

# INFORME CINEMÁTICA GALÁCTICA

## Tarea 2

Estudiante: Camilo Núñez Barra  
RUT: 20.533.326-6  
Profesor: Leonardo Bronfman  
Auxiliar: Paulina Palma  
Curso: AS3201 Astronomía Experimental  
Fecha: 30 de mayo de 2021

## 1. Introducción

La visión que se tiene desde la Tierra de la Vía Láctea tiene franjas de oscuridad, que en un principio no se sabía si eran agujeros o materia interviniente. Esto se denomina el dilema de Bernard (1900) y fue resuelto en 1937 por Eddington con la conclusión de que es materia la que está absorbiendo.

La Galaxia está formada principalmente por hidrógeno molecular gaseoso  $H_2$ , además de otros gases, polvo, muchas estrellas, sistemas solares, nebulosas y asteroides, todos agrupados gracias a la fuerza de gravedad existente. A menor escala, las nubes frías de hidrógeno gaseoso son importantes porque pueden indicar el lugar de nacimiento de estrellas debido a colapsos gravitacionales, además, en los brazos espirales se forman estrellas de alta masa. A gran escala, estas nubes delimitan la estructura de la galaxia.

La molécula de hidrógeno no se puede observar directamente porque la atmósfera bloquea sus transiciones en el ultravioleta, además, es una molécula simétrica y su centro de masa coincide con su centro de carga, por lo que tiene momento dipolar nulo y la probabilidad de transiciones cuadrupolares es muy baja.

El monóxido de carbono CO es la segunda molécula más abundante. En cambio, el CO tiene un momento de dipolo fuerte y transiciones distintas frecuencias. La abundancia del CO relativa al  $H_2$  es aproximadamente  $10^{-4}$ . La densidad de columna de hidrógeno  $N(H_2)$  es

proporcional a la temperatura integrada de monóxido de carbono  $W(CO)$  mediante el factor de conversión  $\chi$  que se puede calcular y vale aproximadamente  $2 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ km}^{-1} \text{ s}$ , por lo tanto se puede usar el CO como trazador de  $H_2$  pues mediante la medición de  $W(CO)$  se obtiene la densidad de columna de hidrógeno y, junto con el área proyectada de la nube de gas, la cantidad de partículas de hidrógeno, que permite calcular directamente la masa de la nube.

El plano galáctico es donde se concentra la mayor parte de las estrellas de la Galaxia y además pasa por el centro de masa de esta.

El sistema de coordenadas galácticas tiene al Sol como su origen y se compone de las coordenadas de longitud galáctica  $l$  y latitud galáctica  $b$ . La longitud es un ángulo medido en sentido antihorario respecto al eje que se forma desde el Sol hasta el centro de la Galaxia, tomando valores en el rango  $0^\circ \leq l \leq 360^\circ$ . La latitud es un ángulo en grados medido con respecto al plano galáctico y toma valores positivos al norte y negativos al sur, en un rango  $-90^\circ \leq b \leq 90^\circ$ .

Los cuadrantes galácticos son la división de la Vía Láctea en cuatro sectores circulares, que se describen usando números ordinales o romanos y son: primer cuadrante galáctico,  $0^\circ \leq l \leq 90^\circ$ ; segundo cuadrante galáctico,  $90^\circ \leq l \leq 180^\circ$ ; tercer cuadrante galáctico,  $180^\circ \leq l \leq 270^\circ$ ; cuarto cuadrante galáctico,  $270^\circ \leq l \leq 360^\circ$ .

El cuarto cuadrante galáctico es visible mayoritaria-

mente solo desde el hemisferio sur y corresponde a la zona de observación para las mediciones provistas por el equipo docente.

Se tiene un cubo de datos FITS con mediciones de la transición rotacional fundamental en 115 GHz del monóxido de carbono denominada CO(J=1→0), para valores de 385 longitudes desde 300° hasta 348° equiespaciadas por 0,125°, 33 latitudes de −2° a 2° equiespaciadas por 0,125° y 306 velocidades desde −230,7985 km s<sup>−1</sup> hasta 165,8235 km s<sup>−1</sup> equiespaciadas por 1,3004 km s<sup>−1</sup>. La velocidad es una interpolación lineal que se puede obtener gracias al efecto Doppler, que establece,  $\Delta\nu/\nu_0 = -\Delta v/c$ , donde  $\nu$  es la frecuencia observada,  $\nu_0$  la frecuencia en reposo de la transición en laboratorio,  $\Delta\nu$  su diferencia,  $\Delta v$  la diferencia entre la velocidad radial de la fuente y la velocidad del receptor en la misma dirección, y  $c$  la velocidad de la luz.

Los datos de temperatura se encuentran desplazados al azul, es decir,  $\Delta v < 0$ , puesto que la fuente se está acercando en el cuarto cuadrante, ya que la galaxia está rotando y el gas entra y sale de los espirales con velocidad angular mayor en el centro que en los extremos, lo que se denomina rotación diferencial.

Las velocidades están medidas en el sistema de referencia LSR (*Local Standard of Rest*, reposo local), para la velocidad de una partícula ficticia que se mueve alrededor del plano de la Vía Láctea en la órbita circular cerrada que pasa a través de la posición actual del Sol. Se usa la simplificación de movimiento puramente circular, aunque el Sol sigue una órbita de excentricidad menor a la décima.

