#### INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

CAMILLA BARRETO DE SOUSA

## SISTEMA DE COMUNICAÇÃO I RELATÓRIO I

# SUMÁRIO

1	DESCRIÇÃO
2	CONCEITOS TEÓRICOS
2.1	Sinais no tempo e na frequência
2.2	Energia e potência
2.3	Densidade espectral e Autocorrelação
2.4	Filtros
3	RESULTADOS
3.1	Simulação 1
3.2	Simulação 2
3.3	Simulação 3
Α	SCRIPTS

## 1 DESCRIÇÃO

Em sistemas de comunicação os sinais que contem informação passam por blocos com funções específicas que preparam o sinal original para a transmissão. No sistema de recepção existem blocos com a função de reverter as operações feitas na transmissão, assim recuperando o sinal original. Na transmissão um desses blocos é responsável por modular o sinal em uma frequência portadora, portanto na recepção um bloco específico é responsável por demodular o sinal. Em ambas as pontas de um sistema de comunicação são usados filtros para selecionar bandas de frequência específicas do sinal e impedir a passagem de outras.

Este relatório apresenta resultados de simulações feitas no software GNU Octave de operações feitas por blocos de filtragem, modulação e demodulação. No Capítulo 2 são apresentados conceitos teóricos que amparam as funcionalidades dos blocos e no Capítulo 3 são apresentados os resultados das simulações. Por último no Apêndice A estão os códigos usados nas simulações.

## 2 CONCEITOS TEÓRICOS

Nesse capítulo foram reunidos alguns conceitos teóricos de sinais e sistemas importantes para a realização das simulações.

#### 2.1 Sinais no tempo e na frequência

Um sinal x qualquer pode ser representado como x(t) no domínio do tempo e como X(f) no domínio da frequência, sendo que x(t) e X(f) formam um par de transformada de Fourier.

$$x(t) \iff X(f)$$
 (2.1)

Todos os sinais podem ser expressos como a soma de cossenos, portanto podemos analisar algumas propriedades de um sinal  $s(t) = \cos wt$  para entender o comportamento de outros sinais mais complexos. Um cosseno pode ser expresso no domínio do tempo como a soma de exponenciais complexas.

$$cos(wt) = \frac{e^{jwt} + e^{-jwt}}{2} \tag{2.2}$$

Isso indica que no domínio da frequência esse sinal será composto por um par de componentes simétricas ao centro (f=0), uma componente no lado positivo e outra no lado negativo do eixo. Em sinais compostos pela soma de cossenos com diferentes valores de wt existirão mais pares de componentes de frequência, mas a propriedade de simetria com eixo se mantem.

#### 2.2 Energia e potência

Os sinais são classificados como sinais de energia  $E_x$  ou de potencia  $P_x$  dependendo da existência de periodicidade. Quando o sinal é periódico o definimos como um sinal de potência, quando não possui periodicidade o definimos como um sinal de energia. Essas grandezas são expressas como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \tag{2.3}$$

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$$
 (2.4)

Podendo também serem calculadas no domínio da frequência como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \tag{2.5}$$

$$P_x = \sum_{n = -\infty}^{\infty} |c_n|^2 \tag{2.6}$$

#### 2.3 Densidade espectral e Autocorrelação

A densidade espectral define como a potência ou a energia de um sinal está distribuída no domínio da frequência. Com isso é possível analisar quais frequências compõem a maior parte do sinal.

A autocorrelação  $R_x(\tau)$  é uma grandeza que indica o quanto um sinal x(t) está correlacionado com  $x(t+\tau)$ . Portanto,  $R_x(\tau)$  não é uma função do tempo, mas uma função de diferença temporal entre um sinal qualquer e sua cópia deslocada no tempo.

