Matemáticas Discretas I

Teoría de Conjuntos

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co
Edif. 331 - 2111
Universidad del Valle

Octubre 2018

Plan

Plan

Plan

1. Motivación - Definiciones
2. Predicados y operaciones sobre conjuntos
   - Predicados sobre conjuntos
   - Operaciones sobre conjuntos
3. Teoría de Conjuntos: Teoremas y demostraciones
   - Teoremas
   - Demostraciones
   - Demuestre o refute
4. Metateorema de representación
   - Ejemplos

Plan

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
    - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
    - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
    - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
    - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
    - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
    - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
    - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
    - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
    - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
    - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas ...
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Motivación - Definiciones

- Los conjuntos son la estructura básica para construir muchas estructuras discretas: Relaciones, Funciones, Secuencias, ...
- En computación, los conjuntos son fundamentales para construir tipos, grafos, autómatas, gramáticas . . .
- Un conjunto es una colección (o agrupación), no ordenada de objetos (o elementos).
- Ejemplos de conjuntos son:
  - El conjunto de ciclistas que participó en la vuelta a España 2017
  - El conjunto de etapas de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - El conjunto de ciclistas, etapas y clasificaciones de la vuelta a España 2017
  - Los conjuntos de números reales ($\mathbb{R}$), racionales ($\mathbb{Q}$), enteros ($\mathbb{Z}$), y naturales ($\mathbb{N}$)
- Los conjuntos son una abstracción presente en cualquier modelo

Definición de conjuntos

Los conjuntos se definen por extensión o por comprensión.

- Por extensión: enunciar, enmarcados en llaves ($\{,\}$), los elementos del conjunto.

$$A = \{2,4,6,8,10\}, V = \{a,e,i,o,u\}, \mathcal{A} = \{a,b,c,d,\ldots,x,y,z\}$$

- Por comprensión: los elementos del conjunto se expresan por condiciones que cumplan los elementos de otro conjunto (el universal: U).

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x \% 2) = 0 \wedge 0 < x \leq 10\}$$

$$V = \{l : \mathcal{A} | Vocal(l)\}$$

- Extensión es una abreviación de comprensión:

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

$$A = \{x : U | x = a_1 \vee x = a_2 \vee \ldots \vee x = a_n\}$$

- Aunque el conjunto sea finito, puede ser mejor definirlo por comprensión:

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x \% 2) = 0 \wedge 0 < x \leq 1024\}$$

Es más preciso que $A = \{2, 4, \ldots, 1024\}$

Definición de conjuntos

Los conjuntos se definen por extensión o por comprensión.

- Por extensión: enunciar, enmarcados en llaves ($\{,\}$), los elementos del conjunto.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, V = \{a, e, i, o, u\}, \mathcal{A} = \{a, b, c, d, \ldots, x, y, z\}$$

- Por comprensión: los elementos del conjunto se expresan por condiciones que cumplan los elementos de otro conjunto (el universal: U).

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x\,\%2) = 0 \wedge 0 < x \leq 10\}$$

$$V = \{l : \mathcal{A} | Vocal(l)\}$$

- Extensión es una abreviación de comprensión:

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

$$A = \{x : U | x = a_1 \vee x = a_2 \vee \ldots \vee x = a_n\}$$

- Aunque el conjunto sea finito, puede ser mejor definirlo por comprensión:

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x\,\%2) = 0 \wedge 0 < x \leq 1024\}$$

Es más preciso que $A = \{2, 4, \ldots, 1024\}$

Definición de conjuntos

Los conjuntos se definen por extensión o por comprensión.

- Por extensión: enunciar, enmarcados en llaves ($\{,\}$), los elementos del conjunto.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, V = \{a, e, i, o, u\}, \mathcal{A} = \{a, b, c, d, \ldots, x, y, z\}$$

- Por comprensión: los elementos del conjunto se expresan por condiciones que cumplan los elementos de otro conjunto (el universal: U).

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x\,\%2) = 0 \wedge 0 < x \leq 10\}$$

$$V = \{l : \mathcal{A} | Vocal(l)\}$$

- Extensión es una abreviación de comprensión:

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

$$A = \{x : U | x = a_1 \vee x = a_2 \vee \ldots \vee x = a_n\}$$

- Aunque el conjunto sea finito, puede ser mejor definirlo por comprensión:

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x\,\%2) = 0 \wedge 0 < x \leq 1024\}$$

Es más preciso que $A = \{2, 4, \ldots, 1024\}$

Definición de conjuntos

Los conjuntos se definen por extensión o por comprensión.

- Por extensión: enunciar, enmarcados en llaves ($\{,\}$), los elementos del conjunto.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, V = \{a, e, i, o, u\}, \mathcal{A} = \{a, b, c, d, \ldots, x, y, z\}$$

- Por comprensión: los elementos del conjunto se expresan por condiciones que cumplan los elementos de otro conjunto (el universal: U).

