

Lecture 3: Modelo Monocéntrico (Cont.)

Big Data and Machine Learning en el Mercado Inmobiliario
Educación Continua

Ignacio Sarmiento-Barbieri

Universidad de los Andes

August 24, 2021

Agenda

- 1 Recap: Modelo Monocéntrico
- 2 Para seguir leyendo
- 3 Break

Modelo Monocéntrico

Setup

- ▶ Ciudad circular con un solo centro (CBD) donde los individuos trabajan y reciben un salario fijo w
- ▶ La población es exógena y fija $= N$ (ciudad cerrada, si es endógena “modelo de ciudad abierta”)
- ▶ Los costos de transporte son una función de la distancia $t(d)$
- ▶ Estos N residentes usan L unidades de tierra
- ▶ La distancia máxima entre una casa y el centro de la ciudad (\bar{d})

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{NL}{\pi}}$$

Modelo Monocéntrico

Setup

- ▶ Estos N habitantes de la ciudad maximizan utilidad que depende de

$$\max_C U(C, L)$$

- ▶ Los habitantes usan entonces L unidades de tierra **fija**, consumen C unidades, y viajan al centro de la ciudad (CBD) donde trabajan

$$C = w - t(d) - r(d)L \quad (1)$$

- ▶ La renta de la tierra es $r(d)$ (costo de arrendarla por unidad), es función de la distancia

Modelo Monocéntrico

- ▶ Entonces podemos reescribir la función de utilidad como

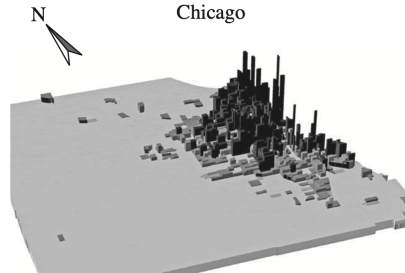
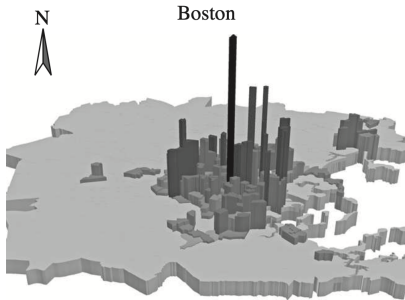
$$\max_d U(w - t(d) - r(d)L, L) \quad (2)$$

$$r' = -\frac{t'(d)}{L} \quad (3)$$

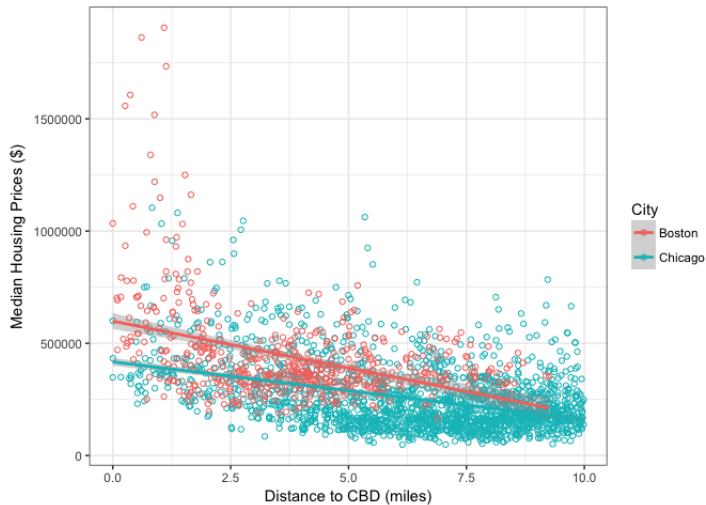
- ▶ La condición de equilibrio nos dice que la renta de la tierra debe disminuir exactamente de forma tal que compense los costos de transporte
- ▶ Si asumimos costos de transporte lineales, por ej. $t(d) = t \times d$, esto da un gradiente de renta lineal

$$r(d) = r(0) - \frac{td}{L} \quad (4)$$

Modelo Monocéntrico



Modelo Monocéntrico



Modelo Monocéntrico

- ▶ Para cerrar el modelo tenemos que resolver $r(0)$.
- ▶ Para hacerlo asumimos que hay un uso alternativo de la tierra (\underline{r}), y esto naturalmente va a ser el nivel de renta en el borde de la ciudad

$$\underline{r} = r(\bar{d}) = r(0) - \frac{t\bar{d}}{L}$$

$$r(0) = \underline{r} + \frac{t\bar{d}}{L}$$

- ▶ Usando $\bar{d} = \sqrt{\frac{NL}{\pi}}$

$$r(d) = \underline{r} + \frac{t}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right)$$

