Clase 18: Resultados Potenciales (Cont.)

Haciendo Economía I
Econ 2205

Ignacio Sarmiento-Barbieri

Universidad de los Andes

April 9, 2021

Plan para hoy

1. Resultados Potenciales
   - Tres Efectos de Interés
   - Ejemplo de cálculo de ATE, ATT, y ATU
   - Diferencia Simple de Resultados (SDO)
   - Supuestos SDO=ATE
2. Próxima Clase

Resultados potenciales

- Si bien la notación de resultados potenciales se remonta a Splawa-Neyman (1923), obtuvo un gran impulso en las ciencias sociales más amplias con Rubin (1974)
- Un efecto causal se define como una comparación entre dos estados del mundo.
- Ejemplos:
  1. Aspirina:
     1. Toma aspirina para su dolor de cabeza y una hora más tarde informa de la gravedad de su dolor de cabeza.
     2. No toma nada para su dolor de cabeza y una hora más tarde informa la severidad de su dolor de cabeza.
  2. El Jardín de Senderos que se Bifurcan (Borges)
  3. Doctor Strange y la piedra del tiempo

Resultados potenciales

i = Ignacio

- Unidad i (puede ser persona, escuela, etc.)
- Una variable binaria D_i (T_i), $D_i = 1$ si i recibe tratamiento, $D_i = 0$ de lo contrario
- Cada unidad tiene 2 resultados potenciales
  1. Y_i^1 si recibe el tratamiento
  2. Y_i^0 si no

$Y_i^1 \rightarrow$ dolor de cabeza cdo tomo aspirina

$Y_i^0 \rightarrow$ dolor de cabeza cdo no tomo

Resultados potenciales

$Y_i = f(Y_i^1, Y_i^0)$

- Los resultados observables o "reales", Y_i, son distintos de los resultados potenciales.
- La forma en que pasamos de los resultados potenciales a los resultados reales es un movimiento filosófico importante. El resultado observable de una unidad es una función de sus resultados potenciales:

$$Y_i = D_i Y_i^1 + (1 - D_i) Y_i^0 \tag{1}$$

- Donde $D_i = 1$ si la unidad recibió el tratamiento, 0 de lo contrario
- Notar que:
  - Cuando $D_i = 1$, entonces $Y_i = Y_i^1$
  - Cuando $D_i = 0$, y $Y_i = Y_i^0$.

$Y_i = Y_i^1$

$Y_i = Y_i^0$

1. Resultados Potenciales
   - Tres Efectos de Interés
   - Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU
   - Diferencia Simple de Resultados (SDO)
   - Supuestos SDO=ATE

2. Próxima Clase

Tres Efectos de Interés

Efecto Promedio (ATE)

$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0$

- El primero es el efecto promedio del tratamiento (Average Treatment Effect)

$$
\begin{aligned}
ATE &= E[\delta_i] \\
&= E[Y_i^1 - Y_i^0] \\
&= E[Y_i^1] - E[Y_i^0]
\end{aligned}
\tag{2}
$$

reemplazo x def

op lineal

- Notar que requiere conocer los efectos potenciales para cada unidad i
- Pero como solo conocemos uno, *no podemos calcularlo*
- **Pero se puede estimar**

Tres Efectos de Interés

Efecto Promedio para los tratados (ATT)

- El segundo parámetro de interés es el efecto del tratamiento promedio para el grupo de tratamiento (Average Treatment Effect for the Treatment Group)

condicional

hago si lo trato lo

$$
\begin{aligned}
\underline{ATT} &= E\left[\delta_i \mid \underline{D_i = 1}\right] \\
&= E\left[Y_i^1 - Y_i^0 \mid D_i = 1\right] \\
&= \underbrace{E\left[Y_i^1 \mid D_i = 1\right]} - \underbrace{E\left[Y_i^0 \mid D_i = 1\right]} \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Tres Efectos de Interés

Efecto Promedio para el grupo de control (ATU)

- El último parámetro de interés se llama efecto de tratamiento promedio para el grupo de control o grupo no tratado (Average Treatment Effect for the Untreated Group).