Para sinais de energia, a densidade espectral  $\Psi_x(f)$  e a autocorrelação  $R_x(\tau)$  são definidas como:

$$\Psi_x(f) = |X^2(f)| \tag{2.7}$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)d\tau$$
 (2.8)

Para sinais de potência, a densidade espectral  $G_x(f)$  e a autocorrelação  $R_x(\tau)$  são definidas como:

$$G_x(f) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - nf_0)$$
(2.9)

$$R_x(\tau) = \frac{T}{2} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)d\tau$$
 (2.10)

Essas duas grandezas formam um par de transformada de Fourier.

$$R_x(\tau) \Longleftrightarrow \Psi_x(f)$$
 (2.11)

$$R_x(\tau) \iff G_x(f)$$
 (2.12)

#### 2.4 Filtros

Em sistemas lineares definimos x(t) como a entrada, y(t) como saída e h(t) como a resposta ao impulso do sistema. Essas partes do sistema possuem suas representações no domínio da frequência e formam a função de transferência do sistema.

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \tag{2.13}$$

Em um sistema que pretende filtrar um sinal de entrada, o H(f) deve se comportar como uma função no domínio da frequência que anula as frequências indesejadas e permite a passagem das frequências desejadas.

$$Y(f) = X(f)H(f) \tag{2.14}$$

## 3 RESULTADOS

Para demonstrar os conhecimentos de sinais e sistemas, abordados no Capítulo 2, foram elaborados três *scripts* no software GNU Octave simulando sinais e blocos de funcionalidades de um sistema de comunicação. Os *scripts* estão reunidos no Apêndice A.

#### 3.1 Simulação 1

A primeiro simulação consistiu em criar um sinal composto pela somatória de 3 cossenos e plotar no domínio do tempo e da frequência. O sinal foi definido como  $s(t) = 6\cos(\theta) + 2\cos(3\theta) + 4\cos(5\theta)$ , sendo  $\theta = 2\pi f t$  e f = 1kHz3.

A, sendo eles um frequência de amostragem escolhida um para a construção do sinal tinha a taxa N=100 vezes a frequência mais alta das componentes do sinal, portanto  $f_s=N\times 5kHz$ , respeitando o teorema de Nyquist.

A Figura 1 mostra no domínio do tempo e da frequência cada um dos cossenos que o compoem o sinal s(t) = s1(t) + s2(t) + s3(t) além do próprio sinal resultante. No domínio da frequência o sinal S(f) possui pares de componentes em  $\pm 1kHz$ ,  $\pm 3kHz$  e  $\pm 5kHz$ , que são as componentes dos cossenos puros que o formam.

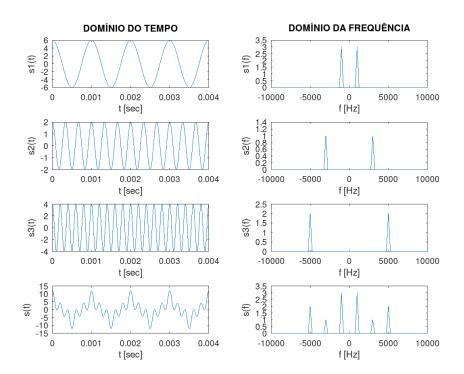


Figura 1 – Sinais s1, s2, s3 e s representados nos domínios do tempo e frequência

O sinal s(t) é um sinal periódico, portanto classificado como um sinal de potência. O valor de potência encontrada foi Px = 28.058 e a densidade espectral é mostrada na Figura 2.

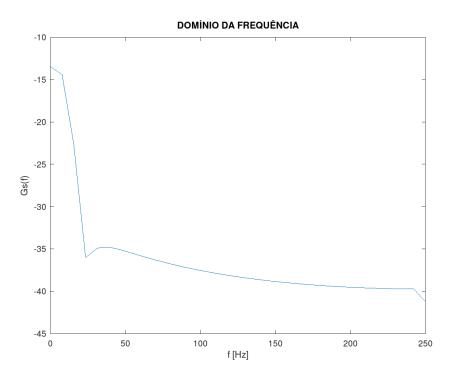


Figura 2 – Densidade espectral de potência

#### 3.2 Simulação 2

Na segunda simulação também foi criado um sinal de entrada composto pela somatória de 3 cossenos. Foram implementados 3 tipos de filtro onde cada um tinha como objetivo recuperar um par de componentes de frequência do sinal de entrada, resultando em um cosseno puro. O sinal foi definido como  $s(t) = 5\cos(\theta) + \tfrac{5}{3}\cos(3\theta) + \cos(5\theta), \text{ sendo } \theta = 2\pi ft \text{ e } f = 1kHz.$ 