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x \% 2) = 0 \wedge 0 < x \leq 10\}$$

$$V = \{l : \mathcal{A} | Vocal(l)\}$$

- Extensión es una abreviación de comprensión:

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

$$A = \{x : U | x = a_1 \vee x = a_2 \vee \ldots \vee x = a_n\}$$

- Aunque el conjunto sea finito, puede ser mejor definirlo por comprensión:

$$A = \{x : \mathbb{N} | (x \% 2) = 0 \wedge 0 < x \leq 1024\}$$

Es más preciso que $A = \{2, 4, \ldots, 1024\}$

Propiedades básicas de los conjuntos

- Los conjuntos no tienen duplicados:

$$\{a, a\} = \{x : |x = a \vee x = a\} = \{x : |x = a\} = \{a\}$$

- En los conjuntos, el orden no importa:

$$\{a, b\} = \{x : |x = a \vee x = b\} = \{x : |x = b \vee x = a\} = \{b, a\}$$

- Lo que importa es saber si un elemento pertenece o no a un conjunto:

$$x \in A$$

$$x \notin A \equiv \neg(x \in A)$$

- Un conjunto A es finito, si tiene n elementos diferentes ($n \in \mathbb{N}, |A| = n$). Un conjunto es infinito si no es finito.

Propiedades básicas de los conjuntos

- Los conjuntos no tienen duplicados:

$$\{a, a\} = \{x : |x = a \vee x = a\} = \{x : |x = a\} = \{a\}$$

- En los conjuntos, el orden no importa:

$$\{a, b\} = \{x : |x = a \vee x = b\} = \{x : |x = b \vee x = a\} = \{b, a\}$$

- Lo que importa es saber si un elemento pertenece o no a un conjunto:

$$x \in A$$

$$x \notin A \equiv \neg(x \in A)$$

- Un conjunto A es finito, si tiene n elementos diferentes ($n \in \mathbb{N}, |A| = n$). Un conjunto es infinito si no es finito.

Propiedades básicas de los conjuntos

- Los conjuntos no tienen duplicados:

$$\{a, a\} = \{x : |x = a \vee x = a\} = \{x : |x = a\} = \{a\}$$

- En los conjuntos, el orden no importa:

$$\{a, b\} = \{x : |x = a \vee x = b\} = \{x : |x = b \vee x = a\} = \{b, a\}$$

- Lo que importa es saber si un elemento pertenece o no a un conjunto:

$$x \in A$$

$$x \notin A \equiv \neg(x \in A)$$

- Un conjunto A es finito, si tiene n elementos diferentes ($n \in \mathbb{N}, |A| = n$). Un conjunto es infinito si no es finito.

Propiedades básicas de los conjuntos

- Los conjuntos no tienen duplicados:

$$\{a, a\} = \{x : |x = a \lor x = a\} = \{x : |x = a\} = \{a\}$$

- En los conjuntos, el orden no importa:

$$\{a, b\} = \{x : |x = a \lor x = b\} = \{x : |x = b \lor x = a\} = \{b, a\}$$

- Lo que importa es saber si un elemento pertenece o no a un conjunto:

$$x \in A$$

$$x \notin A \equiv \neg(x \in A)$$

- Un conjunto A es finito, si tiene n elementos diferentes $(n \in \mathbb{N}, |A| = n)$. Un conjunto es infinito si no es finito.

El conjunto universal y el conjunto vacío

- Cualquier conjunto está constituido por elementos del conjunto universal: U, el cual cumple que:

$$x \in U \equiv true$$

$$x \notin U \equiv false$$

- El conjunto vacío: $\emptyset$ representa un conjunto sin elementos ($|\emptyset| = 0$), y cumple que:

$$x \in \emptyset \equiv false$$

$$x \notin \emptyset \equiv true$$

El conjunto universal y el conjunto vacío

- Cualquier conjunto está constituido por elementos del conjunto universal: U, el cual cumple que:

$$x \in U \equiv true$$

$$x \notin U \equiv false$$

- El conjunto vacío: $\emptyset$ representa un conjunto sin elementos ($|\emptyset| = 0$), y cumple que:

$$x \in \emptyset \equiv false$$

$$x \notin \emptyset \equiv true$$

Plan

Predicados sobre conjuntos

Hay dos predicados fundamentales que permiten comparar conjuntos definidos sobre U:

- Igualdad, $=$: A es igual a B si y solo si cada elemento de A pertenece a B y cada elemento de B, pertenece a A

$$A = B \equiv \forall x : U | (x \in A \equiv x \in B)$$

- Inclusión, $\subseteq$: A está incluido en B (A es subconjunto de B, o, A está contenido en B) si cada elemento de A pertenece a B

$$A \subseteq B \equiv \forall x : U | (x \in A \implies x \in B)$$

- La Inclusión propia, $\subset$ se define a partir de ellos: A está incluido propiamente en B si A está incluido en B, pero no es igual a B.

$$A \subset B \equiv ((A \subseteq B) \wedge (A \neq B))$$

Predicados sobre conjuntos

Hay dos predicados fundamentales que permiten comparar conjuntos definidos sobre U:

- Igualdad, $=$: A es igual a B si y solo si cada elemento de A pertenece a B y cada elemento de B, pertenece a A

$$A = B \equiv \forall x : U | (x \in A \equiv x \in B)$$

- Inclusión, $\subseteq$: A está incluido en B (A es subconjunto de B, o, A está contenido en B) si cada elemento de A pertenece a B

$$A \subseteq B \equiv \forall x : U | (x \in A \implies x \in B)$$

- La Inclusión propia, $\subset$ se define a partir de ellos: A está incluido propiamente en B si A está incluido en B, pero no es igual a B.