→ condicionado

→ NO recibo el tratamiento

$$
\begin{aligned}
\underline{ATU} &= E\left[\delta_i \mid D_i = 0\right] \\
&= E\left[Y_i^1 - Y_i^0 \mid D_i = 0\right] \\
&= E\left[Y_i^1 \mid D_i = 0\right] - E\left[Y_i^0 \mid D_i = 0\right]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$ATE = f(ATT, ATU,)$

1. Resultados Potenciales
   - Tres Efectos de Interés
   - Ejemplo de cálculo de ATE, ATT, y ATU
   - Diferencia Simple de Resultados (SDO)
   - Supuestos SDO=ATE
2. Próxima Clase

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

- Veamos un ejemplo de como funcionan estas cantidades
- Supongamos que hay diez pacientes i que tienen cáncer y dos procedimientos o tratamientos médicos.
  - Hay una intervención quirúrgica, $D_i = 1$, y
  - hay una intervención de quimioterapia, $D_i = 0$.
- Cada paciente tiene los siguientes dos resultados potenciales en los que un resultado potencial se define como la esperanza de vida posterior al tratamiento en años:
  - un resultado potencial en un mundo en el que recibieron cirugía (Y_i^1) y
  - un resultado potencial en el que, en cambio, recibieron quimioterapia (Y_i^0) .

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

Pacientes	Cirugía Y_i^1	Quimio Y_i^0	$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0$
1	7	1	6
2	5	6	-1
3	5	1	4
4	7	8	-1
5	4	2	2
6	10	1	9
7	1	10	-9
8	5	6	-1
9	3	7	-4
10	9	8	1

$$\frac{56}{10} - \frac{50}{10} = \frac{6}{10}$$

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

- Con la tabla podemos calcular el ATT

$$ATE = E[Y_i^1] - E[Y_i^0] \tag{5}$$
$$= 5.6 - 5 = .6 \tag{6}$$

- El efecto promedio del tratamiento de la cirugía en estos pacientes específicos es de 0,6 años adicionales (en comparación con la quimioterapia).
- Notar que no todo el mundo se beneficia de la cirugía.

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

- Supongamos ahora que existe el médico perfecto que conoce los resultados potenciales de cada persona y elige el tratamiento que maximice la vida posterior al tratamiento
- Es decir, elige someter a un paciente a cirugía o quimioterapia según en el tratamiento que maximice la vida posterior
- Observa el resultado real posterior de acuerdo con la ecuación de resultados potenciales

$$Y_i = D_i Y_i^1 + (1 - D_i) Y_i^0 \tag{7}$$

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

Pacientes	Cirugía Y_i^1	Quimio Y_i^0	D_i
1	7	1	1
2	5	6	0
3	5	1	1
4	7	8	0
5	4	2	1
6	10	1	1
7	1	10	0
8	5	6	0
9	3	7	0
10	9	8	1

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

Paciente	Y_i	D_i
1	7	1
2	6	0
3	5	1
4	8	0
5	4	1
6	10	1
7	10	0
8	6	0
9	7	0
10	9	1

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

- Una vez asignado el tratamiento, podemos calcular el ATT

$Y^0_i \mid D_i = 0$

$$ATT = E\left[Y_i^1 \mid D_i = 1\right] - E\left[Y_i^0 \mid D_i = 1\right] = 4.4 \tag{8}$$

P	Y_i^1	Y_i^0	α_i
1	7	1	6
3	5	1	4
5	4	2	2
6	10	1	9
10	9	8	1

$22/5 = 4.4$

Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU

- Una vez asignado el tratamiento, y el ATU

$$ATU = E\left[Y_i^1 \mid D_i = 0\right] - E\left[Y_i^0 \mid D_i = 0\right] = \boxed{-3.2} \quad (9)$$

Pac	Y_i^1	Y_i^0	δ_i
2			
4			
7			
8			
9			

Ejemplo de cálculo de ATE, ATT, y ATU

- El ATE es 0,6, que es solo un promedio ponderado entre el ATT y el ATU
- Pero existen efectos de tratamiento heterogéneos:

$$ATE = f(ATT, ATU)$$

$\downarrow$ promedio ponderado

$$ATE = 0{,}6$$

$$ATT = 4{,}4$$

$$ATU = -3{,}2$$

$$ATE = \frac{1}{2} ATT + \frac{1}{2} ATU$$

$$= \frac{1}{2}(4{,}4 - 3{,}2) = 0{,}6$$

1 Resultados Potenciales
- Tres Efectos de Interés
- Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU
- Diferencia Simple de Resultados (SDO)
- Supuestos SDO=ATE

