

Modelo Monocéntrico

Urban Economics

Ignacio Sarmiento-Barbieri

Universidad de los Andes

January 28, 2022

Agenda

- 1 Recap
- 2 Uso del Suelo
- 3 Modelo Monocéntrico
- 4 Para seguir leyendo

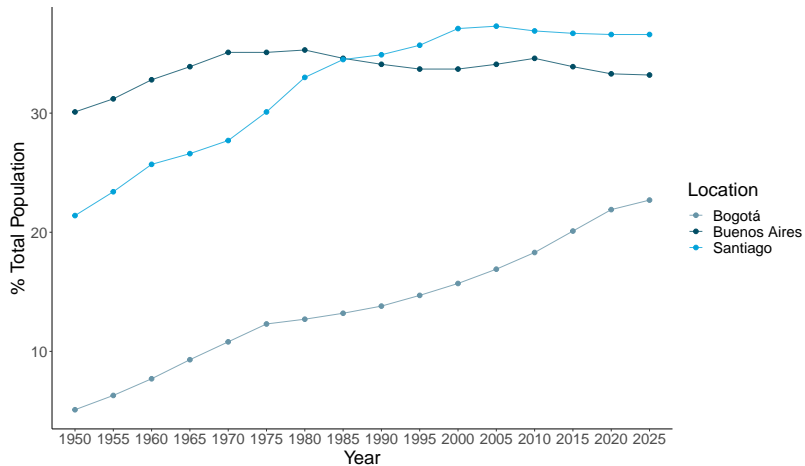
Recap

- ▶ Web Curso:
<https://ignaciomsarmiento.github.io/teaching/Urban/2022/Urban.html>;
- ▶ Entregas por Bloque Neón
- ▶ Actividades:
 - ▶ Presentaciones
 - ▶ Resúmenes
 - ▶ Trabajo Final

Motivación

- ▶ El 33% de la población de Argentina vive en Bs. As. ($< 1\%$ del territorio)
- ▶ El 36% de la población de Chile vive en Santiago ($\sim 2\%$ del territorio)
- ▶ El 20% de la población de Colombia vive en Bogotá ($\sim 7\%$ del territorio)
- ▶ El 70% de la población de EEUU viven en Ciudades ($\sim 4\%$ del territorio)