$$A \subset B \equiv ((A \subseteq B) \wedge (A \neq B))$$

Predicados sobre conjuntos

Hay dos predicados fundamentales que permiten comparar conjuntos definidos sobre U:

- Igualdad, $=$: A es igual a B si y solo si cada elemento de A pertenece a B y cada elemento de B, pertenece a A

$$A = B \equiv \forall x : U | (x \in A \equiv x \in B)$$

- Inclusión, $\subseteq$: A está incluido en B (A es subconjunto de B, o, A está contenido en B) si cada elemento de A pertenece a B

$$A \subseteq B \equiv \forall x : U | (x \in A \implies x \in B)$$

- La Inclusión propia, $\subset$ se define a partir de ellos: A está incluido propiamente en B si A está incluido en B, pero no es igual a B.

$$A \subset B \equiv ((A \subseteq B) \wedge (A \neq B))$$

Plan

Operaciones sobre conjuntos (1)

Hay cuatro operaciones básicas entre conjuntos. Dados A, B, $A \subseteq U$, y $B \subseteq U$:

- Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota $\overline{A}$, y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$$\overline{A} = \{x : U | x \notin A\}$$

- Unión: La unión de los conjuntos A y B, se denota $A \cup B$, y contiene todos los elementos de A y de B

$$A \cup B = \{x : U | x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección: La intersección de los conjuntos A y B, se denota $A \cap B$, y contiene todos los elementos que están tanto en A como en B

$$A \cap B = \{x : U | x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$$

- $$\overline{A} \subseteq U \quad A \cup B \subseteq U \quad A \cap B \subseteq U \quad A \setminus B \subseteq U$$

Operaciones sobre conjuntos (1)

Hay cuatro operaciones básicas entre conjuntos. Dados A, B, $A \subseteq U$, y $B \subseteq U$:

- Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota $\overline{A}$, y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$$\overline{A} = \{x : U | x \notin A\}$$

- Unión: La unión de los conjuntos A y B, se denota $A \cup B$, y contiene todos los elementos de A y de B

$$A \cup B = \{x : U | x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección: La intersección de los conjuntos A y B, se denota $A \cap B$, y contiene todos los elementos que están tanto en A como en B

$$A \cap B = \{x : U | x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$$

- $$\overline{A} \subseteq U \qquad A \cup B \subseteq U \qquad A \cap B \subseteq U \qquad A \setminus B \subseteq U$$

Operaciones sobre conjuntos (1)

Hay cuatro operaciones básicas entre conjuntos. Dados A, B, $A \subseteq U$, y $B \subseteq U$:

- Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota $\overline{A}$, y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$$\overline{A} = \{x : U | x \notin A\}$$

- Unión: La unión de los conjuntos A y B, se denota $A \cup B$, y contiene todos los elementos de A y de B

$$A \cup B = \{x : U | x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección: La intersección de los conjuntos A y B, se denota $A \cap B$, y contiene todos los elementos que están tanto en A como en B

$$A \cap B = \{x : U | x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$$

- $$\overline{A} \subseteq U \qquad A \cup B \subseteq U \qquad A \cap B \subseteq U \qquad A \setminus B \subseteq U$$

Operaciones sobre conjuntos (1)

Hay cuatro operaciones básicas entre conjuntos. Dados A, B, $A \subseteq U$, y $B \subseteq U$:

- Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota $\overline{A}$, y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$$\overline{A} = \{x : U | x \notin A\}$$

- Unión: La unión de los conjuntos A y B, se denota $A \cup B$, y contiene todos los elementos de A y de B

$$A \cup B = \{x : U | x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección: La intersección de los conjuntos A y B, se denota $A \cap B$, y contiene todos los elementos que están tanto en A como en B

$$A \cap B = \{x : U | x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$$

- $$\overline{A} \subseteq U \quad A \cup B \subseteq U \quad A \cap B \subseteq U \quad A \setminus B \subseteq U$$

Operaciones sobre conjuntos (1)

Hay cuatro operaciones básicas entre conjuntos. Dados A, B, $A \subseteq U$, y $B \subseteq U$:

- Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota $\overline{A}$, y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$$\overline{A} = \{x : U | x \notin A\}$$

- Unión: La unión de los conjuntos A y B, se denota $A \cup B$, y contiene todos los elementos de A y de B

$$A \cup B = \{x : U | x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección: La intersección de los conjuntos A y B, se denota $A \cap B$, y contiene todos los elementos que están tanto en A como en B