2 Próxima Clase

Diferencia Simple de Resultados

- ¿Qué pasaría si simplemente compararámos el promedio de vida postoperatoria de los dos grupos?
- Este estimador simplista se llama diferencia simple ~~de medias~~ de resultados (SDO)

$$
\begin{aligned}
SDO &= E\left[Y_i^1 \mid D_i = 1\right] - E\left[Y_i^0 \mid D_i = 0\right] \\
&= \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i \mid d_i = 1\right) - \frac{1}{N_C}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i \mid d_i = 0\right) \qquad (10)
\end{aligned}
$$

- Es una estimación del ATE

Diferencia Simple de Resultados

- Con los números del ejemplo esto es es

$$SDO = \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 1) - \frac{1}{N_C}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 0) \tag{11}$$

$$= 7 - 7.4 = -0.4 \tag{12}$$

a	y_i^1	quien	y_i^0
1	7	2	6
3	5	4	8
5	4	7	10
6	10	8	6
10	9	9	7

$\frac{1}{N}\sum y_i = 7$ $\qquad$ $\frac{1}{N}\sum y_i = 7,4$

$\boxed{-0,4}$

$\boxed{\widehat{ATE} = 9,6}$

Diferencia Simple de Resultados

- Con los números del ejemplo esto es es

$$SDO = \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 1) - \frac{1}{N_C}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 0) \tag{11}$$

$$= 7 - 7.4 = -0.4 \tag{12}$$

- Eso significa que el grupo de tratamiento vive 0.4 años menos después de la cirugía que el grupo de quimioterapia cuando el médico perfecto asignó cada unidad a su mejor tratamiento.

Diferencia Simple de Resultados

- Con los números del ejemplo esto es es

$$SDO = \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 1) - \frac{1}{N_C}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 0) \tag{11}$$

$$= 7 - 7.4 = -0.4 \tag{12}$$

- Eso significa que el grupo de tratamiento vive 0.4 años menos después de la cirugía que el grupo de quimioterapia cuando el médico perfecto asignó cada unidad a su mejor tratamiento.
- $SDO \neq ATE$

Diferencia Simple de Resultados

- Con los números del ejemplo esto es es

$$SDO = \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 1) - \frac{1}{N_C}\sum_{i=1}^{n}(y_i \mid d_i = 0) \tag{11}$$

$$= 7 - 7.4 = -0.4 \tag{12}$$

- Eso significa que el grupo de tratamiento vive 0.4 años menos después de la cirugía que el grupo de quimioterapia cuando el médico perfecto asignó cada unidad a su mejor tratamiento.
- $SDO \neq ATE$
- Entonces que está pasando?

Diferencia Simple de Resultados

- SDO esta sesgado. Por qué?

Diferencia Simple de Resultados

- SDO esta sesgado. Por qué?
- Las unidades individuales estaban clasificando de manera óptima su mejor opción de tratamiento, creando diferencias fundamentales entre el tratamiento y el grupo de control que son una función directa de los resultados potenciales en sí mismos.
- Para dejar esto tan claro veamos descompondremos la simple diferencia de medias en tres partes:

$$
\begin{aligned}
E\left[Y^1 \mid D=1\right] - E\left[Y^0 \mid D=0\right] &= \overbrace{E[Y^1] - E[Y^0]}^{ATE} \\
&+ E\left[Y^0 \mid D=1\right] - E\left[Y^0 \mid D=0\right] \\
&+ (1-\pi)(ATT - ATU) \qquad (13)
\end{aligned}
$$

prop only of treat ($\frac{1}{2}$)

Diferencia Simple de Resultados

SDO ≠ ATE

- Cada una de estas partes identifica distintos objetos

$-0{,}4 = 0{,}6 + $ —

$$\underbrace{E\left[Y^1 \mid D=1\right] - E\left[Y^0 \mid D=0\right]}_{\text{Simple Difference in Outcomes}} = \underbrace{E[Y^1] - E[Y^0]}_{\text{Average Treatment Effect}} \tag{14}$$

$$+ \underbrace{E\left[Y^0 \mid D=1\right] - E\left[Y^0 \mid D=0\right]}_{\text{Selection bias}} \; * \tag{15}$$

$$+ \quad \underbrace{(1-\pi)(ATT - ATU)}_{\text{Heterogeneous treatment effect bias}} \tag{16}$$

1 Resultados Potenciales
- Tres Efectos de Interés
- Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU
- Diferencia Simple de Resultados (SDO)
- Supuestos SDO=ATE

2 Próxima Clase

Supuesto de independencia

- Entonces bajo que supuestos SDO=ATE?

Supuesto de independencia

- Entonces bajo que supuestos SDO=ATE?