Figure 1: Porcentaje de población



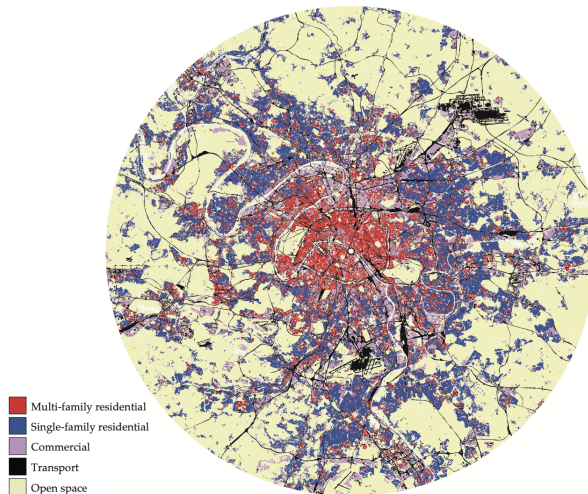
Fuente: <https://population.un.org/>

Motivación

- ▶ Vamos a buscar una explicación económica rigurosa de regularidades empíricas

Motivación

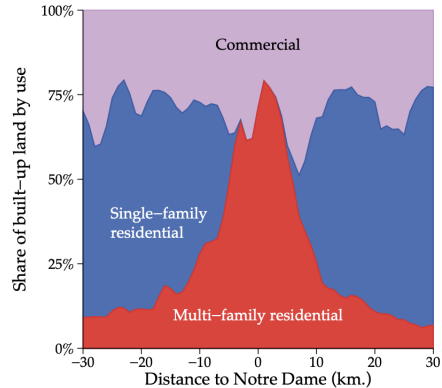
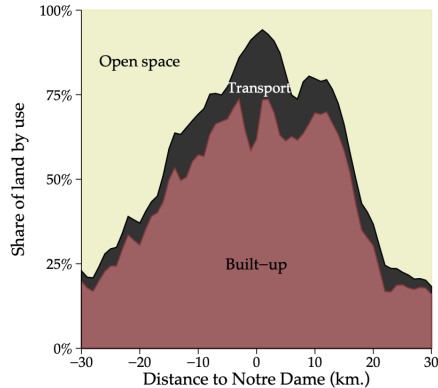
Uso de la tierra en París



Fuente: Duranton, G., & Puga, D. (2015). Urban land use. In Handbook of regional and urban economics (Vol. 5, pp. 467-560). Elsevier.

Motivación

Uso de la tierra en París

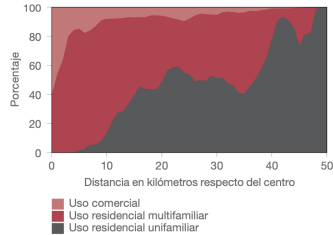


Fuente: Duranton, G., & Puga, D. (2015). Urban land use. In Handbook of regional and urban economics (Vol. 5, pp. 467-560). Elsevier.

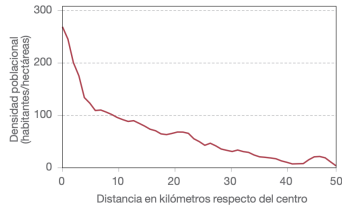
Motivación

Uso de la tierra en Buenos Aires

Panel A: Distribución del uso del suelo (2010)



Panel C: Densidad poblacional (2010)



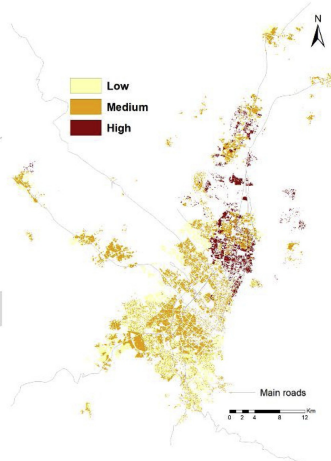
Fuente: Daude, C. et al (2017). RED 2017. Crecimiento urbano y acceso a oportunidades: un desafío para América Latina

Motivación

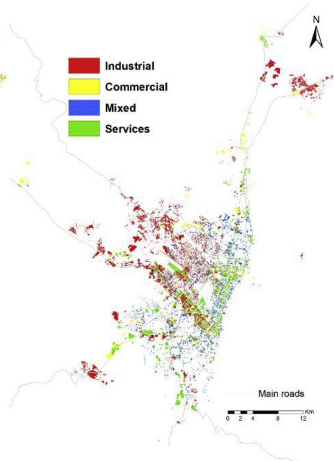
Uso de la tierra en Bogotá



Bogotá and municipalities



Residential land

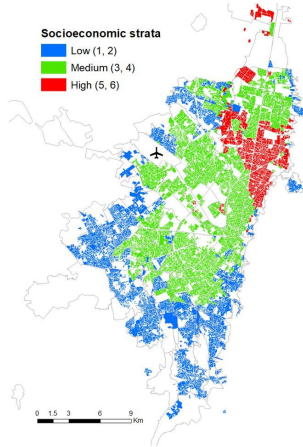


Economic land

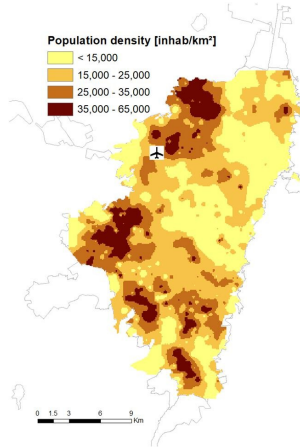
Fuente: Guzman, L. A., Arellana, J., Oviedo, D., & Aristizábal, C. A. M. (2021). COVID-19, activity and mobility patterns in Bogotá. Are we ready for a '15-minute city'? Travel Behaviour and Society, 24, 245-256.