$$A \cap B = \{x : U | x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$$

- $$\overline{A} \subseteq U \qquad A \cup B \subseteq U \qquad A \cap B \subseteq U \qquad A \setminus B \subseteq U$$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, A = \{1,2,3,4\}, B = \{3,4,8,9\}$
  - $\overline{A} = \{5,6,7,8,9\}$
  - $\overline{B} = \{1,2,5,6,7\}$
  - $A \cup B = \{1,2,3,4,8,9\}$
  - $A \cap B = \{3,4\}$
  - $A \setminus B = \{1,2\}$
  - $B \setminus A = \{8,9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, A = \{1,2,3,4\}, B = \{3,4,8,9\}$
  - $\overline{A} = \{5,6,7,8,9\}$
  - $\overline{B} = \{1,2,5,6,7\}$
  - $A \cup B = \{1,2,3,4,8,9\}$
  - $A \cap B = \{3,4\}$
  - $A \setminus B = \{1,2\}$
  - $B \setminus A = \{8,9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$
  - $x \in A \cap B \equiv x \in A \wedge x \in B$
  - $x \in A \setminus B \equiv x \in A \wedge x \notin B$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$
  - $x \in A \cap B \equiv x \in A \wedge x \in B$
  - $x \in A \setminus B \equiv x \in A \wedge x \notin B$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$
  - $x \in A \cap B \equiv x \in A \wedge x \in B$
  - $x \in A \setminus B \equiv x \in A \wedge x \notin B$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 8, 9\}$
  - $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $\overline{B} = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
  - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$
  - $A \cap B = \{3, 4\}$
  - $A \setminus B = \{1, 2\}$
  - $B \setminus A = \{8, 9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$
  - $x \in A \cap B \equiv x \in A \wedge x \in B$
  - $x \in A \setminus B \equiv x \in A \wedge x \notin B$

Operaciones sobre conjuntos (2)

- Sea $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, A = \{1,2,3,4\}, B = \{3,4,8,9\}$
  - $\overline{A} = \{5,6,7,8,9\}$
  - $\overline{B} = \{1,2,5,6,7\}$
  - $A \cup B = \{1,2,3,4,8,9\}$
  - $A \cap B = \{3,4\}$
  - $A \setminus B = \{1,2\}$
  - $B \setminus A = \{8,9\}$
- Podemos concluir que, por definición:
  - $x \in \overline{A} \equiv x \notin A$
  - $x \in A \cup B \equiv x \in A \vee x \in B$
  - $x \in A \cap B \equiv x \in A \wedge x \in B$
  - $x \in A \setminus B \equiv x \in A \wedge x \notin B$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$
  - $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$
  - $A \times B = \{(1, 4), (1, 8), (2, 4), (2, 8), (4, 4), (4, 8)\}$
  - Nótese que $1 \notin \mathcal{P}(A)$ pero $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$
  - $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$
  - $A \times B = \{(1, 4), (1, 8), (2, 4), (2, 8), (4, 4), (4, 8)\}$
  - Nótese que $1 \notin \mathcal{P}(A)$ pero $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$
  - $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$
  - $A \times B = \{(1, 4), (1, 8), (2, 4), (2, 8), (4, 4), (4, 8)\}$
  - Nótese que $1 \notin \mathcal{P}(A)$ pero $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$
  - $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$
  - $A \times B = \{(1, 4), (1, 8), (2, 4), (2, 8), (4, 4), (4, 8)\}$
  - Nótese que $1 \notin \mathcal{P}(A)$ pero $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$

Otras operaciones sobre conjuntos (1)

Otras operaciones entre conjuntos, pero cuyos resultados son conjuntos de otro universo, son:

- Partes o Potencia: El conjunto de todos los subconjuntos de A, se denota $\mathcal{P}(A)$, y contiene todos los subconjuntos de A.

$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq U | B \subseteq A\} = \{B : | B \subseteq A\}$$

- Producto cartesiano: El producto cartesiano de los conjuntos A y B, se denota $A \times B$, y contiene todos las parejas de elementos de A con elementos de B

$$A \times B = \{(x, y) : U \times U | x \in A \wedge y \in B\}$$

- Sea $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{1, 2, 4\}, B = \{4, 8\}$
  - $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$
  - $A \times B = \{(1, 4), (1, 8), (2, 4), (2, 8), (4, 4), (4, 8)\}$
  - Nótese que $1 \notin \mathcal{P}(A)$ pero $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$

¿Entendimos las operaciones y predicados?

[Socrative]

1. Suponga que $A = \{2,4,6\}, B = \{2,6\}, C = \{4,6\}, D = \{4,6,8\}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$A \subseteq B$, (2)$B \subseteq A$, (3)$B \subset A$, (4)$A \subseteq D$, (5)$C \subseteq A$, (6)$C \subseteq D$, (7)$B \in \mathcal{P}(A)$, (8)$B \times C \subset A \times A$
2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$0 \in \emptyset$, (2)$\emptyset \in \{0\}$, (3)$\{0\} \subset \emptyset$, (4)$\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$, (5)$\emptyset \in \{\emptyset\}$
3. Halle A y B tales que $A \setminus B = \{1,5,7,8\}, B \setminus A = \{2,10\}, A \cap B = \{3,6,9\}$
4. Sean $A = \{0,2,4,6,8,10\}, B = \{0,1,2,3,4,5,6\}, C = \{4,5,6,7,8,9,10\}$. Halle $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C, (A \cup \overline{B}) \cap C$ y $(\overline{A} \cap B) \cup \overline{C}$

¿Entendimos las operaciones y predicados?

