

# FI3104 Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

## Tarea 9

Camila Sandivari  
Profesor: Valentino Gonzalez  
Profesor Auxiliar: Felipe Pesce

En el presente informe se busca una buena aproximación de la constante de Hubble a partir de los datos que se han obtenido en distintas mediciones, cada vez más precisas debido a los métodos utilizados. Para esto se busca ajustar los datos obtenidos a un modelo que dependa de un parámetro ajustable, en este caso la constante de Hubble, y obtener el mejor ajuste en un proceso de minimización de la diferencia al cuadrado entre los datos y el modelo. Como los datos no son %100 precisos se introduce un error en la optimización que puede ser identificado, a partir del método de *bootstrap* se puede establecer el intervalo de confianza para utilizar el %95 de los datos.

### Procedimiento

**Parte 1 y 2** Se utilizan los datos originales de las mediciones de Hubble para la parte 1 y los datos que se obtienen usando el método con supernovas tipo 1 para la parte 2.

Se define una función con el modelo utilizado por Hubble,  $v = H_0 * D$  y  $D = v/H_0$ , con  $H_0$  la constante de Hubble, y se define la diferencia con los datos. Luego se utiliza la función *leastsquare*, del paquete de *scipy.optimize*, que utiliza el método del gradiente de Levenburg-Marquardt para minimizar la diferencia entre los datos y el modelo dada por la expresión (1), siendo el parámetro a variar la constante de Hubble. Como se utilizan las expresiones del modelo de Hubble en función de  $D$  y  $v$ , se utilizará el promedio de ambas estimaciones de la constante.

$$\chi^2 = \sum_i^n \left( \frac{(y_i - y(x_i, a_i))^2}{\sigma_i^2} \right) \quad (1)$$

Para establecer el intervalo de confianza se utiliza el algoritmo de *Bootstrap* que genera muestras sintéticas, usando los mismos datos pero reordenándolos aleatoriamente, para esto se utiliza la función *random* del paquete *numpy*.

**Parte 3** Una vez leídos los datos que se quieren extraer del archivo se identifican las bandas  $z$  e  $i$  con sus respectivos errores, para encontrar la línea que mejor ajusta los datos se utiliza la función *polyfit*, que entrega los coeficientes del ajuste. Para el intervalo de confianza se utiliza el método de montecarlo que genera muestras sintéticas a partir de cada punto de los datos que se tienen y su error respectivo, osea entrega números nuevos que están dentro del error de la medición original para generar una muestra que tenga la misma distribución que la original.

### Resultados y Discusion

**Parte 1 y 2** Se obtienen para ambas listas de datos una estimación de la constante de Hubble, se contrasta en la tabla 1 ambos resultados con el valor tabulado para  $H_0$ . Siendo una estimación bastante precisa la de la parte 2 con lo aceptado, esto se debe a que el método para obtenerla usando supernovas tipo 1 se acepta como bastante acertado. Se puede graficar el modelo que planteó Hubble y observar que la pendiente es la constante  $H_0$ .

$H_0$ parte 1 [ $\frac{km}{sMpc}$ ]	$H_0$ parte 2 [ $\frac{km}{sMpc}$ ]	$H_0$ Tabulada [ $\frac{km}{sMpc}$ ]
472.14	70.84	70

Cuadro I. Constante de Hubble para parte 1 y 2.

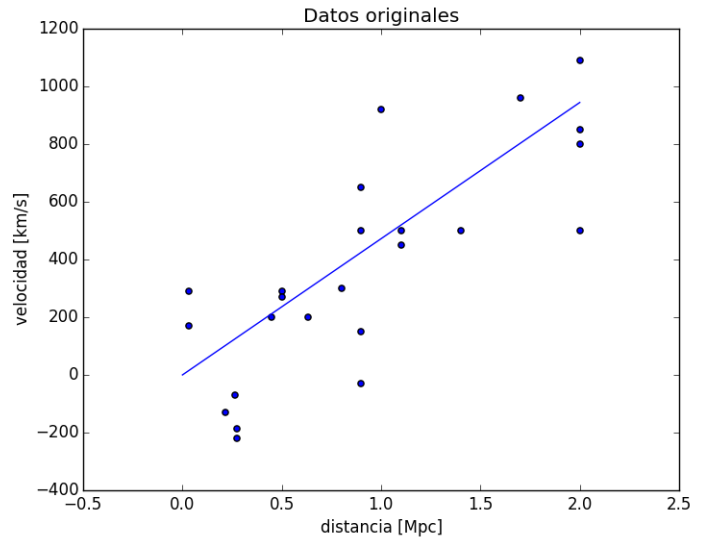


Figura 1. modelo parte 1

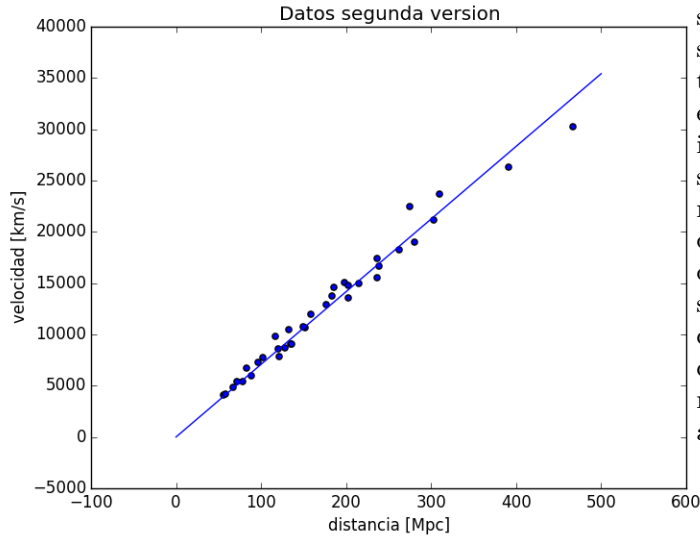


Figura 2. modelo parte 2

*Conclusiones* Para ajustar datos a modelos teóricos se encuentra un método conveniente al minimizar lo que se define como  $\chi^2$ , que es el cuadrado de la diferencia entre la función modelada y los datos experimentales. Para efectuar esta minimización hay variados mecanismos ya implementados que funcionan robustamente. En este caso se ajustaron datos al modelo de Hubble, buscando la minimización de  $\chi^2$  variando el parámetro de la constante de Hubble,  $H_0$ , que modela una relación entre la velocidad de recesión de las nebulosas y la distancia a la que se encuentran de la tierra. Debido a los errores de medición y de optimización se debe establecer un intervalo de confianza, que puede ser con el método de bootstrap o de montecarlo dependiendo de cuanta información respecto a los errores se maneja.