

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

CAMILLA BARRETO DE SOUSA

PROCESSAMENTO DE SINAIS DIGITAIS
RELATÓRIO A2 - FILTROS FIR

São José - SC

abril/2021

SUMÁRIO

1	DESCRIÇÃO	2
2	ESPECIFICAÇÕES E CÁLCULOS	3
2.1	Filtro Passa Baixa	3
2.2	Filtro Passa Faixa	4
3	RESULTADOS	6
3.1	Resposta em frequência	6
3.2	Diagrama de pólos e zeros	7
3.3	Resposta ao impulso	7
A	SCRIPTS	9

1 DESCRIÇÃO

Os filtros são componentes presentes em sistemas de comunicação e possuem diversas utilidades, a mais comum é a seleção ou exclusão de uma faixa de frequência desejada. Dependendo da faixa que o filtro fará sua seleção ele será definido como: passa baixa, passa alta, passa faixa ou rejeita faixa. Além disso o filtro pode ser analógico ou digital.

Este relatório apresenta resultados do projeto de dois filtros digitais FIR desenvolvidos no software MATLAB, sendo o primeiro um filtro passa baixa e o segundo um filtro passa faixa. No [Capítulo 2](#) são apresentadas as especificações dos projetos e os cálculos usados durante a elaboração. No [Capítulo 3](#) são apresentados os gráficos de resposta em frequência dos filtros a cada etapa e os resultados são relatados. Por fim, no [Apêndice A](#) é disponibilizado o link do repositório com os códigos usados no desenvolvimento.

2 ESPECIFICAÇÕES E CÁLCULOS

Nesse capítulo foram reunidos as especificações dos filtros FIR passa baixa digital e passa faixa digital além dos cálculos usados no desenvolvimento dos dois projetos.

2.1 Filtro Passa Baixa

As especificações do primeiro filtro estão na [Tabela 1](#), informando o tipo do filtro, modelo, frequências, atenuação e ganho.

Tipo	Digital
Resposta ao impulso	FIR
Resposta em frequência	Passa Baixa
Modelo de aproximação	Parks-McClellan
Frequência de Amostragem (f_a)	2kHz
Frequência de Passagem (f_p)	100Hz
Frequência de Rejeição (f_s)	500Hz
Atenuação de Passagem (A_p)	3dB
Atenuação de Rejeição (A_s)	40dB
Ganho de Topo (G_o)	-10dB

Tabela 1 – Especificações do Filtro Passa Baixa

O primeiro passo para projetar o filtro é definir os vetores de frequência, atenuação e desvio:

$$f = [f_p; f_s] \quad (2.1)$$

$$a = [1; 0] \quad (2.2)$$

$$dev = [(10^{(A_p/20)} - 1)/(10^{(A_p/20)} + 1); 10^{(-A_r/20)}] \quad (2.3)$$

Para obter a ordem do filtro (n), pontos de frequência normalizada (fo), resposta de amplitude (ao) e pesos (w) foi usada a função `firpmord`(f, a, dev, fa), como é mostrado abaixo:

$$[n, fo, ao, w] = \text{firpmord}(f, a, dev, fa) \quad (2.4)$$

A ordem encontrada foi $n = 4$. Os resultados foram usados na função `firpm`(n, fo, ao, w) para encontrar o numerador da função de transferência, que foi ajustado ao ganho de topo especificado no projeto ([Tabela 1](#)).

$$b = \text{firpm}(n, fo, ao, w) \longrightarrow b = b * 10^{(G_o/20)} \quad (2.5)$$

A função de transferência encontrada inicialmente foi:

$$H(z) = 0.0192z^4 + 0.0384z^3 + 0.04799z^2 + 0.0384z + 0.0192 \quad (2.6)$$

Como será visto na [Figura 1a](#) o filtro não atingiu os resultados esperados. Então para que o filtro ficasse dentro das especificações relatada na [Tabela 1](#), foi necessário ajustar as atenuações de passagem e de rejeição para os valores $A_p = A_p - 2.5$ e $A_r = A_r + 6$. Relizando os mesmos passos após a alteração no vetor *dev* ([Equação 2.3](#)), o resultado foi a função de transferência de ordem $n = 7$, como mostra:

$$H(z) = 0.00531z^7 + 0.02653z^6 + 0.05587z^5 + 0.07927z^4 + 0.07927z^3 + 0.05587z^2 + 0.02653z + 0.00531 \quad (2.7)$$

Observando os coeficientes da resposta em frequência é possível identificar que o filtro passa baixa é um fitro FIR tipo II, ou seja, do tipo simétrico de ordem ímpar.