[Socrative]

1. Suponga que $A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 6\}, C = \{4, 6\}, D = \{4, 6, 8\}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$A \subseteq B$, (2)$B \subseteq A$, (3)$B \subset A$, (4)$A \subseteq D$, (5)$C \subseteq A$, (6)$C \subseteq D$, (7)$B \in \mathcal{P}(A)$, (8)$B \times C \subset A \times A$
2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$0 \in \emptyset$, (2)$\emptyset \in \{0\}$, (3)$\{0\} \subset \emptyset$, (4)$\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$, (5)$\emptyset \in \{\emptyset\}$
3. Halle A y B tales que $A \setminus B = \{1, 5, 7, 8\}, B \setminus A = \{2, 10\}, A \cap B = \{3, 6, 9\}$
4. Sean $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Halle $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C, (A \cup B) \cap C$ y $(A \cap B) \cup C$

¿Entendimos las operaciones y predicados?

[Socrative]

1. Suponga que $A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 6\}, C = \{4, 6\}, D = \{4, 6, 8\}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$A \subseteq B$, (2)$B \subseteq A$, (3)$B \subset A$, (4)$A \subseteq D$, (5)$C \subseteq A$, (6)$C \subseteq D$, (7)$B \in \mathcal{P}(A)$, (8)$B \times C \subset A \times A$
2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$0 \in \emptyset$, (2)$\emptyset \in \{0\}$, (3)$\{0\} \subset \emptyset$, (4)$\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$, (5)$\emptyset \in \{\emptyset\}$
3. Halle A y B tales que $A \setminus B = \{1, 5, 7, 8\}, B \setminus A = \{2, 10\}, A \cap B = \{3, 6, 9\}$
4. Sean $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Halle $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C, (A \cup \overline{B}) \cap C$ y $(\overline{A} \cap B) \cup \overline{C}$

¿Entendimos las operaciones y predicados?

[Socrative]

1. Suponga que $A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 6\}, C = \{4, 6\}, D = \{4, 6, 8\}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$A \subseteq B$, (2)$B \subseteq A$, (3)$B \subset A$, (4)$A \subseteq D$, (5)$C \subseteq A$, (6)$C \subseteq D$, (7)$B \in \mathcal{P}(A)$, (8)$B \times C \subset A \times A$
2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas? (1)$0 \in \emptyset$, (2)$\emptyset \in \{0\}$, (3)$\{0\} \subset \emptyset$, (4)$\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$, (5)$\emptyset \in \{\emptyset\}$
3. Halle A y B tales que $A \setminus B = \{1, 5, 7, 8\}, B \setminus A = \{2, 10\}, A \cap B = \{3, 6, 9\}$
4. Sean $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Halle $A \cap B \cap C, A \cup B \cup C, (A \cup \overline{B}) \cap C$ y $(\overline{A} \cap B) \cup \overline{C}$

Plan

Teoría de Conjuntos: Teoremas de $\cap$

Teorema	Nombre
$A \cap U = A$	identidad de $\cap$
$A \cap \emptyset = \emptyset$	dominación $\cap$
$A \cap A = A$	idempotencia $\cap$
$A \cap B = B \cap A$	conmutatividad $\cap$
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	asociatividad $\cap$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	distributividad $\cap$ sobre $\cup$
$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	de Morgan de $\cap$
$A \cap (A \cup B) = A$	absorción de $\cap$ sobre $\cup$
$A \cap \overline{A} = \emptyset$	negación de $\cap$

Teoría de Conjuntos: Teoremas de ∪

Teorema	Nombre
$A \cup \emptyset = A$	identidad ∪
$A \cup U = U$	dominación ∪
$A \cup A = A$	idempotencia ∪
$A \cup B = B \cup A$	conmutatividad ∪
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	asociatividad ∪
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	distributividad ∪ sobre ∩
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$	de Morgan ∪
$A \cup (A \cap B) = A$	absorción ∪ sobre ∩
$A \cup \overline{A} = U$	negación ∪

Teoría de Conjuntos: Otros teoremas

Teorema	Nombre
$A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$	Definición de igualdad
$A \subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq \overline{A}$	subconjuntos complementos
$A = \overline{(\overline{A})}$	Doble complemento

Plan

1. Motivación - Definiciones
2. Predicados y operaciones sobre conjuntos
   - Predicados sobre conjuntos
   - Operaciones sobre conjuntos
3. Teoría de Conjuntos: Teoremas y demostraciones
   - Teoremas
   - Demostraciones
   - Demuestre o refute
4. Metateorema de representación
   - Ejemplos

Teoría de Conjuntos: Demostraciones

Video 2.1

Cuando nos pidan demostrar que

$$A = B$$

podemos hacerlo:

- Por definición (bajo nivel): $A = B \equiv \forall x : U | (x \in A \equiv x \in B)$
- Por definición (alto nivel): $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

Teoría de Conjuntos: Demostraciones

Video 2.1

Cuando nos pidan demostrar que

$$A = B$$

podemos hacerlo:

- Por definición (bajo nivel): $A = B \equiv \forall x : U | (x \in A \equiv x \in B)$
- Por definición (alto nivel): $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

Doble complemento: $A = \overline{(\overline{A})}$

Video 2.1

	expresión	justificación
1	$(x \in \overline{(\overline{A})})$	
2	$(x \notin \overline{A})$	definición complemento (1)
3	$\neg(x \in \overline{A})$	definición $\notin$ (2)
4	$\neg(x \notin A)$	definición complemento (3)
5	$\neg\neg(x \in A)$	definición $\notin$ (4)
6	$x \in A$	doble negación (5)
		$\diamond$