La velocidad peculiar del Sol con respecto al LSR es aproximadamente 16,5 km s<sup>−1</sup> con movimiento propio hacia  $l = 55^\circ$  y  $b = 25^\circ$ . Actualmente la IAU define la velocidad rotacional del Sol como  $v_\odot^{\text{rot}} = 220 \text{ km s}^{-1}$  con respecto al centro de la galaxia y en sentido horario si se observa desde el polo norte galáctico, y el radio galactocéntrico del Sol como  $R_\odot = 8,5 \text{ kpc}$ .

La curva de rotación de la Galaxia permite estudiar su cinemática y características del material que está rotando, tal como la cantidad de vorticidad y *shear* para cada radio galactocéntrico, que regulan la estabilidad gravitacional de la rotación diferencial del disco galáctico gaseoso, determinando así la forma y distribución del mismo a grandes escalas.

La derivación de la curva de rotación necesita determinar la velocidad terminal, que es la máxima velocidad absoluta de las velocidades radiales del lado del corrimiento al azul del espectro a cierta longitud y latitud dadas y que cumple con ser cinco veces mayor al nivel de temperatura de ruido, permitiendo así para cada longitud obtener el máximo maximorum entre todas las latitudes. Esta velocidad es a lo largo de la línea de visión corresponden a puntos que, bajo la suposición de movimiento circular puro, son tangentes a las circunferencias galactocéntricas y se denominan

puntos subcentrales.

Este informe primero deriva la curva de rotación galáctica, para luego obtener la corrugación de la Galaxia a partir de los puntos de la curva anterior y finalmente ajustar la curva a cinco modelos de distribución de masa de la Galaxia, obteniendo que el mejor conforma considera una masa puntual en el centro de la Galaxia y un disco uniforme alrededor.

## 2. Curva de rotación

### 2.1. Marco teórico

Sea  $P$  un punto a través de la línea de visión a longitud  $l$  y de distancia galactocéntrica  $R = R_\odot \sin l$ . Se supone  $P$  bajo un movimiento puramente circular con velocidad  $v_{\text{rot}}(R)$ , denominada velocidad rotacional, cuya componente a lo largo de la línea de visión con respecto al LSR, es decir, su velocidad radial medible a través del efecto Doppler, es  $v_{\text{LSR}}$ , formando un ángulo  $\alpha$  entre ambas, por lo tanto, contrarrestando la velocidad del Sol  $v_\odot$  relativa a la línea de visión,

$$v_{\text{LSR}}(R) = v(R) \cos \alpha - v_\odot \sin l. \quad (2.1)$$

Sea  $\beta$  el ángulo interior que forma el Sol, el punto  $P$  y el centro galáctico. Se aprecia que  $\beta = 90 + \alpha$ , y, usando el teorema del seno,

$$\frac{\sin l}{R} \equiv \frac{\sin \beta}{R_\odot} = \frac{\cos \alpha}{R_\odot}, \quad (2.2)$$

de modo que la ecuación 2.1 se reescribe como,

$$v_{\text{LSR}}(R) = v(R) \frac{R_\odot \sin l}{R} - v_\odot \sin l, \quad (2.3)$$

y, definiendo la velocidad angular mediante la siguiente relación,

$$v(R) = \omega(R)R, \quad (2.4)$$

se obtiene la ecuación maestra de la cinemática de la Galaxia,

$$v_{\text{LSR}}(R) = (\omega(R) - \omega(R_\odot)) R_\odot \sin l. \quad (2.5)$$

Para una misma velocidad  $v_{\text{LSR}}(R)$ , existe una doble ambigüedad en la distancia heliocéntrica  $D$  del punto  $P$  que le corresponde, pues, dentro del círculo solar, la línea de visión intersecta a la circunferencia de radio  $R$  en un punto cercano y en otro lejano. Esto no ocurre fuera del círculo solar.

Es importante determinar la distancia  $D$  para poder calcular la densidad numérica y densidad de masa gracias a la luminosidad, y, si no se determina, solo se puede calcular la densidad de columna.

Sea  $D_N$  la distancia cercana y  $D_F$  la distancia lejana. Geométricamente, se obtiene,

$$D_F = R_\odot \cos l \pm \sqrt{R^2 - R_\odot^2 \sin^2 l} \quad (2.6)$$

La velocidad máxima  $v_{\text{LSR}}^{\text{máx}}(R)$  que se puede medir en la línea de visión ocurre en el punto  $P$  sobre esta que tiene la menor distancia galactocéntrica  $R_{\text{mín}} = R_{\odot} \sin l$ , suponiendo  $\omega$  monótonicamente decreciente con respecto a  $R$ . Este punto se denomina punto subcentral. Su distancia heliocéntrica es  $D_{\text{N}} = D_{\text{F}} = R_{\odot} \cos l = D_{\text{tan}}$  y su velocidad tangencial o rotacional es, gracias a la ecuación 2.3.

$$v_{\text{rot}}(R_{\odot} \sin l) = v_{\text{LSR}}(R_{\odot} \sin l) + v_{\odot} \sin l, \quad (2.7)$$

y su velocidad angular es,

$$\omega(R_{\odot} \sin l) = \frac{v_{\text{LSR}}}{R_{\odot} \sin l} + \omega(R_{\odot}). \quad (2.8)$$

Las velocidades rotacionales permitidas en la galaxia interna, en donde  $R < R_{\odot}$  y luego  $\omega(R) > \omega(R_{\odot})$ , para el cuarto cuadrante galáctico, en donde las longitudes está en el rango  $270^\circ < l < 360^\circ$ , de modo que  $\sin l < 0$ , cumplen, según la ecuación 2.5, con  $v_{\text{rot}} < v(R) < 0$ .

