Modelo de Otimização Inteira Mista para Roteiro de Viagem

1 Modelo de Agenda de voos (hora de saída + duração) e tempo de chegada

1.1 Parâmetros do Modelo

- $F_{i,j}$: conjunto de voos candidatos da cidade i para j.
- $\mathrm{DEP}_{i,j,f}$: horário (timestamp) de partida do voo $f \in F_{i,j}$.
- $\mathrm{DUR}_{i,j,f}$: duração do voo $f \in F_{i,j}$.
- $C_{i,j,f}$: custo do voo $f \in F_{i,j}$.
- τ: horas por dia (tipicamente $\tau = 24$).
- M: constante Big-M (escolher $\geq$ horizonte máximo).

1.2 Variáveis específicas do Modelo (B)

- $x_{i,j,f} \in \{0,1\}$: 1 se o voo $f \in F_{i,j}$ é usado no trecho $i \to j$.
- $t_i \geq 0$: instante de chegada/início de permanência na cidade i.
- $X_{i,j} \in [0,1]$: arco agregado, definido por $X_{i,j} = \sum_{f \in F_{i,j}} x_{i,j,f}$.
- $d_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: quantidade de dias contínuo
- $dias_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$: quantidade de dias discreto

1.3 Funções objetivo

Custo

$$\text{CUSTO} = \sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{f \in F_{i,j}} C_{i,j,f}\, x_{i,j,f} + \sum_{i \in V} C_i^{hotel}\, dias_i + \sum_{i \in V} C_i^{food}\, (n_A + \alpha n_C)\, dias_i + \sum_i C_i^{transfer} \cdot y_i \tag{1}$$

Tempo (em voo)

$$\text{TEMPO} = \sum_{i \in V} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{f \in F_{i,j}} \mathrm{DUR}_{i,j,f}\, x_{i,j,f}. \tag{2}$$

1.4 Restrições

Início e fim (rota aberta)

$$\sum_{i \in V} s_i = 1, \qquad \sum_{i \in V} e_i = 1, \tag{3}$$

$$s_i \leq y_i, \qquad e_i \leq y_i \qquad \forall i \in V. \tag{4}$$

Definição do arco agregado e no máximo um voo por par origem destino

$$X_{i,j} = \sum_{f \in F_{i,j}} x_{i,j,f} \qquad \forall i, j \in V,\ i \neq j, \tag{5}$$

$$\sum_{f \in F_{i,j}} x_{i,j,f} \leq 1 \qquad \forall i, j \in V,\ i \neq j. \tag{6}$$

Conservação de fluxo (entrada/saída por cidade)

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} X_{j,i} = y_i - s_i \qquad \forall i \in V, \tag{7}$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} X_{i,j} = y_i - e_i \qquad \forall i \in V. \tag{8}$$

Eliminação de subtours (MTZ) em $X_{i,j}$

$$u_i - u_j + |V|\, X_{i,j} \leq |V| - 1 \qquad \forall i, j \in V,\ i \neq j, \tag{9}$$

$$0 \leq u_i \leq |V|\, y_i \qquad \forall i \in V. \tag{10}$$

(Para fixar o início)

$$u_i \leq |V|\,(1 - s_i) \qquad \forall i \in V. \tag{11}$$

Dias como decisão

$$d_i \leq d_i^{max}\, y_i \qquad \forall i \in V, \tag{12}$$

$$d_i \geq d_i^{min}\, y_i \qquad \forall i \in V. \tag{13}$$

Dias inteiros contados

$$dias_i \geq d_i \qquad \forall i \in V. \tag{14}$$

Total de dias

$$\sum_{i \in V} d_i = D \quad \text{(e)} \quad 0 \leq d_i \leq D^{max}. \tag{15}$$

Sequenciamento com horário de partida e chegada o tempo de permanência na cidade i é dado como:

$$S_i = \tau\, d_i \qquad \forall i \in V. \tag{16}$$

Para todo $i, j \in V$ com $i \neq j$ e todo voo $f \in F_{i,j}$:

$$t_i + S_i \leq \mathrm{DEP}_{i,j,f} + M\,(1 - x_{i,j,f}), \tag{17}$$

$$t_j \geq \mathrm{DEP}_{i,j,f} + \mathrm{DUR}_{i,j,f} - M\,(1 - x_{i,j,f}). \tag{18}$$

Fixação do início Fixar o instante inicial como 0 na cidade inicial:

$$t_i \leq M\,(1 - s_i) \qquad \forall i \in V, \tag{19}$$

fazendo $t_i \approx 0$ para a cidade com $s_i = 1$.