De Morgan $\cap$: $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Video 2.2

	expresión	justificación
1	$x \in \overline{(A \cap B)}$	
2	$x \notin (A \cap B)$	definición complemento (1)
3	$\neg(x \in (A \cap B))$	definición $\notin$ (2)
4	$\neg(x \in A \wedge x \in B)$	definición $\cap$ (3)
5	$\neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)$	de Morgan $\wedge$ (4)
6	$x \notin A \vee x \notin B$	definición $\notin$ (5)
7	$x \in \overline{A} \vee x \in \overline{B}$	definición complemento (6)
8	$x \in \overline{A} \cup \overline{B}$	definición $\cup$

$\diamond$

De Morgan $\cup$: $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

	expresión	justificación
	$\overline{A} \cap \overline{B}$	
$=$	$\overline{(\overline{(\overline{A} \cap \overline{B})})}$	doble complemento
$=$	$\overline{(\overline{(\overline{A})} \cup \overline{(\overline{B})})}$	de Morgan $\cap$
$=$	$\overline{A \cup B}$	doble complemento
		$\diamond$

$(A \subseteq B) \implies (A \cap B) = A$

Usando teorema de la deducción, debemos probar que:

$$A \subseteq B \vdash (A \cap B) = A$$

Lema 1: $A \subseteq B \vdash (A \cap B) \subseteq A$

		exp.	just.
1		$x \in (A \cap B)$	
2	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$ (1)
3	$\implies$	$x \in A$	Simplificación (2)

$\diamond$

Nótese que no se usó la hipótesis ¿Por qué?

Lema 2: $A \subseteq B \vdash A \subseteq (A \cap B)$

		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in B$	MP (1), $A \subseteq B \equiv \forall x : U \mid (x \in A \implies x \in B)$
3	$\implies$	$x \in A \wedge x \in B$	Composición (1),(2)
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Definición $\cap$ (3)

$\diamond$

Del Lema 1 y Lema 2, y del teorema $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ se deduce que:

$$(A \cap B) = A$$

$(A \subseteq B) \implies (A \cap B) = A$

Usando teorema de la deducción, debemos probar que:

$$A \subseteq B \vdash (A \cap B) = A$$

Lema 1: $A \subseteq B \vdash (A \cap B) \subseteq A$

		exp.	just.
1		$x \in (A \cap B)$	
2	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$ (1)
3	$\implies$	$x \in A$	Simplificación (2)
			$\diamond$

Nótese que no se usó la hipótesis ¿Por qué?

Lema 2: $A \subseteq B \vdash A \subseteq (A \cap B)$

		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in B$	MP (1), $A \subseteq B \equiv \forall x : U \vert (x \in A \implies x \in B)$
3	$\implies$	$x \in A \wedge x \in B$	Composición (1),(2)
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Definición $\cap$ (3)
			$\diamond$

Del Lema 1 y Lema 2, y del teorema $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ se deduce que:

$$(A \cap B) = A$$

$(A \subseteq B) \implies (A \cap B) = A$

Usando teorema de la deducción, debemos probar que:

$$A \subseteq B \vdash (A \cap B) = A$$

Lema 1: $A \subseteq B \vdash (A \cap B) \subseteq A$

		exp.	just.
1		$x \in (A \cap B)$	
2	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$ (1)
3	$\implies$	$x \in A$	Simplificación (2)
			$\diamond$

Nótese que no se usó la hipótesis ¿Por qué?

Lema 2: $A \subseteq B \vdash A \subseteq (A \cap B)$

		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in B$	MP (1), $A \subseteq B \equiv \forall x : U \mid (x \in A \implies x \in B)$
3	$\implies$	$x \in A \wedge x \in B$	Composición (1),(2)
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Definición $\cap$ (3)
			$\diamond$

Del Lema 1 y Lema 2, y del teorema $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ se deduce que:

$$(A \cap B) = A$$

$(A \subseteq B) \implies (A \cap B) = A$

Usando teorema de la deducción, debemos probar que:

$$A \subseteq B \vdash (A \cap B) = A$$

Lema 1: $A \subseteq B \vdash (A \cap B) \subseteq A$

		exp.	just.
1		$x \in (A \cap B)$	
2	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$ (1)
3	$\implies$	$x \in A$	Simplificación (2)
			$\diamond$

Nótese que no se usó la hipótesis ¿Por qué?

Lema 2: $A \subseteq B \vdash A \subseteq (A \cap B)$

		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in B$	MP (1), $A \subseteq B \equiv \forall x : U \mid (x \in A \implies x \in B)$
3	$\implies$	$x \in A \wedge x \in B$	Composición (1),(2)
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Definición $\cap$ (3)
			$\diamond$

Del Lema 1 y Lema 2, y del teorema $A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ se deduce que:

$$(A \cap B) = A$$

$(A \cap B) = (A \cup B) \equiv (A = B)$ Video 2.3

Puesto que $(P \equiv Q) \equiv (P \implies Q) \wedge (Q \implies P)$ demostraremos:

- Lema 1: $(A \cap B) = (A \cup B) \implies (A = B)$, y
- Lema 2: $(A = B) \implies (A \cap B) = (A \cup B)$