## 2.2. Detalle del algoritmo

La curva de rotación se deriva de las velocidades terminales del espectro de CO para cada longitud galáctica  $l$ . El cuarto cuadrante galáctico tiene emisión con corrimiento al azul, por lo tanto, se escogen las velocidades terminales más negativas posibles para cada espectro y que cumplan cierta condición que se explica a continuación. El procedimiento corresponde al código 1.

Se utiliza la técnica de *sigma clipping* para obtener la base de ruido de los espectros con un número de tres y media desviaciones estándar para el límite de recorte tanto superior como inferior, además de las iteraciones necesarias para que el algoritmo converja. Suponiendo que el promedio del ruido se anula, entonces la temperatura de ruido o valor RMS del ruido es igual a la desviación estándar del mismo.

La velocidad terminal se define para cada longitud  $l$  y para cada latitud  $b$  como aquella velocidad del primer punto del espectro de emisión cuya temperatura sea cinco veces mayor a la temperatura de ruido, considerando primero las velocidades del lado del corrimiento al azul del espectro, es decir, recorriendo el espectro desde la velocidad más negativa a la más positiva. Esta condición se muestra en la figura 1.

A continuación, se escoge para cada longitud  $l$  el máximo maximorum entre las velocidades terminales de todas las latitudes  $b$ .

## 2.3. Curva de rotación: $v_{\text{rot}}$ vs. $R$ y $\omega$ vs. $R$

Se usa la ecuación 2.7 y los máximos maximorum de velocidades terminales para graficar en la figura 2 las velocidades rotacionales para cada longitud.

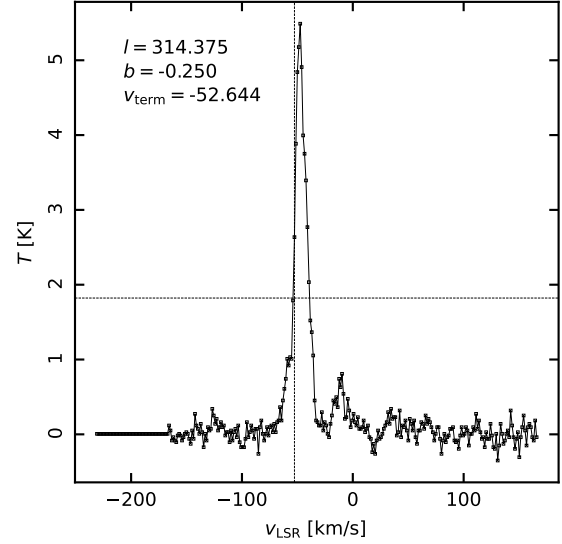


Figura 1: Un típico espectro de emisión, para las coordenadas  $l = 314,385^\circ$  y  $b = -0,250^\circ$ , con la condición para elegir la velocidad terminal. La línea discontinua horizontal representa un nivel de  $5\sigma$  de ruido. La primera temperatura del lado del corrimiento al azul en superar esta condición ocurre a una velocidad  $v_{\text{LSR}} = -52,644 \text{ km s}^{-1}$ , que corresponde a la línea discontinua vertical.

Se utiliza la ecuación 2.8 junto con los máximos maximorum de velocidades terminales para graficar en la figura 3 las velocidades angulares para cada longitud.

## 3. Corrugación del plano

### 3.1. Marco teórico

El disco galáctico no es plano, sino que tiene una corrugación de aproximadamente 150 pc, que es mucho menor comparado con los aproximadamente 15 kpc de radio. La corrugación de la altura  $Z$  a través la distancia galactocéntrica  $R$  se puede asimilar a un parche de un tambor de espesor minimal, puesto que la Galaxia tiene una estructura ondulatoria que depende en coordenadas cilíndricas de  $\theta$  y  $r$  y que funciona como una onda espiral de densidad y en  $R$  hay modos normales de vibración, luego, se puede expresar analíticamente como una composición de funciones de Bessel, pero para este informe se hace un análisis más sencillo a partir de los datos medidos.

Gracias al algoritmo de la sección anterior, se toma como la posición de densidad máxima para cada longitud  $l$  a la latitud  $b$  donde se encuentra el máximo maximorum de velocidad terminal.

Se sabe también de la sección anterior que en este punto subcentral tangente al círculo la distancia galac-

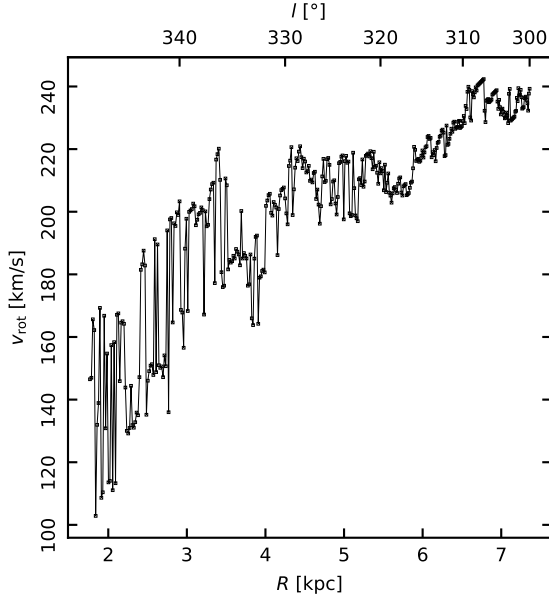


Figura 2: Curva de rotación del cuarto cuadrante galáctico. Velocidad rotacional, correspondiente al máximo maximum de velocidades terminales de las latitudes, en función de la distancia galactocéntrica (eje inferior) y la longitud (eje superior).