2.2 Filtro Passa Faixa

As especificações do segundo filtro estão na [Tabela 2](#), informando o tipo do filtro, modelo, frequências, atenuação e ganho.

Tipo	Digital
Resposta ao impulso	FIR
Resposta em frequência	Passa Faixa
Modelo de aproximação	Parks-McClellan
Frequência de Amostragem (f_a)	4kHz
Frequência de Rejeição Inferior (f_{si})	0.4kHz
Frequência de Passagem Inferior (f_{pi})	0.8kHz
Frequência de Passagem Superior (f_{ps})	1kHz
Frequência de Rejeição Superior (f_{ss})	1.4kHz
Atenuação de Passagem (A_p)	3dB
Atenuação de Rejeição (A_s)	40dB
Ganho de Topo (G_o)	-10dB

Tabela 2 – Especificações do Filtro Passa Faixa

O primeiro passo para projetar o filtro é definir os vetores de frequência, atenuação e desvio:

$$f = [f_{ri}; f_{pi}; f_{ps}; f_{rs}] \quad (2.8)$$

$$a = [0; 1; 0] \quad (2.9)$$

$$dev = [10^{(-A_r/20)}; (10^{(A_p/20)} - 1)/(10^{(A_p/20)} + 1); 10^{(-A_r/20)}] \quad (2.10)$$

Para obter a ordem do filtro (n), pontos de frequência normalizada (fo), resposta de amplitude (ao) e pesos (w) foi usada a função `firpmord(f, a, dev, fa)`, como é mostrado abaixo:

$$[n, fo, ao, w] = \text{firpmord}(f, a, dev, fa) \quad (2.11)$$

A ordem encontrada foi $n = 10$. Os resultados foram usados na função `firpm(n, fo, ao, w)` para encontrar o numerador da função de transferência, que foi ajustado ao ganho de topo especificado no projeto ([Tabela 2](#)).

$$b = \text{firpm}(n, fo, ao, w) \longrightarrow b = b * 10^{(G_o/20)} \quad (2.12)$$

A função de transferência encontrada inicialmente foi:

$$\begin{aligned} H(z) = & 0.0090z^{10} + 0.0184z^9 - 0.0180z^8 - 0.0426z^7 + 0.0090z^6 \\ & + 0.0564z^5 + 0.0090z^4 - 0.0426z^3 - 0.0180z^2 + 0.0184z + 0.0090 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Porém, como o filtro não alcançou o resultado especificado na [Tabela 2](#), foi necessário ajustar a atenuações de passagem e de rejeição para os valores $A_p = A_p - 2$ e $A_r = A_r + 1$. Relizando os mesmos passos após a alteração no vetor *dev* ([Equação 2.10](#)), o resultado foi a função de transferência de ordem $n = 14$, como mostra:

$$\begin{aligned} H(z) = & -0.0056z^{14} - 0.0091z^{13} + 0.0188z^{12} + 0.0330z^{11} - 0.0252z^{10} - 0.0661z^9 + 0.0120z^8 \\ & + 0.0815z^7 + 0.0120z^6 - 0.0661z^5 - 0.0252z^4 + 0.0330z^3 + 0.0188z^2 - 0.0091z^1 - 0.0056 \end{aligned} \quad (2.14)$$

A resposta em frequência do filtro passa faixa apresenta um filtro simétrico de ordem par, ou seja, filtro FIR tipo I.

3 RESULTADOS

Os gráficos da resposta em frequência das etapas dos projetos dos filtros, relatados no [Capítulo 2](#) são apresentados nessa seção.

3.1 Resposta em frequência

A [Figura 1a](#) mostra a resposta em frequência do filtro passa baixa e a [Figura 1b](#) mostra a resposta em frequência do filtro passa faixa, ambas obtidas com as especificações iniciais da ([Tabela 1](#)) e da ([Tabela 2](#)) respectivamente.

