Nombre: Juan Camilo Mora Barragan Fecha: 23 09 2025

Profesor: Materia:

Institución: Universidad Distrital Curso: Nota:

(1)

Función de probabilidad

$$f(x)=\begin{cases} kx^2, & 0<x<6 \\ 0, & x\leq 0 \text{ o } x\geq 6 \end{cases} \quad \text{y} \quad p(1\leq x<5)$$

$$\int_0^6 kx^2\,dx = 1 = k\int_0^6 x^2\,dx = k\left(\frac{x^3}{3}\Big|_0^6\right) = k\left(\frac{216}{3}-0\right) = k\cdot 72$$

Igualamos a 1:

$$k\cdot 72 = 1 \Rightarrow \boxed{k=\frac{1}{72}}$$

$$p(1\leq x<5)=\int_1^5 f(x)\,dx = \int_1^5 \frac{1}{72}x^2\,dx = \frac{1}{72}\int_1^5 x^2\,dx$$

$$=\frac{1}{72}\left(\frac{x^3}{3}\Big|_1^5\right)=\frac{1}{72}\left(\frac{125}{3}-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{72}\cdot\frac{124}{3}=\frac{124}{216}=\frac{31}{54}$$

$$p(1\leq x<5)=\frac{31}{54}$$

(2) Función de probabilidad

Cada dado tiene 6 resultados equiprobables → $6\times 6 = 36$ casos posibles

Contamos cuántos casos dan cada suma K:

Suma 2: (1,1) → 1 caso

Suma 3: (1,2), (2,1) → 2 casos

Suma 4: (1,3), (2,2), (3,1) → 3 casos

Suma 5: (1,1), (2,3), (3,2), (4,1) → 4 casos

Suma 6: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) → 5 casos

Suma 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) → 6 casos

Suma 8: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) → 5 casos

Suma 9: (3,6), (4,5), (5,4), (6,3) → 4 casos

Suma 10: (4,6), (5,5), (6,4) → 3 casos

Suma 11: (5,6), (6,5) → 2 casos

Suma 12: (6,6) → 1 casos

función de la probabilidad

$$p(x) = \frac{\min(x-1, 13-x)}{36} \quad x = 2, 3, \ldots, 12$$

(*) Valor esperado (Media)

Sean D_1 y D_2 los resultados de cada dado

$$E(D_1) = E(D_2) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$E(X) = E(D_1 + D_2) = E(D_1) + E(D_2) = 3.5 + 3.5 = 7$$

$$E(X) = 7$$

(*) Varianza

Como D_1 y D_2 son independientes

$$Var(X) = Var(D_1) + Var(D_2)$$

primero, $E(D_1^2) = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2}{6} = \frac{91}{6}$

$$Var(D_1) = E(D_1^2) - (E(D_1))^2 = \frac{91}{6} - \left(\frac{21}{6}\right)^2$$

$$= \frac{91}{6} - \frac{441}{36} = \frac{546}{36} - \frac{441}{36} = \frac{105}{36} = \frac{35}{12}$$

Entonces:

$$Var(x) = \frac{35}{12} \cdot \frac{35}{12} = \frac{70}{12} = \frac{35}{6}$$

$$\boxed{Var(x) = \frac{35}{6}}$$

(*) Función de distribución acumulativa $F(x)$

para $x < 2$: $F(x) = 0$

para $x \geq 12$: $F(x) = 1$

Entre 2 y 12, acumulamos $p(x)$:

(*) $F(2) = \frac{1}{36}$

(*) $F(3) = \frac{3}{36}$

(*) $F(4) = \frac{6}{36}$

(*) $F(5) = \frac{10}{36}$

(*) $F(6) = \frac{15}{36}$

(*) $F(7) = \frac{21}{36}$

(*) $F(8) = \frac{26}{36}$

(*) $F(9) = \frac{30}{36}$

(*) $F(10) = \frac{33}{36}$

(*) $F(11) = \frac{35}{36}$

(*) $F(12) = \frac{36}{36} = 1$

(*) En forma general para $k \in \{2 \dots 12\}$, $F(k) = \frac{n^{\circ} \text{ de resultados} \leq k}{36}$

Resumen final:

$$p(x) = \frac{6 - |x - 7|}{36}, \quad x = 2 \dots 12$$

$$E(x) = 7 \qquad Var(x) = \frac{35}{6}$$