Motivación

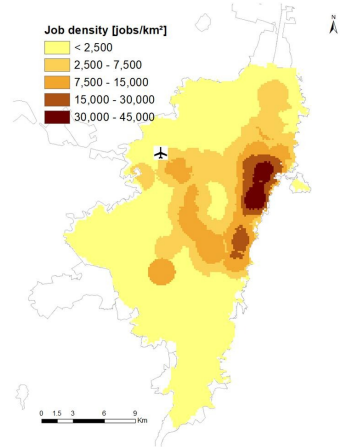
Uso de la tierra en Bogotá



Socioeconomic strata



Population density



Job density

Fuente: Guzman, L. A., Arellana, J., Oviedo, D., & Aristizábal, C. A. M. (2021). COVID-19, activity and mobility patterns in Bogotá. Are we ready for a '15-minute city'?. *Travel Behaviour and Society*, 24, 245-256.

Modelo Monocéntrico

- ▶ El elemento clave en economía urbana es la idea detrás del equilibrio espacial:

“No hay ganancias de cambiar de ubicación”

- ▶ El punto de partida va a ser el Alonso-Muth-Mill (AMM) modelo de ubicación residencial en una ciudad monocéntrica.

Modelo Monocéntrico

Setup

En la versión mas simple, vamos a asumir

- ▶ un modelo monocéntrico
- ▶ una ciudad con forma circular
- ▶ la ciudad va a estar cerrada
 - ▶ La población es exógena y fija = N
 - ▶ Cuando la población se determina endógenamente → “modelo de ciudad abierta”

Modelo Monocéntrico

Setup

- ▶ Estos N trabajadores tiene que viajar a un punto del centro de la ciudad (CBD) donde trabajan
- ▶ Reciben un salario fijo w
- ▶ Los costos de transporte son una función de la distancia $t(d)$
- ▶ Estos N residentes usan L unidades de tierra:
 - ▶ Entonces en total usan NL unidades de tierra
 - ▶ Dado que la ciudad es un círculo esto tiene que ser igual a $\pi\bar{d}$, donde \bar{d} es la distancia máxima entre una casa y el centro de la ciudad

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{NL}{\pi}}$$

Modelo Monocéntrico

Setup

- ▶ Estos N habitantes de la ciudad maximizan utilidad que depende de
 - ▶ C consumo
 - ▶ L unidades de tierra

$$\max_C U(C, L)$$

- ▶ Los habitantes usan entonces L unidades de tierra, consumen C unidades, y viajan al centro de la ciudad (CBD) donde trabajan

Modelo Monocéntrico

- ▶ Los habitantes usan entonces L unidades de tierra, consumen C unidades, y viajan al centro de la ciudad (CBD) donde trabaja
- ▶ Esto implica que la restricción presupuestaria es

$$C + r(d)L = w - td \quad (1)$$

- ▶ La renta de la tierra es $r(d)$ (costo de arrendarla por unidad), es función de la distancia

