

SUDOKU 4X4

LÓGICA PARA CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Víctor Samuel Pérez Díaz
Camilo Andrés Martínez Mejía
Octubre 2018



MACC
Matemáticas Aplicadas y
Ciencias de la Computación

CONTENIDO

1. PROBLEMA
2. EJEMPLO/POSIBLE SOLUCIÓN
3. CLAVES DE REPRESENTACIÓN
4. REGLAS DEL JUEGO

PROBLEMA

Explicación:

Considere un Sudoku 4x4. El problema consiste en ubicar números del 1 al 4 en el tablero hasta llenarlo, cumpliendo con las reglas del juego.

1	2		4
		1	
4			3

EJEMPLO/POSIBLE SOLUCIÓN

Como ejemplo:

Observe que el siguiente tablero de Sudoku está completado y cumple las reglas del juego.

1	4	3	2
3	2	1	4
4	1	2	3
2	3	4	1

CLAVES DE REPRESENTACIÓN

Primero enumeramos las casillas del sudoku 4x4 de la siguiente manera:

(sea i nuestro indicador índice)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

CLAVES DE REPRESENTACIÓN

El sudoku se representa como una tabla de 4x4 compuesta a su vez por 4 regiones de 2x2.

Se emplean 4 letras proposicionales p_i , q_i , r_i , s_i para cada casilla i .

p_i es verdadera sii hay un 1 en la casilla i .

q_i es verdadera sii hay un 2 en la casilla i .

r_i es verdadera sii hay un 3 en la casilla i .

s_i es verdadera sii hay un 4 en la casilla i .

p_1	q_1	p_2	q_2	p_3	q_3	p_4	q_4
r_1	s_1	r_2	s_2	r_3	s_3	r_4	s_4
p_5	q_5	p_6	q_6	p_7	q_7		
r_5	s_5	r_6	s_6	r_7	s_7		
p_9	q_9						
r_9	s_9						
						p_{16}	q_{16}
						r_{16}	s_{16}

EJEMPLO

p_1 : Hay un 1 en la casilla 1

$\neg q_1$: No hay un 2 en la casilla 1

$\neg r_1$: No hay un 3 en la casilla 1

$\neg s_1$: No hay un 4 en la casilla 1

$\neg p_2$: No hay un 1 en la casilla 2 ...

$\neg p_3$: No hay un 1 en la casilla 3 ...

$\neg p_4$: No hay un 1 en la casilla 4 ...

$\neg p_5$: No hay un 1 en la casilla 5 ...

$\neg p_6$: No hay un 1 en la casilla 6 ...

$\neg p_9$: No hay un 1 en la casilla 9 ...

$\neg p_{13}$: No hay un 1 en la casilla 13 ...

1			

REGLAS DEL JUEGO

Regla 1: En cada casilla debe haber solo un número.

Regla 2: Cada región debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

Regla 3: Cada fila de la tabla debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

Regla 4: Cada columna de la tabla debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

EJEMPLO REGLA 1

Si hay un 1 en la **casilla 1**,
entonces no debe haber otro
número en la misma casilla.

1			




REGLA 1

$$\begin{aligned} & ((p_1 \wedge \neg q_1 \wedge \neg r_1 \wedge \neg s_1) \vee (\neg p_1 \wedge q_1 \wedge \neg r_1 \wedge \neg s_1) \vee (\neg p_1 \wedge \neg q_1 \wedge r_1 \wedge \neg s_1) \vee \\ & (\neg p_1 \wedge \neg q_1 \wedge \neg r_1 \wedge s_1)) \wedge ((p_2 \wedge \neg q_2 \wedge \neg r_2 \wedge \neg s_2) \vee (\neg p_2 \wedge q_2 \wedge \neg r_2 \wedge \neg s_2) \vee \\ & (\neg p_2 \wedge \neg q_2 \wedge r_2 \wedge \neg s_2) \vee (\neg p_2 \wedge \neg q_2 \wedge \neg r_2 \wedge s_2)) \wedge \dots \end{aligned}$$

...y así tomando en consideración para las casillas restantes.

