t,1) \quad = 0 \tag{3}$$
$$n(0,x) = e^{-x^2/0,1} \tag{4}$$

Con $n(x,t)$ la densidad de la especie en tiempo , μn la tendencia de la especie a crecer indefinidamente, $-\mu n^2$ el factor competencia debido al aumento de densidad de poblacin, y $\gamma \nabla n$ la tendencia de la especie a dispersarse para encontrar ms recursos.
Los mtodos de resolucin se obtienen de resolver la ecuacin (2) mediante discretizar de la forma mostrada en (3). Cuando el parmetro a es igual a 0 se tiene el mtodo de Euler explcito que resuelve la parte de reaccin del problema, y cuando a igual a 1 se conoce como mtodo Cranck-Nickolson y resuelve la parte de difusin del problema.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{5}$$

$$\frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{\epsilon} = \frac{a}{2}\left[\frac{T_{k+1}^{n+1} - 2T_k^{n+1} + T_{k-1}^{n+1}}{h^2}\right] + \frac{2-a}{2}\left[\frac{T_{k+1}^n - 2T_k^n + T_{k-1}^n}{h^2}\right] \tag{6}$$

El algoritmo implementado busca resolver ecuaciones parablicas lineales, asumiendo que son de la forma $A\vec{\varphi} = \vec{b}$ y buscando los parmetros que la ajustan a los casos particulares de cada problema a resolver.

Parte 2 El problema dos es anlogo al anterior pero se busca resolver el siguiente sistema:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu(n - n^3) \tag{7}$$

$$n(t,0) \quad = 0 \tag{8}$$
$$n(t,1) \quad = 0 \tag{9}$$
$$n(0,x) = \texttt{np.random.uniform(low=-0.3, high=0.3, size=Nx)} \tag{10}$$

Resultados

Parte 1 Se obtienen los gráficos para el espacio de fase en la figura 1, y la trayectoria en la figura 2, del oscilador de Van der Pool

Parte 2 Se obtiene para la solución del atractor de Lorenz, un gráfico utilizando las condiciones iniciales $[1, 1, 1]$ para las posiciones $[x, y, z]$

Conclusiones El método Runge-Kutta tanto en la versión implementada como la existente en librerías nos permite abordar problemas de integración bastante complejos y observar o visualizar el comportamiento de sistemas en este caso caóticos que pueden ser de interés. Se obtienen resultados que coinciden con los resultados obtenidos históricamente en la resolución de estos sistemas.