Modelo Monocéntrico

La utilidad en todos lados es

$$U \left(w - \underline{r} - \frac{t}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right), d \right)$$

Notar que

- ▶ Creciente en salarios (w)
- ▶ Decreciente en
 - ▶ Renta alternativa (\underline{r}),
 - ▶ Costos de transporte (t), y
 - ▶ Población (N)

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar la elección de tierra

Tenemos que maximizar la utilidad

$$\max_{d,L} U(w - t(d) - r(d)L, L) \quad (5)$$

Entonces

$$\begin{aligned} \frac{d}{dL} U(w - td - r(d)L, L) &= 0 \\ -r(d)U_1(w - td - r(d)L, L) + U_2(w - td - r(d)L, L) &= 0 \end{aligned}$$

resolviendo

$$\frac{dL}{dd} = \frac{tU_1}{L(r(d)^2U_{11} - 2r(d)U_{12} + U_{22})} \quad (6)$$

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar la elección de tierra

Que pasa si la utilidad tiene la siguiente forma

$$U = C + \alpha \ln(L) \quad (7)$$

$$\ln\left(\frac{1}{L}\right) = \frac{w - \bar{u} - \alpha}{\alpha} - \frac{t}{\alpha}d \quad (8)$$

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar la elección de tierra

Supongamos ahora que tiene esta forma

$$U = C + \alpha L^\beta \quad (9)$$

$$\ln \left(\frac{1}{L} \right) = \ln \left(\alpha^{\frac{1}{\beta}} (1 - \beta)^{\frac{1}{\beta}} \right) - \frac{1}{\beta} \ln (\bar{U} - w - td) \quad (10)$$

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar Amenidades

- ▶ Venimos asumiendo que las amenidades son constantes dentro de la ciudad

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar Amenidades

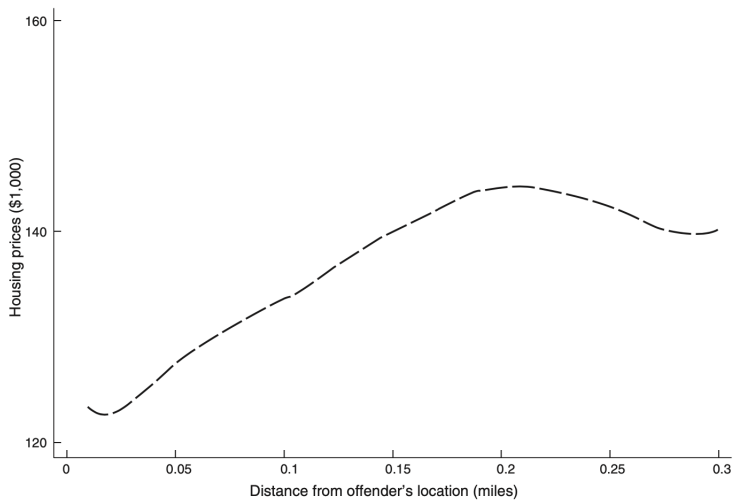


FIGURE 2A. PRICE GRADIENT OF DISTANCE FROM OFFENDER
(Sales during year after arrival)

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar Amenidades

- ▶ Venimos asumiendo que las amenidades son constantes dentro de la ciudad
- ▶ Pero si tenemos que la gente es homogénea y hay amenidades exógenas que dan una utilidad A , entonces los precios tienen que compensar
- ▶ Veamos como funcionaria esto en un modelo. Asumimos 2 zonas,
 - 1 una con amenidades que dan A unidades de utilidad $U(C, L) = C + A + \alpha \ln H$
 - 2 una sin amenidades $U(C, L) = C + \alpha \ln H$