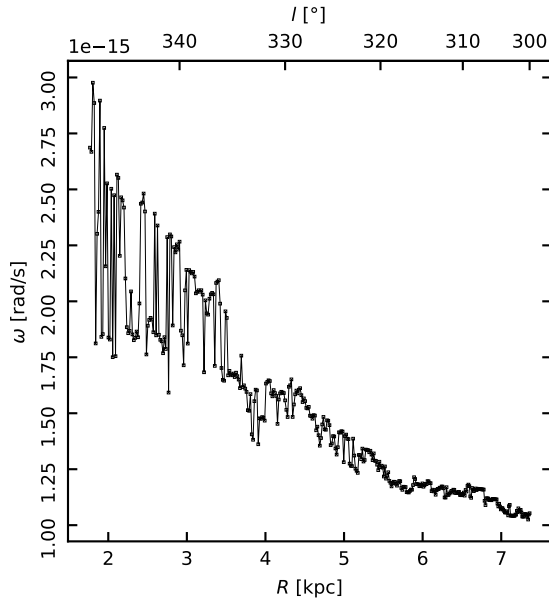


Figura 3: Curva de rotación del cuarto cuadrante galáctico. Velocidad angular de cada máximo maximum de velocidad terminal en función de la distancia galactocéntrica (eje inferior) y la longitud (eje superior).

tocéntrica es  $D = R_{\odot} \sin l$  y la distancia heliocéntrica es  $D = R_{\odot} \sin l$ . Geométricamente, la altura para este punto respecto al ecuador galáctico es,

$$Z = R_{\odot} \sin l \tan b, \quad (3.1)$$

pudiendo aproximar  $\tan b \approx b$  para un régimen de pequeñas oscilaciones.

### 3.2. Detalle del algoritmo

Se utiliza la latitud  $b$  del máximo maximum de velocidad para cada longitud  $l$  del código 1 para calcular en el código 2 la altura en cada longitud del disco según la ecuación 3.1.

### 3.3. Corrugación del plano: $Z$ vs. $R$

La figura 4 muestra la corrugación del disco galáctico en función del radio galactocéntrico.

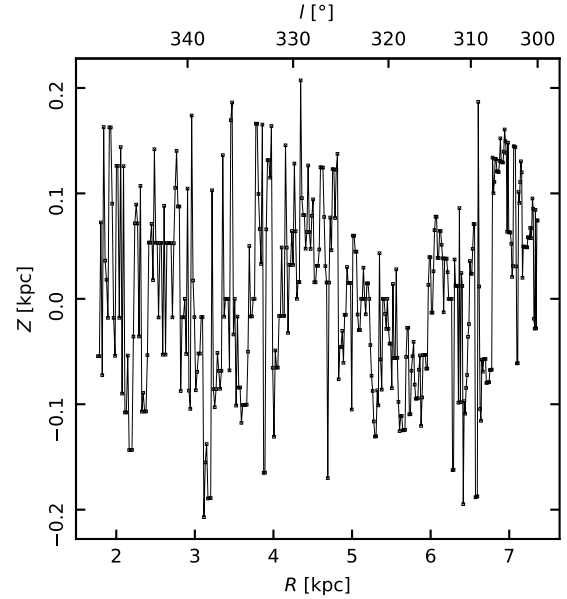


Figura 4: Corrugación del plano. Altura  $Z$  de cada punto subcentral con respecto a la distancia galactocéntrica (eje inferior) y la longitud correspondiente (eje superior).

## 4. Ajuste de modelo de masa

### 4.1. Marco teórico

Se quiere encontrar una fórmula analítica para la curva de rotación basándose en un modelo físico que considere la distribución de masa de la galaxia.

Se iguala para cierta partícula de masa  $m$  en rotación pura la fuerza de gravedad con la fuerza centrípe-

ta,

$$G \frac{M(R)m}{R^2} = m \frac{v_{\text{rot}}^2(R)}{R}, \quad (4.1)$$

donde  $G$  es la constante de gravitación universal y  $M$  es la masa de la galaxia dentro de un radio  $R$  determinado por la distancia galactocéntrica de la partícula. Luego, la velocidad de rotación de la curva de rotación de la figura 2.7 se puede modelar por,

$$v_{\text{rot}}(R) = \sqrt{G \frac{M(R)}{R}}. \quad (4.2)$$

Se estudian cinco modelos de distribución de masa para la galaxia, listados a continuación.

- Masa puntual en el centro de la galaxia.  $M(R) = M_0$ .  $M_0$  es el parámetro libre de la masa puntual.
- Disco uniforme.  $M(R) = \pi R^2 s_0$ .  $s_0$  es el parámetro libre de densidad superficial uniforme de masa.
- Esfera uniforme.  $M(R) = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0$ .  $\rho_0$  es el parámetro libre de densidad uniforme volumétrica de masa.
- Disco uniforme con una masa puntual en el centro.  $M(R) = \pi R^2 s_0 + M_0$ . Dos parámetros libres,  $s_0$  y  $M_0$ .
- Esfera uniforme con una masa puntual en el centro.  $M(R) = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 + M_0$ . Dos parámetros libres,  $\rho_0$  y  $M_0$ .