Lema 1: $(A \cap B) = (A \cup B) \implies (A = B)$

Por teorema de la deducción y definición de $=$, debemos probar:

$$(A \cap B) = (A \cup B) \vdash x \in A \equiv x \in B$$

o lo que es igual:

$$(A \cap B) = (A \cup B) \vdash (x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in B \implies x \in A)$$

Lema 3:		$x \in A \implies x \in B$	
Hip.:		$(A \cap B) = (A \cup B)$	
		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in A \vee x \in B$	$p \implies p \vee q$
3	$\equiv$	$x \in (A \cup B)$	Definición $\cup$
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Hipótesis
5	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$
6	$\implies$	$x \in B$	$p \wedge q \implies q$
			$\diamond$

Lema 4:		$x \in B \implies x \in A$	
Hip.:		$(A \cap B) = (A \cup B)$	
		exp.	just.
1		$x \in B$	
2	$\implies$	$x \in A \vee x \in B$	$q \implies p \vee q$
3	$\equiv$	$x \in (A \cup B)$	Definición $\cup$
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Hipótesis
5	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$
6	$\implies$	$x \in A$	$p \wedge q \implies p$
			$\diamond$

$(A \cap B) = (A \cup B) \equiv (A = B)$ Video 2.3

Puesto que $(P \equiv Q) \equiv (P \implies Q) \wedge (Q \implies P)$ demostraremos:

- Lema 1: $(A \cap B) = (A \cup B) \implies (A = B)$, y
- Lema 2: $(A = B) \implies (A \cap B) = (A \cup B)$

Lema 1: $(A \cap B) = (A \cup B) \implies (A = B)$

Por teorema de la deducción y definición de $=$, debemos probar:

$$(A \cap B) = (A \cup B) \vdash x \in A \equiv x \in B$$

o lo que es igual:

$$(A \cap B) = (A \cup B) \vdash (x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in B \implies x \in A)$$

Lema 3: $x \in A \implies x \in B$
Hip.: $(A \cap B) = (A \cup B)$

		exp.	just.
1		$x \in A$	
2	$\implies$	$x \in A \vee x \in B$	$p \implies p \vee q$
3	$\equiv$	$x \in (A \cup B)$	Definición $\cup$
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Hipótesis
5	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$
6	$\implies$	$x \in B$	$p \wedge q \implies q$
			$\diamond$

Lema 4: $x \in B \implies x \in A$
Hip.: $(A \cap B) = (A \cup B)$

		exp.	just.
1		$x \in B$	
2	$\implies$	$x \in A \vee x \in B$	$q \implies p \vee q$
3	$\equiv$	$x \in (A \cup B)$	Definición $\cup$
4	$\equiv$	$x \in (A \cap B)$	Hipótesis
5	$\equiv$	$x \in A \wedge x \in B$	Definición $\cap$
6	$\implies$	$x \in A$	$p \wedge q \implies p$
			$\diamond$

$(A \cap B) = (A \cup B) \equiv (A = B)$ Video 2.3

Puesto que $(P \equiv Q) \equiv (P \implies Q) \wedge (Q \implies P)$ demostraremos:

- Lema 1: $(A \cap B) = (A \cup B) \implies (A = B)$, y
- Lema 2: $(A = B) \implies (A \cap B) = (A \cup B)$

Lema 2: $(A = B) \implies (A \cap B) = (A \cup B)$

Por teorema de la deducción debemos probar:

$$A = B \vdash (A \cap B) = (A \cup B)$$

Lema 2:		$(A \cap B) = (A \cup B)$	
Hip.:		$A = B$	
		exp.	just.
1		$(A \cap B)$	
2	$=$	$(A \cap A)$	Hip. y Leibniz (1)
3	$=$	A	Idempotencia $\cap$
4	$=$	$(A \cup A)$	Idempotencia $\cup$
5	$=$	$(A \cup B)$	Hip. y Leibniz (4)
			$\diamond$

$A \subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq \overline{A}$

Recordemos que:

$$A \subseteq B \equiv \forall x : U | (x \in A \implies x \in B)$$

Luego lo que hay que demostrar es:

$$\forall x : U | (x \in A \implies x \in B) \equiv \forall x : U | (x \in \overline{B} \implies x \in \overline{A})$$

Ahora, nótese que:

$$(x \in A \implies x \in B) \equiv (\neg(x \in B) \implies \neg(x \in A)) \equiv (x \notin B \implies x \notin A) \equiv (x \in \overline{B} \implies x \in \overline{A})$$

Por lo tanto, usando Leibniz:

$$\forall x : U | (x \in A \implies x \in B) \equiv \forall x : U | (x \in \overline{B} \implies x \in \overline{A})$$