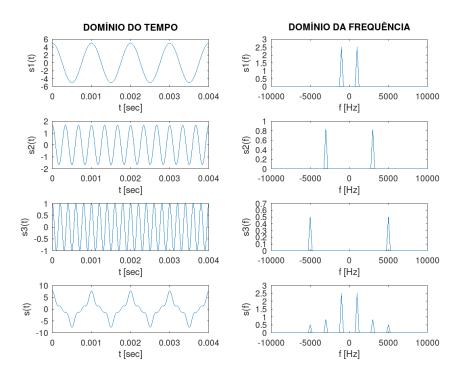


Figura 3 – Sinais  $s1, \, s2, \, s3$  e s representados nos domínios do tempo e frequência

A frequência de amostragem escolhida para a construção do sinal tinha a taxa N = 100 vezes a frequência mais alta das componentes do sinal, portanto  $f_s = N \times 5kHz$ , respeitando o teorema de Nyquist.

A Figura 3 mostra no domínio do tempo e da frequência cada um dos cossenos que o compoem o sinal s(t) = s1(t) + s2(t) + s3(t) além do próprio sinal resultante. No domínio da frequência o sinal S(f) possui pares de componentes em  $\pm 1kHz$ ,  $\pm 3kHz$  e  $\pm 5kHz$ , que são as componentes dos cossenos puros que o formam.

Foram projetados 3 filtros ideais, sendo eles um passa baixa (fc = 2kHz), um passa faixa  $(fc_1 = 2kHz)$  e um passa alta (fc = 4kHz). Na Figura 4 são mostrados as suas respectivas respostas em frequência.

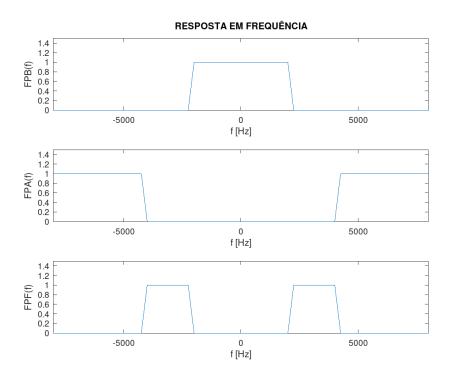


Figura 4 – legenda

O sinal de entrada foi multiplicado por cada um dos filtros individualmente, o que resultou na separação dos cossenos que compunham o sinal original em três sinais diferentes. Os sinais de saída de cada um dos filtros é apresentada na Figura 5.

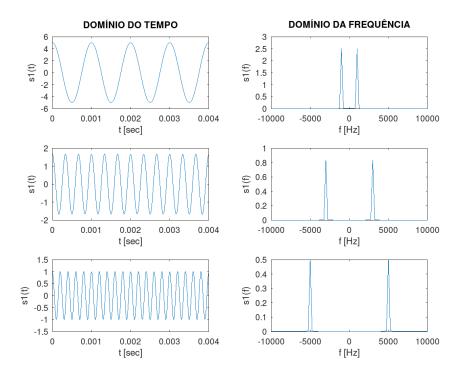


Figura 5 – Sinais de saída dos filtros passa baixa, passa faixa e passa alta, respectivamente.

#### 3.3 Simulação 3

A última simulação tinha o intuito de gerar um sinal ruído de 1 segundo com distribuição normal com taxa de amostragem de 10kHz e apresentar sua autocorrelação. Por fim construir um filtro passa baixa não ideal para eliminar as altas frequências do ruído.

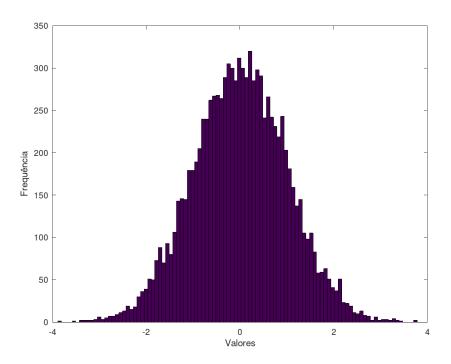


Figura 6 – Histograma do sinal ruído

Na Figura 6 é apresentado o histograma do sinal ruído gerado com média zero e variância um. Na Figura 4 temos sua representação no domínio do tempo e da frequência.