## 4.2. Detalla del algoritmo

El código 3 muestra el siguiente procedimiento. Se evalúan los cinco modelos de distribución de masa en la ecuación 4.2 y se realiza un ajuste no lineal de mínimos cuadrados según el algoritmo de Levenberg-Marquardt para cada modelo, asumiendo una desviación estándar de la unidad para las velocidades de rotación. Además, se calcula el error RMS de cada modelo con respecto a las velocidades de rotación medidas para determinar el mejor ajuste.

## 4.3. Ajuste de los modelos de la curva de rotación

La tabla 1 muestra el resultado del ajuste de mínimos cuadrados con los parámetros óptimos para cada modelo de distribución de masa de la Galaxia y el error RMS con respecto a la velocidad rotacional medida.

La figura 5 muestra el gráfico de los ajustes de los cinco modelos de distribución de masa de la Galaxia.

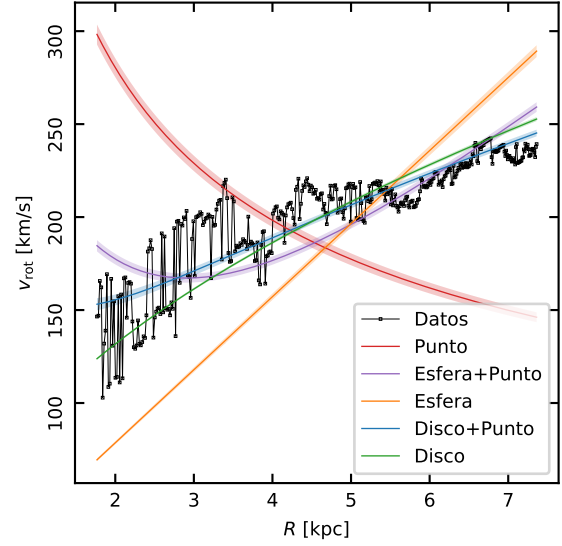


Figura 5: Ajuste de los modelos de distribución de masa de la Galaxia con respecto a la curva de rotación medida. Línea negra es datos medidos. Línea naranja es modelo de masa puntual central. Línea verde es modelo de disco uniforme. Línea naranja es modelo de esfera uniforme. Línea azul es modelo de disco uniforme con masa puntual central. Línea morada es modelo de esfera uniforme con masa puntual central. Las cinco líneas de ajustes tienen un área respectiva que representa el error de los parámetros óptimos.

Modelo	$M_0$ $M_\odot$	$s_0$ $M_\odot \text{ kpc}^{-2}$	$\rho_0$ $M_\odot \text{ kpc}^{-3}$	RMS $\text{km s}^{-1}$
Punto	$3,655 \times 10^{10} \pm 1,321 \times 10^9$	—	—	68,738
Disco	—	$6,419 \times 10^8 \pm 5,501 \times 10^6$	—	17,248
Esfera	—	—	$8,569 \times 10^7 \pm 1,883 \times 10^6$	43,337
Disco+Punto	$3,928 \times 10^9 \pm 3,422 \times 10^8$	$5,814 \times 10^8 \pm 6,851 \times 10^6$	—	14,749
Esfera+Punto	$1,259 \times 10^{10} \pm 4,343 \times 10^8$	—	$6,127 \times 10^7 \pm 1,112 \times 10^6$	21,326

Cuadro 1: Parámetros y error obtenido del ajuste no lineal de mínimos cuadrados para los modelos de distribución de masa de la Galaxia con respecto a la velocidad rotacional medida.

## 5. Análisis y conclusiones

La figura 2 muestra que la velocidad rotacional de los puntos subcentrales es globalmente monotónicamente creciente con respecto al radio galactocéntrico. Sin embargo, localmente se aprecian alternadas fluctuaciones de aproximadamente  $50 \text{ km s}^{-1}$  hasta alcanzar un radio de 4 kpc, y esto se explica porque la línea de visión cercana centro de la Galaxia atraviesa más nubes de gas y en el centro se producen colapsos y expansiones, aumentando la distribución de velocidades.

A partir de aproximadamente 4 kpc de radio, la magnitud de las fluctuaciones de la velocidad rotacional disminuye, a la vez que se aumenta la velocidad.

La velocidad rotacional pareciera ser aproximadamente constante para longitudes menores a  $310^\circ$ .

La figura 3 muestra que la curva de rotación concuerda con que la galaxia presenta una rotación diferencial, puesto que la velocidad angular de los puntos subcentrales disminuye con la distancia galactocéntrica. Se aprecia también el mismo fenómeno anterior de fluctuaciones para radios menores.

La mayor velocidad angular para radios menores indica que una rotación completa de esa zona de la galaxia demora 66370000 años, mientras que para radios mayores la rotación completa demora 199100000 años. Además, la tendencia de disminución se puede extrapolar a 8,5 kpc para concordar con la velocidad angular de  $0,838 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1}$  del Sol, ya que los últimos puntos aumentan el radio de aproximadamente 6 kpc a 7 kpc disminuyendo la velocidad angular en  $0,2 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1}$  a aproximadamente  $1 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1}$ .

No se aprecia ningún punto muy desviado de la tendencia creciente de la figura 2 ni de la tendencia decreciente de la figura 3, por lo que se afirma que el valor RMS del ruido es adecuado, evitando seleccionar un falso positivo para la velocidad terminal.

La figura 4 muestra que la corrugación del disco galáctico tienen un máximo aproximado de 150 pc, correspondiendo con la cifra sugerida por el profesor y equivaliendo a un 1 % del radio de la Galaxia, que así se puede considerar plana.