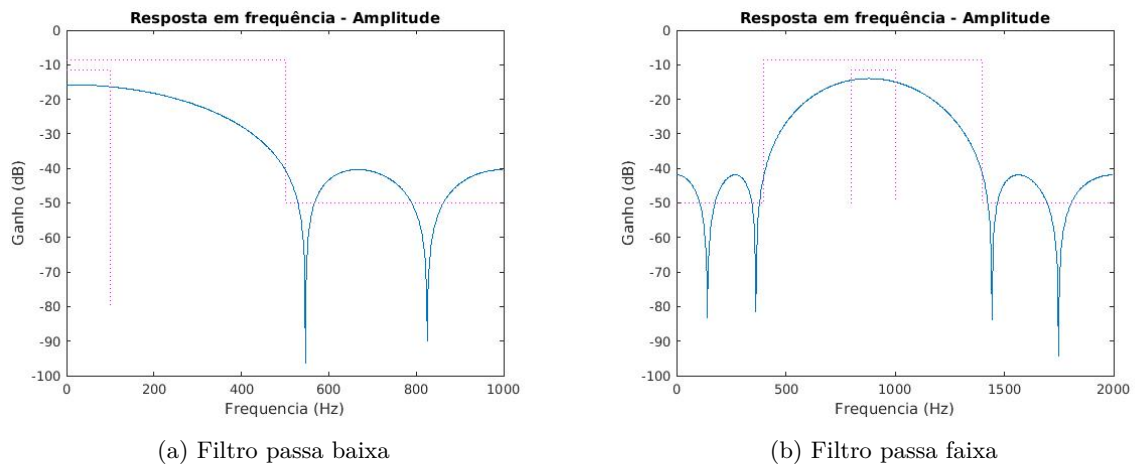


Figura 1 – Resposta em frequência dos filtros antes do ajuste

Porém nenhum dos projetos alcançou os resultados esperados. A ordem inicial do filtro passa baixa foi de $n = 4$, como mostrado após a [Equação 2.4](#). Já a ordem inicial do filtro passa faixa foi de $n = 10$, como mostrado após a [Equação 2.11](#).

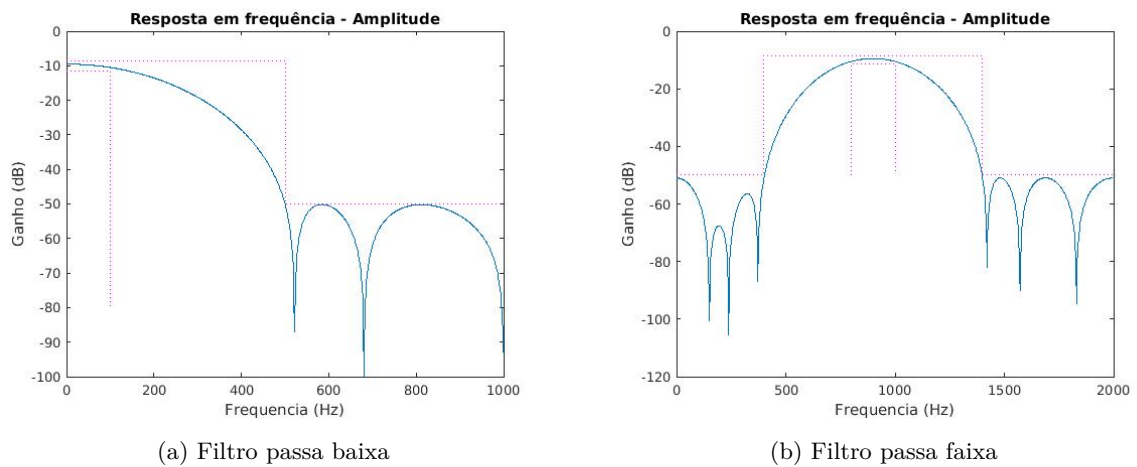


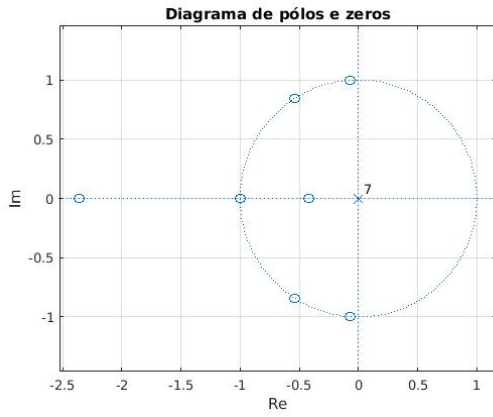
Figura 2 – Resposta em frequência dos filtros após o ajuste