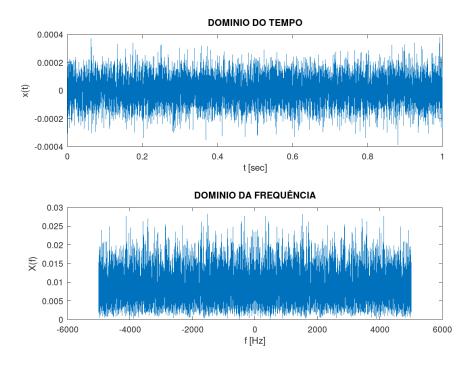


Figura 7 – Ruído no domínio do tempo e da frequência

Na figura Figura 8 é apresentado a autocorrelação do ruído como um impulso em zero, o que era o esperado por ser um sinal aleatório.

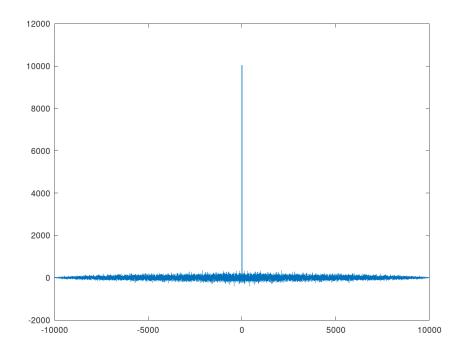


Figura 8 – Autocorrelação do ruído

O sinal ruído passou por um filtro passa baixa não ideal que apresenta a resposta em frequência

mostrada na Figura 9.

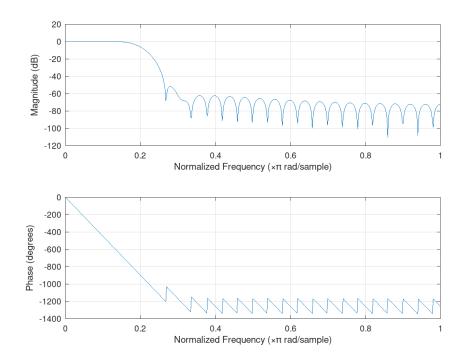


Figura 9 – Resposta em frequência do filtro passa baixa não ideal

 $\label{eq:composition} Após o processo de filtragem o sinal de saída apresentou frequências mais baixas como mostra a Figura 10.$ 

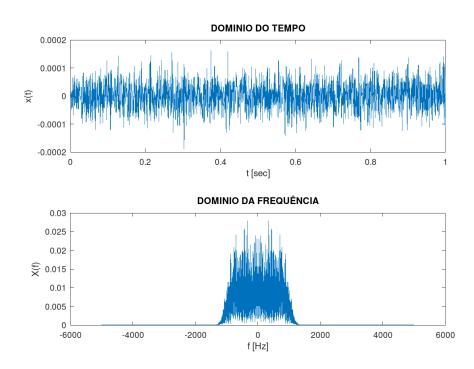


Figura 10 – Sinal ruído após o processo de filtragem

Também é possível observar os efeitos da filtragem no histograma do sinal apresentado na Figura 11, onde a maior parte dos valores se concentram entre -1 e 1.

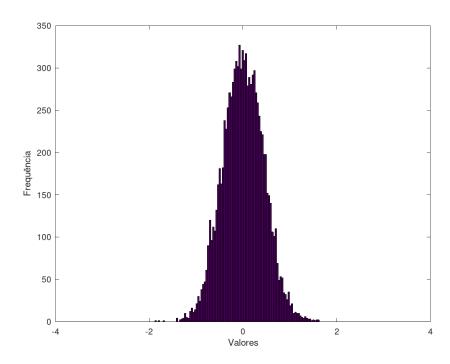


Figura 11 – Histograma do sinal ruído após o processo de filtragem

## A SCRIPTS

Códigos das simulações citadas neste relatório:

- Simulação  $1\,$
- Simulação  $2\,$
- Simulação 3