La corrugación presenta fuertes fluctuaciones distribuidas respecto al plano ecuatorial. Globalmente se

aprecia una oscilación que se puede representar con una función sinusoidal que tenga un máximo para un radio de 2 kpc, luego un mínimo para 3 kpc, otro máximo para 4,5 kpc, otro mínimo para 6 kpc y finalmente un máximo para 7 kpc. Sin embargo, esta senoide idealiza demasiado la medición real que presenta fuertes y repentinas desviaciones.

La tabla 1 muestra según el error RMS el siguiente clasificación en orden decreciente de mejor ajuste de modelo a medición: 1) Disco+Punto, 2) Disco, 3) Esfera+Punto, 4) Esfera, 5) Punto. Además, el error de los parámetros óptimos es de un orden de magnitud para la densidad volumétrica, dos órdenes de magnitud para la densidad superficial y un máximo de dos órdenes de magnitud para la masa puntual.

La distribución de masa de la Galaxia que mejor ajusta las mediciones de la velocidad de rotación de los puntos subcentrales es la que contempla una masa puntual de  $(3,928 \pm 0,342) \times 10^9 M_\odot$  en el centro y un disco de densidad superficial uniforme de  $(5,814 \pm 0,068) \times 10^8 M_\odot \text{ kpc}^{-2}$ . El centro de la galaxia presenta un objeto compacto supermasivo denominado Sagitario A\* y que tiene una masa de  $(4,154 \pm 0,014) \times 10^6 M_\odot$  junto con un disco de acreción, para el que un agujero negro es la única explicación posible conocida, por lo que este modelo concuerda con la gran masa puntual del centro pero no se ajusta de buena manera al tamaño real.

La figura 5 muestra que el modelo Punto es completamente contrario a la tendencia medida de la velocidad. El modelo de Esfera es lineal creciente pero no se ajusta bien pues se ve obligado a pasar por el origen de los ejes. El modelo de Esfera+Punto erróneamente es decreciente para radios menores. El modelo Disco pasa por los datos en un comienzo pero para los radios más grandes está sobre los datos reales. El modelo Disco+Punto se ve pasar por un promedio de los datos al principio, pero tampoco logra ajustar correctamente las últimas velocidades relativamente constantes, sin embargo, lo hace mejor que los otros.

Se propone como mejora al informe tomar mediciones para coordenadas galácticas de todo el cuarto cuadrante y posibles alrededores, puesto que el rango medido excluye longitudes fuera del círculo solar, aunque esto tal vez requiera de ajustar la teoría utilizada.

Además, tener más datos del centro de la galaxia para volver a poner a prueba a los modelos. Considerar órbitas elípticas en vez de circulares también se cree que pueda permitir explicar de mejor manera las mediciones.

Finalmente, gracias a las mediciones y discusiones concluye que:

- i. la Galaxia tiene una rotación diferencial con velocidad angular decreciente con respecto al radio galactocéntrico;
- ii. la Galaxia presenta una corrugación, a grandes rasgos, oscilatoria con amplitudes de aproximadamente 1 % su radio;
- iii. el modelo de distribución de masa que mejor ajusta la Galaxia es el que contempla una masa puntual en el centro y es un disco de densidad uniforme alrededor.