Modelo Monocéntrico

Endogeneizar Amenidades

- ▶ Comparemos dos áreas equidistantes al centro,
- ▶ en ambos casos tendremos que en equilibrio el ratio de precios

$$p_A(d_0) = e^{A/\alpha} p(d_0) \quad (11)$$

- ▶ Si todo lo demás es constante la diferencia viene dada por la presencia de la amenidad

Ejemplo: Unlocking amenities JPUBE

Un cuento de dos parques

Humboldt Park



207 acres

Homicides nearby in
2001-3: 6; 2013-5: 2

House prices near park:
 $\leq 1/8mi$: \$247K; $1 - 3/8mi$: \$218K

Diff. = \$29K (levels)

Garfield Park



185 acres

Homicides nearby in
2001-3: 10; 2013-5: 8

House prices near park:
 $\leq 1/8mi$: \$86K; $1 - 3/8mi$: \$118K

Diff. = -\$32K (levels)

Ejemplo: Unlocking amenities JPUBE

Endogeneizar Amenidades

$$U_{ij} = A_{ij} L^{\alpha} C^{1-\alpha} \quad (12)$$

A_{ij} es la amenidad compuesta j para el individuo i , que es log-linear en otras amenidades:

$$\ln A_{ij} = \left(\theta^K + \theta^{KH} H_j \right) K_j + \theta^H H_j + \ln \tilde{\zeta}_j + \epsilon_{ij} \quad (13)$$

donde K_j es la amenidad ambiental, H_j denota el nivel de crimen, y $\tilde{\zeta}_j$ amenidades. ϵ_{ij} is un shock

Ejemplo: Unlocking amenities JPUBE

Endogeneizar Amenidades

Resolviendo el modelo tenemos que el precio de las propiedades

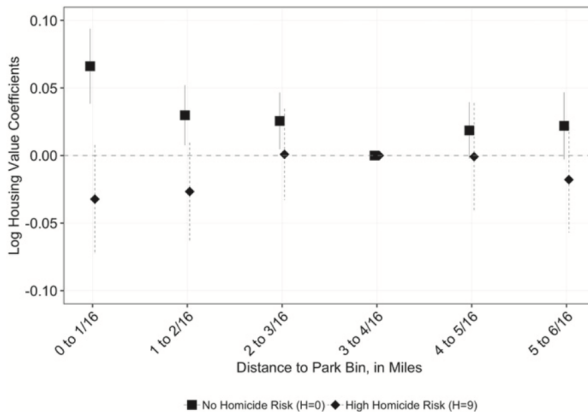
$$\begin{aligned} P_j &= \frac{\theta_j^K}{\alpha} K_j + \frac{\theta^H}{\alpha} \tilde{H}_j + \frac{\theta^{KH}}{\alpha} (K_j \times H_j) + \frac{\tilde{\xi}_j + \epsilon_{ij} - \ln U_{ij}}{\alpha} \\ &\equiv \beta^K K_j + \beta^H \tilde{H}_j + \beta^{KH} (K_j \times \tilde{H}_j) + \xi_j^* + u_{ij} \end{aligned} \quad (14)$$

Esta especificación predice que $\beta^K > 0$ and $\beta^H < 0$ y si son complementarios entonces $\beta^{KH} < 0$. También un limite donde el parque se vuelve un mal publico

$$\tilde{H}_j \geq -\frac{\beta^K}{\beta^{KH}} = \frac{\theta^K}{\theta^{KH}}, \quad (15)$$

Ejemplo: Unlocking amenities JPUBE

Endogeneizar Amenidades



Para seguir leyendo

- ▶ Albouy, D., Christensen, P., & Sarmiento-Barbieri, I. (2020). Unlocking amenities: Estimating public good complementarity. *Journal of Public Economics*, 182, 104110.
- ▶ Glaeser, E. L. (2008). *Cities, agglomeration, and spatial equilibrium*. Oxford University Press.

Volvemos en 5 min con R