- Cuando se asignada a tratamiendo independientemente de sus posibles resultados.

independiente

$$(Y^1, Y^0) \perp\!\!\!\perp D \tag{17}$$

Supuesto de independencia

- Si asignamos el tratamiento de manera independiente, esto implica que

$$E[Y^1 \mid D=1] - E[Y^1 \mid D=0] = 0 \Rightarrow E(Y^1 \mid D=1) = E(Y^1 \mid D=0) \tag{18}$$

$$\underbrace{E[Y^0 \mid D=1] - E[Y^0 \mid D=0]}_{\text{sesgo de selección}} = 0 \tag{19}$$

- Puesto de otra forma el resultado promedio para Y^1 e Y^0 es el mismo (en la población)

- La asignación aleatoria entonces eliminaría tanto el sesgo de selección como el sesgo por efectos heterogéneos.

Supuesto de independencia

1. Por qué?

Supuesto de independencia

1. Por qué?

2. Recordemos que el sesgo de selección es

$$E[Y^0 \mid D = 1] - E[Y^0 \mid D = 0] \quad = 0 \tag{20}$$

Supuesto de independencia

- Que pasa con los efectos heterogéneos?

Supuesto de independencia

- Que pasa con los efectos heterogéneos?

- Reescribiendo las definiciones para ATT y ATU:

$$ATT = E\left[\underline{Y^1 \mid D = 1}\right] - E\left[Y^0 \mid D = 1\right] \tag{21}$$

$$ATU = E\left[\underline{Y^1 \mid D} = 0\right] - E\left[Y^0 \mid D = 0\right] \tag{22}$$

$ATT - ATU \rightarrow$ Sesgo de Ef Het

$$= \underbrace{E(Y^1 \mid D=1) - E(Y^1 \mid D=0)}_{=0} - \underbrace{E(Y^0 \mid D=1) + E(Y^0 \mid D=0)}_{=0}$$

Supuesto de independencia

- Tomando las diferencias

$$
\begin{aligned}
ATT - ATU &= \mathbf{E}\big[\mathbf{Y^1} \mid \mathbf{D} = \mathbf{1}\big] - E\big[Y^0 \mid D = 1\big] && (23)\\
&- \mathbf{E}\big[\mathbf{Y^1} \mid \mathbf{D} = \mathbf{0}\big] + E\big[Y^0 \mid D = 0\big] && (24)\\
&= 0 && (25)
\end{aligned}
$$

→ mismo slide anterior

Supuesto de independencia

- Entonces

$$E\left[Y^1 \mid D=1\right] - E\left[Y^0 \mid D=0\right] = E[Y^1] - E[Y^0] \tag{26}$$

$$SDO = ATE \tag{27}$$

Supuesto de independencia

- **OJO** Notar lo siguiente: independencia **no** implica que

$$E[Y^1 \mid D = 1] - E[Y^0 \mid D = 0] = 0 \tag{28}$$

- Tampoco implica que

ATT

$$E[Y^1 \mid D = 1] - E[Y^0 \mid D = 1] = 0 \tag{29}$$

- Solo implica

$$E\left[Y^1 \mid D = 1\right] - E\left[Y^1 \mid D = 0\right] = 0 \tag{30}$$

- En el ejemplo que los dos grupos de tratamiento (cirugía y quimio), tienen en promedio el mismo resultado potencial en la población

Supuesto de independencia

- ¿Qué tan realista es la independencia en los datos observacionales?
- Muy poco probable: los individuos no eligen aleatoriamente, están maximizando
- Por ejemplo, padres eligen escuelas que perciben que es la mejor para sus hijos. Esto esta basado en resultados potenciales
- Decisiones racionales siempre va en contra de independencia, por lo que la simple comparación de medias nunca aproxima el efecto causal.
- Es necesaria la aleatorización física para poder aproximar los efectos causales.

1 Resultados Potenciales
- Tres Efectos de Interés
- Ejemplo de calculo de ATE, ATT, y ATU
- Diferencia Simple de Resultados (SDO)
- Supuestos SDO=ATE

2 Próxima Clase

Próxima Clase

- Próxima Clase:
  - Análisis de regresión para modelo de resultados potenciales (MHE)
  - 2 Ejemplos Empíricos
- Viernes:
  - Quiz sobre resultados potenciales
  - Trabajo en Actividad 6: Resultados Potenciales

SDO
a partir
de una
regresion

$$y = x\beta + \underline{u}$$

$$\downarrow$$

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$