## 6. Anexos

Código 1: Curva de rotación

```
1  #!/usr/bin/python3
2
3  import numpy as np
4  from astropy.io import fits
5  from astropy.stats import SigmaClip
6  import matplotlib.pyplot as plt
7  from astropy import units as u
8
9  R0 = 8.5*u.kpc
10 v0 = 220*u.km/u.s
11
12 def get_values_from(header: fits.header.Header, axis: int) -> np.ndarray:
13     """Get real coordinate values instead of pixels from 'header' at 'axis'."""
14     naxis = header[f"NAXIS{axis}"] # number of pixels on 'axis'
15     crpix = header[f"CRPIX{axis}"] # reference pixel for 'axis'
16     crval = header[f"CRVAL{axis}"] # coordinate value at 'crpix'
17     cdelt = header[f"CDELTA{axis}"] # pixel spacing for 'axis'
18     return crval + (1 - crpix + np.arange(naxis)) * cdelt
19
20 cube = fits.open("../southgal_fixbadc.fits")
21 data = cube[0].data # indexing: [galactic latitude, galactic longitude, velocity]
22 header = cube[0].header
23
24 v = get_values_from(header, 1) # VELO-LSR
25 l = get_values_from(header, 2) # GLON-FLT
26 b = get_values_from(header, 3) # GLAT-FLT
27
28 v_maximorum = np.zeros_like(l)
29 b_v_maximorum = np.zeros_like(l)
30
31 sigclip = SigmaClip(sigma_lower=3.5, sigma_upper=3.5, maxiters=None, cenfunc=np.mean, stdfunc=np.std)
32 T_noise = sigclip(data, axis=2)
33 rms = np.sqrt(np.mean(T_noise**2, axis=2))
34 T_rms = np.repeat(rms[...], np.newaxis, len(v), axis=2)
35 iv_terminal = (data > 5*T_rms).argmax(axis=2)
36 for il in range(len(l)):
37     v_terminal = np.zeros_like(b)
38     for ib in range(len(b)):
39         i = iv_terminal[ib][il]
40         v_terminal[ib] = v[i] if i else np.nan
41     i = np.nanargmin(v_terminal)
42     v_maximorum[il] = v_terminal[i]
43     b_v_maximorum[il] = b[i]
44
45 vrot = v0*abs(np.sin(l*np.pi/180.))+v_maximorum*u.km/u.s*np.sign(np.sin(l*np.pi/180.))
46 R = R0*abs(np.sin(l*np.pi/180.))
47
48 if __name__ == "__main__":
49
50     plt.rcParams.update({'font.size': 7})
51     fig, ax = plt.subplots(figsize=(3.25, 3.25))
52     ax.plot(v, data[14][115], c='k', lw=0.25, marker='s', markersize=1, mfc="none", markeredgewidth=0.25)
53     ax.axhline(5*rms[14][115], c='k', lw=0.25, ls="--")
54     ax.axvline(v[iv_terminal[14][115]], c='k', lw=0.25, ls="--")
55     ax.set_xlabel(r"$v_{\mathrm{LSR}}$ [km/s]")
56     ax.set_ylabel(r"$T$ [K]")
57     ax.text(0.1, 0.9, f"$l={l[115]:.3f}$", ha='left', va='center', transform=ax.transAxes)
58     ax.text(0.1, 0.85, f"$b={b[14]:.3f}$", ha='left', va='center', transform=ax.transAxes)
59     ax.text(0.1, 0.8, r"$v_{\mathrm{term}}={v[iv_terminal[14][115]:.3f}$", ha='left', va='center', transform=
60         ax.transAxes)
61     ax.yaxis.set_tick_params(rotation=90)
62     ax.tick_params(direction="in", top=True, right=True)
63     fig.savefig("../informe/rsc/vterminal.pdf")
64     plt.show()
65
66     plt.rcParams.update({'font.size': 7})
67     fig, ax = plt.subplots(figsize=(3.25, 3.25))
68     ax.plot(R, vrot, c='k', lw=0.25, marker='s', markersize=1, mfc="none", markeredgewidth=0.25)
69     ax.set_xlabel(r"$R$ [kpc]")
70     ax.set_ylabel(r"$v_{\mathrm{rot}}$ [km/s]")
71     ax.yaxis.set_tick_params(rotation=90)
72     ax.tick_params(direction="in", top=False, right=True)
73     ax1 = ax.secondary_xaxis("top", functions=(lambda R: (180./np.pi*np.arcsin(R/R0.value)-360)%360, lambda l: R0
74         .value*np.sin(l*np.pi/180.)))
75     ax1.set_xlabel(r"$l$ [°]")
76     ax1.tick_params(direction="in", top=True)
77     fig.savefig("../informe/rsc/vrot.pdf")
78     plt.show()
79
80 w0 = v0/R0.to(u.km)
```



```

79 w = w0+abs(v_maximorum*u.km/u.s)/R.to(u.km) # = vrot/R.to(u.km)
80
81 plt.rcParams.update({'font.size': 7})
82 fig, ax = plt.subplots(figsize=(3.25, 3.25))
83 ax.plot(R, w, c='k', lw=0.25, marker='s', markersize=1, mfc="none", markeredgewidth=0.25)
84 ax.set_xlabel(r"$R$ [kpc]")
85 ax.set_ylabel(r"$\omega$ [rad/s]")
86 ax.yaxis.set_tick_params(rotation=90)
87 ax.tick_params(direction="in", top=False, right=True)
88 axl = ax.secondary_xaxis("top", functions=(lambda R: (180./np.pi*np.arcsin(R/R0.value)-360)%360, lambda l: R0.
      .value*np.sin(l*np.pi/180.)))
89 axl.set_xlabel(r"$l$ [$^\circ$]")
90 axl.tick_params(direction="in", top=True)
91 fig.savefig("../informe/rsc/w.pdf")
92 plt.show()

```

Código 2: Corrugación del plano galáctico

```

1  #!/usr/bin/python3
2
3  import numpy as np
4  import matplotlib.pyplot as plt
5
6  from curvaderotacion import R0, R, l, b_v_maximorum
7
8  def Z(l: float, b: float) -> float:
9      return R0*np.cos(l*np.pi/180.)*np.tan(b*np.pi/180.)
10
11 plt.rcParams.update({'font.size': 7})
12 fig, ax = plt.subplots(figsize=(3.25, 3.25))
13 ax.plot(R, Z(l, b_v_maximorum), c='k', lw=0.25, marker='s', markersize=1, mfc="none", markeredgewidth=0.25)
14 ax.set_xlabel(r"$R$ [kpc]")
15 ax.set_ylabel(r"$Z$ [kpc]")
16 ax.yaxis.set_tick_params(rotation=90)
17 ax.tick_params(direction="in", top=False, right=True)
18 axl = ax.secondary_xaxis("top", functions=(lambda R: (180./np.pi*np.arcsin(R/R0.value)-360)%360, lambda l: R0.
      value*np.sin(l*np.pi/180.)))
19 axl.set_xlabel(r"$l$ [$^\circ$]")
20 axl.tick_params(direction="in", top=True)
21 fig.savefig("../informe/rsc/Z.pdf")
22 plt.show()