Modelo Monocéntrico

- ▶ Entonces podemos reescribir la función de utilidad como

$$\max_d U(w - td - r(d)L, L) \quad (2)$$

- ▶ Las FOC

$$\frac{\partial U}{\partial d}(-t - \frac{\partial r}{\partial d}L) = 0 \quad (3)$$

$$r' = -\frac{t}{L} \quad (4)$$

Modelo Monocéntrico

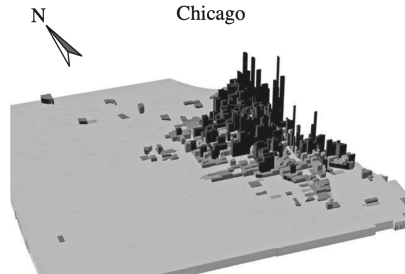
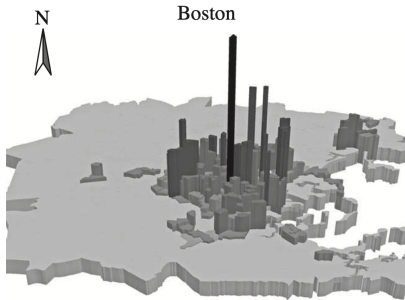
$$r' = -\frac{t}{L} \quad (5)$$

- ▶ La condición de equilibrio nos dice que la renta de la tierra va a caer a medida que nos alejamos del centro.
- ▶ El supuesto de que los costos de transporte son lineales implica que el gradiente de la renta es lineal

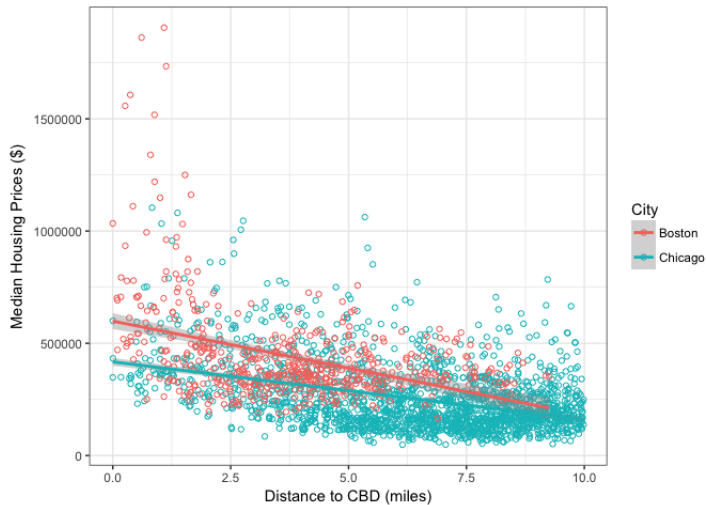
$$r(d) = r(0) - \frac{td}{L} \quad (6)$$

- ▶ La predicción clave del modelo es que la rentas de la tierra declinan con la distancia al CBD

Modelo Monocéntrico



Modelo Monocéntrico



Modelo Monocéntrico

- ▶ Para cerrar el modelo tenemos que resolver $r(0)$.
- ▶ Para hacerlo asumimos que hay un uso alternativo de la tierra (\underline{r}), y esto naturalmente va a ser el nivel de renta en el borde de la ciudad
- ▶ Por lo que la renta es igual a

$$\underline{r} = r(\bar{d}) = r(0) - \frac{t\bar{d}}{L}$$

$$r(0) = \underline{r} + \frac{t\bar{d}}{L}$$

Modelo Monocéntrico

Entonces

$$r(0) = \underline{r} + \frac{t}{L} \sqrt{\frac{NL}{\pi}}$$

Por lo que la renta es igual a

$$r(d) = \underline{r} + \frac{t}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right)$$

Modelo Monocéntrico

La utilidad en todos lados es

$$U \left(w - \underline{r} + \frac{t}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right), d \right)$$

Notar que

- ▶ Creciente en salarios (w)
- ▶ Decreciente en
 - ▶ Renta alternativa (\underline{r}),
 - ▶ Costos de transporte (t), y
 - ▶ Población (N)

Modelo Monocéntrico

Agreguemos Transporte

Supongamos que tenemos 2 modos de transporte

- 1 No tiene costo fijo, pero tiene un costo por unidad de distancia \bar{t}
- 2 Tiene un costo fijo K y costo por unidad de distancia \underline{t} , de forma que $\bar{t} > \underline{t}$