Após ajustar as atenuações de passagem e rejeição dos dois filtros, como mostrado na [seção 2.1](#) e na [seção 2.2](#), foi possível obter resultados que satisfazem as especificações. A [Figura 2a](#) e a [Figura 2b](#)

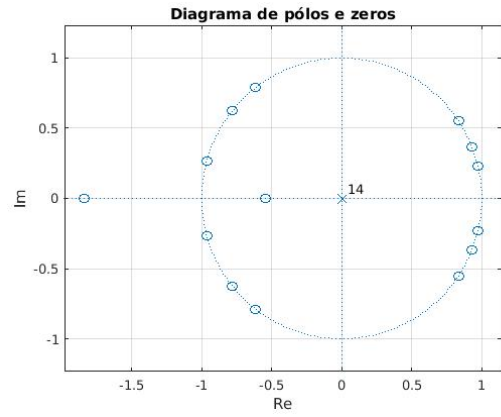
mostram a resposta em frequência dos filtros após os ajustes. A ordem final do filtro passa baixa foi de $n = 7$, como pode ser observado na [Equação 2.7](#) e apresentou atraso de grupo constante $AG = 3.5$. Já o filtro passa faixa obteve ordem final de $n = 14$, como pode ser observado na [Equação 2.14](#) e apresentou atraso de grupo constante $AG = 7$.

3.2 Diagrama de pólos e zeros

A [Figura 3a](#) e a [Figura 3b](#) mostram o diagrama de pólos e zeros dos filtros passa baixa e passa faixa. Nesses diagramas é possível identificar que os filtros são estáveis pois os pólos estão dentro do círculo unitário. Como os dois filtros foram projetados com a aproximação de Parks-McClellan, todos os pólos, ou seja, os coeficientes do denominador da função de transferência, estão centralizados no zero. Além disso ambos os filtros apresentam simetria quadrantal porque todos os zeros possuem seu par conjugado.



(a) Filtro passa baixa

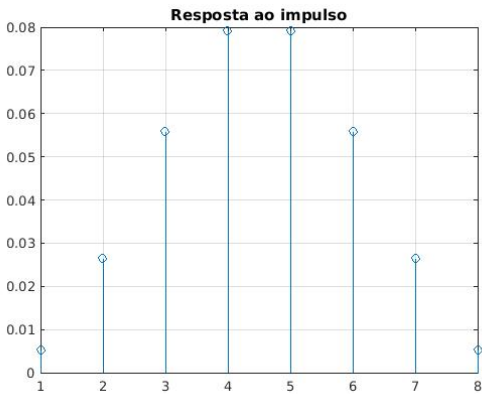


(b) Filtro passa faixa

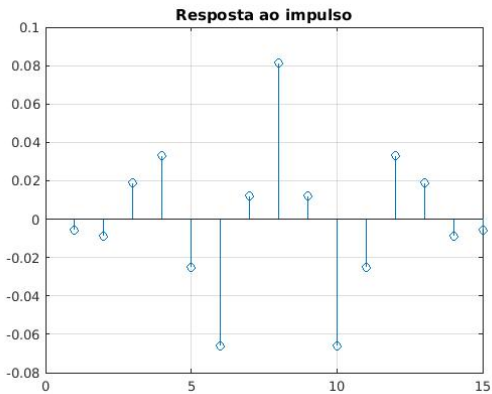
Figura 3 – Diagrama de polos e zeros

3.3 Resposta ao impulso

A resposta ao impulso dos filtros passa baixa e passa faixa são apresentados na [Figura 4a](#) e na [Figura 4b](#). Nesses gráficos pode ser identificado os tipos de filtro FIR. Os valores apresentados nos gráficos correspondem aos coeficientes da função de transferência. Como explicado no fim da [seção 2.1](#) e da [seção 2.2](#), o filtro passa baixa é FIR tipo II (simétrico de ordem ímpar) e o filtro passa faixa é FIR tipo I (simétrico de ordem par).



(a) Filtro passa baixa



(b) Filtro passa faixa

Figura 4 – Diagrama de polos e zeros

A *SCRIPTS*

Códigos dos projetos citadas neste relatório:

- Filtro Passa Baixa
- Filtro Passa Faixa