```

Código 3: Ajuste de los modelos de distribución de masa de la Galaxia

```

1  #!/usr/bin/python3
2
3  import numpy as np
4  import matplotlib.pyplot as plt
5  from astropy import units as u
6  from scipy.optimize import curve_fit
7
8  from curvaderotacion import R, vrot
9
10 G = 4.302e-6*u.kpc*u.km**2/u.s**2/u.Msun
11
12 vrot = vrot.value
13 R = R.value
14
15 def vel(R: float, M: float) -> float:
16     return np.sqrt(G.value*M/R)
17
18 def pointlike_mass_model(M0: float) -> float:
19     """'M0' point mass in the center of the Galaxy."""
20     return M0
21
22 def uniform_disk_mass_model(R: float, s: float) -> float:
23     """'s' uniform superficial mass density."""
24     return np.pi*R**2*s
25
26 def uniform_sphere_mass_model(R: float, rho: float) -> float:
27     """'rho' uniform volumetric mass density."""
28     return 4/3*np.pi*R**3*rho
29
30 def uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R: float, s: float, M0: float) -> float:
31     return uniform_disk_mass_model(R, s) + pointlike_mass_model(M0)
32
33 def uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R: float, rho: float, M0: float) -> float:
34     return uniform_sphere_mass_model(R, rho) + pointlike_mass_model(M0)
35
36 popt_point, pcov_point = curve_fit(lambda R, M0: vel(R, pointlike_mass_model(M0)), R, vrot, check_finite=False)
37 perr_point = np.sqrt(np.diag(pcov_point))
38 popt_disk, pcov_disk = curve_fit(lambda R, s: vel(R, uniform_disk_mass_model(R, s)), R, vrot, check_finite=False)
39 perr_disk = np.sqrt(np.diag(pcov_disk))

```

```

40 popt_sphere, pcov_sphere = curve_fit(lambda R, rho: vel(R, uniform_sphere_mass_model(R, rho)), R, vrot,
    check_finite=False)
41 perr_sphere = np.sqrt(np.diag(pcov_sphere))
42 popt_disk_point, pcov_disk_point = curve_fit(lambda R, s, MO: vel(R, uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R, s,
    MO)), R, vrot, check_finite=False)
43 perr_disk_point = np.sqrt(np.diag(pcov_disk_point))
44 popt_sphere_point, pcov_sphere_points = curve_fit(lambda R, rho, MO: vel(R,
    uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R, rho, MO)), R, vrot, check_finite=False)
45 perr_sphere_point = np.sqrt(np.diag(pcov_sphere_points))
46
47 print("MO =", popt_point, "+-", perr_point, "RMS =", np.sqrt(np.mean((vrot-vel(R, pointlike_mass_model(*
    popt_point)))**2)))
48 print("s0 =", popt_disk, "+-", perr_disk, "RMS =", np.sqrt(np.mean((vrot-vel(R, uniform_disk_mass_model(R, *(
    popt_disk+perr_disk))))**2)))
49 print("rho0 =", popt_sphere, "+-", perr_sphere, "RMS =", np.sqrt(np.mean((vrot-vel(R, uniform_sphere_mass_model(R
    , *popt_sphere)))**2)))
50 print("s0 MO =", popt_disk_point, "+-", perr_disk_point, "RMS =", np.sqrt(np.mean((vrot-vel(R,
    uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R, *popt_disk_point)))**2)))
51 print("rho0 MO =", popt_sphere_point, "+-", perr_sphere_point, "RMS =", np.sqrt(np.mean((vrot-vel(R,
    uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R, *popt_sphere_point)))**2)))
52
53 plt.rcParams.update({'font.size': 7})
54 fig, ax = plt.subplots(figsize=(3.25, 3.25))
55 ax.plot(R, vrot, c='k', lw=0.25, marker='s', markersize=1, mfc="none", markeredgewidth=0.25, label="Datos")
56 ax.plot(R, vel(R, pointlike_mass_model(*popt_point)), c="tab:red", lw=0.5, label="Punto")
57 ax.fill_between(R, vel(R, pointlike_mass_model(*popt_point+perr_point)), vel(R, pointlike_mass_model(*
    popt_point-perr_point))), facecolor="tab:red", alpha=0.25)
58 ax.plot(R, vel(R, uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R, *popt_sphere_point)), c="tab:purple", lw=0.5, label=
    "Esfera + Punto")
59 ax.fill_between(R, vel(R, uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R, *(popt_sphere_point+perr_sphere_point))),
    vel(R, uniform_sphere_and_pointlike_mass_model(R, *(popt_sphere_point-perr_sphere_point))), facecolor="tab:
    purple", alpha=0.25)
60 ax.plot(R, vel(R, uniform_sphere_mass_model(R, *popt_sphere)), c="tab:orange", lw=0.5, label="Esfera")
61 ax.fill_between(R, vel(R, uniform_sphere_mass_model(R, *(popt_sphere+perr_sphere))), vel(R,
    uniform_sphere_mass_model(R, *(popt_sphere-perr_sphere))), facecolor="tab:orange", alpha=0.25)
62 ax.plot(R, vel(R, uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R, *popt_disk_point)), c="tab:blue", lw=0.5, label="Disco
    + Punto")
63 ax.fill_between(R, vel(R, uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R, *(popt_disk_point+perr_disk_point))), vel(R,
    uniform_disk_and_pointlike_mass_model(R, *(popt_disk_point-perr_disk_point))), facecolor="tab:blue", alpha
    =0.25)
64 ax.plot(R, vel(R, uniform_disk_mass_model(R, *popt_disk)), c="tab:green", lw=0.5, label="Disco")
65 ax.fill_between(R, vel(R, uniform_disk_mass_model(R, *(popt_disk+perr_disk))), vel(R, uniform_disk_mass_model(R,
    *(popt_disk-perr_disk))), facecolor="tab:green", alpha=0.25)
66 ax.legend(loc="lower right")
67 ax.set_xlabel(r"$R$ [kpc]")
68 ax.set_ylabel(r"$v_{\rm{rot}}$ [km/s]")
69 ax.yaxis.set_tick_params(rotation=90)
70 ax.tick_params(direction="in", top=True, right=True)
71 fig.savefig("../informe/rsc/massmodels.pdf")
72 plt.show()

```