EJEMPLO REGLA 2

Si hay un 1 en la casilla 1, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman la **región**, es decir, en $i = 2, 5, 6$.

1			
			
		1✓	2✓
		3✓	4✓

REGLA 2

El siguiente ejemplo muestra la **región** $R_1 = \{1, 2, 5, 6\}$, siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes *verdaderos*.




$$\begin{aligned} & ((p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_5 \wedge \neg p_6) \vee (q_1 \wedge \neg q_2 \wedge \neg q_5 \wedge \neg q_6) \vee (r_1 \wedge \neg r_2 \wedge \neg r_5 \wedge \neg r_6) \vee \\ & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_5 \wedge \neg s_6)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_1 \wedge \neg p_5 \wedge \neg p_6) \vee (q_2 \wedge \neg q_1 \wedge \neg q_5 \wedge \neg q_6) \\ & \vee (r_2 \wedge \neg r_1 \wedge \neg r_5 \wedge \neg r_6) \vee (s_2 \wedge \neg s_1 \wedge \neg s_5 \wedge \neg s_6)) \wedge \dots \end{aligned}$$

Y así tomando en consideración las casillas restantes.

De esta forma para cada configuración en las **regiones** conformadas por $R_2 = \{3, 4, 7, 8\}$, $R_3 = \{9, 10, 13, 14\}$ y $R_4 = \{11, 12, 15, 16\}$.

EJEMPLO REGLA 3

Si hay un 1 en la casilla 1, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman su **fila**, es decir, en $i = 2, 3, 4$.

1			
2 ✓	1 ✓	3 ✓	4 ✓

REGLA 3

El siguiente ejemplo muestra la **fila** $F_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes *verdaderos*.

$$\begin{aligned} & ((p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4) \vee (q_1 \wedge \neg q_2 \wedge \neg q_3 \wedge \neg q_4) \vee (r_1 \wedge \neg r_2 \wedge \neg r_3 \wedge \neg r_4) \vee \\ & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4)) \wedge ((p_2 \wedge \neg p_1 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4) \vee (q_2 \wedge \neg q_1 \wedge \neg q_3 \wedge \neg q_4) \\ & \vee (r_2 \wedge \neg r_1 \wedge \neg r_3 \wedge \neg r_4) \vee (s_2 \wedge \neg s_1 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4)) \wedge \dots \end{aligned}$$

Y así tomando en consideración las casillas restantes.

De esta forma para cada configuración en las **filas** conformadas por $F_2 = \{5, 6, 7, 8\}$, $F_3 = \{9, 10, 11, 12\}$ y $F_4 = \{13, 14, 15, 16\}$.

EJEMPLO REGLA 4

Si hay un 1 en la casilla 1, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman su **columna**, es decir, en $i = 5, 9, 13$.

1	2✓		
	1✓		
	3✓		
	4✓		

REGLA 4

El siguiente ejemplo muestra la **columna** conformada por $C_1 = \{1, 5, 9, 13\}$, siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes verdaderos.

$$\begin{aligned} & ((p_1 \wedge \neg p_5 \wedge \neg p_9 \wedge \neg p_{13}) \vee (q_1 \wedge \neg q_5 \wedge \neg q_9 \wedge \neg q_{13}) \vee (r_1 \wedge \neg r_5 \wedge \neg r_9 \wedge \neg r_{13}) \vee \\ & (s_1 \wedge \neg s_5 \wedge \neg s_9 \wedge \neg s_{13})) \wedge ((p_5 \wedge \neg p_1 \wedge \neg p_9 \wedge \neg p_{13}) \vee (q_5 \wedge \neg q_1 \wedge \neg q_9 \wedge \neg q_{13}) \vee \\ & (r_5 \wedge \neg r_1 \wedge \neg r_9 \wedge \neg r_{13}) \vee (s_5 \wedge \neg s_1 \wedge \neg s_9 \wedge \neg s_{13})) \wedge \dots \end{aligned}$$

Y así tomando en consideración las casillas restantes.

De esta forma para cada configuración en las **columnas** conformadas por $C_2 = \{2, 6, 10, 14\}$, $C_3 = \{3, 7, 11, 15\}$ y $C_4 = \{4, 8, 12, 16\}$.