Modelo Monocéntrico

Agreguemos Transporte

Como los individuos quieren minimizar costos de viaje,

$$\min_d t(d) \quad (7)$$

va a elegir el modo 2 si y solo si

$$\bar{t}d > \underline{t}d + K$$

o si viven a una distancia mayor a

$$d > \frac{K}{(\bar{t} - \underline{t})}$$

Esto quiere decir que la gente que vive cerca de su trabajo camina o usa transporte público, evitándose el costo fijo K . Los que viven más lejos, van a estar dispuestos a pagar el costo fijo K para reducir el costo variable.

Modelo Monocéntrico

Agreguemos Transporte

Entonces dado que continua siendo cierto que

$$r'(d) = \frac{-t'(d)}{L}$$

La pendiente gradiente va a ser ahora

$$r(d) = \begin{cases} -\frac{\bar{t}}{L} & d < \frac{K}{(\bar{t}-\underline{t})} \\ -\frac{\underline{t}}{L} & d > \frac{K}{(\bar{t}-\underline{t})} \end{cases}$$

Modelo Monocéntrico

Agreguemos Transporte

Entonces si

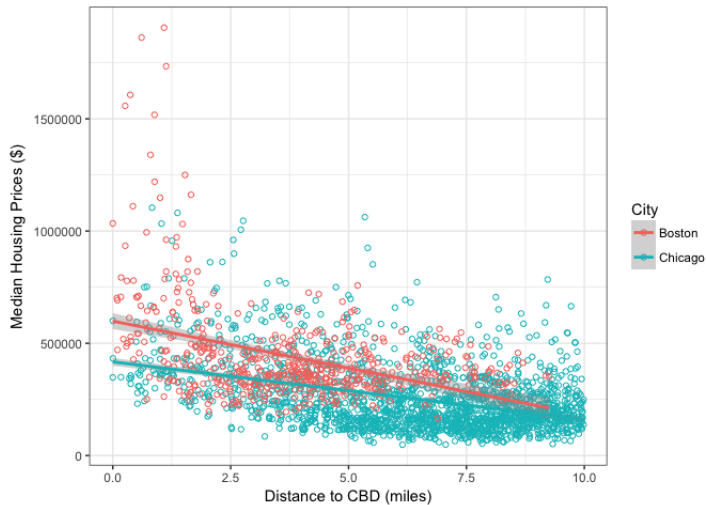
$$\sqrt{\frac{NL}{\pi}} > \frac{K}{(\bar{t} - \underline{t})}$$

esto quiere decir que algunos individuos usan autos, entonces el gradiente de la renta va a ser igual a

$$r'(d) = \begin{cases} \underline{r} + \frac{\bar{t}}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right) & d < \frac{K}{(\bar{t} - \underline{t})} \\ \underline{r} + \frac{K}{L} + \frac{\underline{t}}{L} \left(\sqrt{\frac{NL}{\pi}} - d \right) & d > \frac{K}{(\bar{t} - \underline{t})} \end{cases}$$

Este gradiente va a ser convexo

Modelo Monocéntrico



Recap y Preview

► Recap

- Spatial equilibrium: **“No hay ganancias de cambiar de ubicación”**

► Next

- Modelo Monocéntrico (cont.)

Para seguir leyendo

- ▶ Brueckner, J. K. (1987). The structure of urban equilibria: A unified treatment of the Muth-Mills model. *Handbook of regional and urban economics*, 2(20), 821-845.
- ▶ Daude, C. et al (2017). RED 2017. Crecimiento urbano y acceso a oportunidades: un desafío para América Latina.
- ▶ Duranton, G., & Puga, D. (2015). Urban land use. In *Handbook of regional and urban economics* (Vol. 5, pp. 467-560). Elsevier.
- ▶ Glaeser, E. L. (2008). *Cities, agglomeration, and spatial equilibrium*. Oxford University Press.