

## Numeri di Figonacci (figonacci)

Limite di tempo: 1.0 secondi  
Limite di memoria: 256 MiB

Dopo l'ultimo seminario di teoria dei numeri, Giorgio è rimasto affascinato dallo studio della sequenza dei numeri di Fibonacci. Pertanto, per non essere da meno, introduce una nuova sequenza di numeri secondo lui ancora più interessante: i numeri di *Figonacci*. Come per i loro quasi-omonimi, l' $(n+1)$ -esimo numero di Figonacci  $G_{n+1}$  si calcola a partire dai precedenti (eccezion fatta per i primi due numeri di Figonacci, che sono valori fissati a  $G_0 = -1$  e  $G_1 = 0$ ). La regola che stabilisce il valore di  $G_{n+1}$ , tuttavia, è diversa da quella dei numeri di Fibonacci:  $G_{n+1}$  è pari alla somma di tutte le possibili differenze tra il numero di Figonacci immediatamente precedente e quelli ancora prima. In formule:

$$\begin{aligned} G_{n+1} &= \sum_{i=0}^{n-1} (G_n - G_i) \\ &= (G_n - G_{n-1}) + (G_n - G_{n-2}) + \dots + (G_n - G_2) + (G_n - G_1) + (G_n - G_0) \end{aligned}$$

I primi numeri che si ottengono da questa sequenza sono quindi  $-1, 0, 1, 3, 9, \dots$  ed è facile vedere che crescono molto rapidamente. Ma questo non è un problema per Giorgio, che è interessato ad usarli per problemi di teoria dei numeri, e a cui quindi interessa soltanto il valore modulo  $M$  di questi numeri.

Aiuta la sua ricerca calcolando il valore dell' $N$ -esimo numero di Figonacci  $G_N$  modulo  $M$ .

### Dati di input

Il file `input.txt` è composto da un'unica riga contenente i due numeri interi  $N$  ed  $M$ .

### Dati di output

Il file `output.txt` è composto da un'unica riga contenente un unico intero, la risposta a questo problema.

### Implementazione

Dovrai sottoporre esattamente un file con estensione `.c`, `.cpp` o `.pas`.

📎 Tra gli allegati a questo task troverai un template (`figonacci.c`, `figonacci.cpp`, `figonacci.pas`) con un esempio di implementazione da completare.

Se sceglierai di utilizzare il template, dovrai implementare la seguente funzione:

C/C++	<code>int enumera(int N, int M);</code>
Pascal	<code>function enumera(N, M: longint): longint;</code>

In cui:

- L'intero  $N$  rappresenta l'indice del numero di Figonacci a cui Giorgio è interessato.
- L'intero  $M$  rappresenta il modulo con il quale va ridotto quel numero.
- La funzione dovrà restituire il valore di  $G_N$  modulo  $M$ , che verrà stampato sul file di output.

## Assunzioni

- $2 \leq N \leq 1\,000\,000$ .
- $2 \leq M \leq 40\,000$ .

## Assegnazione del punteggio

Il tuo programma verrà testato su diversi test case raggruppati in subtask. Per ottenere il punteggio relativo ad un subtask, è necessario risolvere correttamente tutti i test relativi ad esso.

- **Subtask 1 [10 punti]:** Casi d'esempio.
- **Subtask 2 [20 punti]:**  $N \leq 10$ .
- **Subtask 3 [40 punti]:**  $N \leq 100$ .
- **Subtask 4 [30 punti]:** Nessuna limitazione specifica.

## Esempi di input/output

input.txt	output.txt
3 10	3
input.txt	output.txt
4 3	0
input.txt	output.txt
5 9	6

## Spiegazione

Nel **primo caso di esempio**,  $G_3 = 3$  che modulo 10 resta 3.

Nel **secondo caso di esempio**,  $G_4 = 9$  che modulo 3 fa 0.

Nel **terzo caso di esempio**,  $G_5 = 33$  che modulo 9 fa 6.

## Note

L'operazione di modulo si calcola con l'operatore % in C/C++ e mod in Pascal. Notare che in entrambi i casi può dare risultati non corretti se l'argomento è negativo (il che può succedere per diversi motivi). Un modo per risolvere questo problema è usare il seguente codice:

C/C++	$(GN \% M + M) \% M$
Pascal	$(GN \bmod M + M) \bmod M$

L'operazione di modulo, inoltre, ha le seguenti proprietà (molto utili per evitare *integer overflow* quando si vogliono calcolare numeri molto grandi):

- $(A + B) \bmod M = (A \bmod M + B \bmod M) \bmod M$
- $(A \cdot B) \bmod M = (A \bmod M \cdot B \bmod M) \bmod M$