O sea,

$$A \subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq \overline{A}$$

$(A \not\subseteq B \wedge B \not\subseteq A) \implies (\exists x, y | x \in A \wedge y \in B \wedge x \neq y)$

$$\neg(A = B) \equiv (\exists x | \neg(x \in A \equiv x \in B))$$

$$\neg(A \subseteq B) \equiv (\exists x | x \in A \wedge x \notin B)$$

Teo:	$(\exists x, y | x \in A \wedge y \in B \wedge x \neq y)$	
Hip.:	$H_1 : A \not\subseteq B,\ H_2 : B \not\subseteq A$	
	Exp.	Just.
1	$(A \not\subseteq B)$	Hipótesis H_1
2	$(\exists x | x \in A \wedge x \notin B)$	Definición de $\not\subseteq$ en (1)
3	$(\hat{x} \in A \wedge \hat{x} \notin B)$	Instanciación existencial de (2)
4	$(B \not\subseteq A)$	Hipótesis H_2
5	$(\exists x | x \in B \wedge x \notin A)$	Definición de $\not\subseteq$ en (4)
6	$(\hat{y} \in B \wedge \hat{y} \notin A)$	Instanciación existencial de (5)
7	$(\hat{x} \neq \hat{y})$	Lema $\hat{x} \neq \hat{y}$
8	$(\hat{x} \in A)$	Simplificación de (3)
9	$(\hat{y} \in B)$	Simplificación de (6)
10	$(\hat{x} \neq \hat{y}) \wedge (\hat{x} \in A) \wedge (\hat{y} \in B)$	Composición de (7, 8, 9)
11	$(\exists x, y : | x \in A \wedge y \in B \wedge y \neq x)$	Generalización de $\exists$ en (11)
		$\diamond$

$(A \not\subseteq B \wedge B \not\subseteq A) \implies (\exists x, y | x \in A \wedge y \in B \wedge x \neq y)$

$$\neg(A = B) \equiv (\exists x | \neg(x \in A \equiv x \in B))$$

$$\neg(A \subseteq B) \equiv (\exists x | x \in A \wedge x \notin B)$$

Lema: $\hat{x} \neq \hat{y}$

Hip.: $H_1 : (\hat{y} \in B \wedge \hat{y} \notin A)$, $H_2 : (\hat{x} \in A \wedge \hat{x} \notin B)$

	Exp.	Just.
1	$(\hat{y} \in B \wedge \hat{y} \notin A)$	Hipótesis H_1
2	$(\hat{x} \in A \wedge \hat{x} \notin B)$	Hipótesis H_2
3	$(\hat{x} = \hat{y})$	Supuesto
4	$(\hat{y} \notin A)$	Simplificación de (1)
5	$(\hat{x} \in A)$	Simplificación de (2)
6	$(\hat{x} \notin A)$	Leibniz de (3, 4)
7	$\neg(\hat{x} \in A)$	Definición $\notin$ (6)
8	*false*	Contradicción (5,7)
		$\diamond$

Plan

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{A} \subseteq B$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{A} = \{3, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{A} \not\subseteq B$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{A} \subseteq B$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{A} = \{3, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{A} \not\subseteq B$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{A} \subseteq B$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{A} = \{3, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{A} \not\subseteq B$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{A} \subseteq B$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{A} = \{3, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{A} \not\subseteq B$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq A$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{B} \not\subseteq A$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq A$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{B} \not\subseteq A$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq A$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{B} \not\subseteq A$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq A$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos del universo por fuera de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $\overline{B} \not\subseteq A$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv A \subseteq \overline{B}$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos en la intersección de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $A \not\subseteq \overline{B}$
- Demuestre entonces que $(A \not\subseteq B) \wedge (A \cap B = \emptyset) \equiv A \subseteq \overline{B}$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv A \subseteq \overline{B}$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos en la intersección de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $A \not\subseteq \overline{B}$
- Demuestre entonces que $(A \not\subseteq B) \wedge (A \cap B = \emptyset) \equiv A \subseteq \overline{B}$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv A \subseteq \overline{B}$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos en la intersección de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $A \not\subseteq \overline{B}$
- Demuestre entonces que $(A \not\subseteq B) \wedge (A \cap B = \emptyset) \equiv A \subseteq \overline{B}$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv A \subseteq \overline{B}$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos en la intersección de A y de B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, \overline{B} = \{1, 4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $A \not\subseteq \overline{B}$
- Demuestre entonces que $(A \not\subseteq B) \wedge (A \cap B = \emptyset) \equiv A \subseteq \overline{B}$

Demuestre o refute: $A \not\subseteq B \equiv A \subseteq \overline{B}$ Video 2.4

Mirémoslo gráficamente:

- Necesitamos un caso donde haya elementos en la intersección de A y de B
- $U = \{1,2,3,4\}, A = \{1,2\}, B = \{2,3\}, \overline{B} = \{1,4\}$
- Note que $A \not\subseteq B$ pero $A \not\subseteq \overline{B}$
- Demuestre entonces que $(A \not\subseteq B) \wedge (A \cap B = \emptyset) \equiv A \subseteq \overline{B}$

Demuestre o refute: $A \subseteq (B \cup C) \equiv (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$

(Video 2.4) Mirémoslo gráficamente:

- El problema está en $A \subseteq (B \cup C) \implies (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$ Necesitamos un conjunto A que tenga elementos de B que no estén en C y elementos de C que no estén en B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}, A = \{1, 3\}$
- Note que $A \subseteq (B \cup C)$ pero $(A \not\subseteq B) \wedge (A \not\subseteq C)$

Demuestre o refute: $A \subseteq (B \cup C) \equiv (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$

(Video 2.4) Mirémoslo gráficamente:

- El problema está en $A \subseteq (B \cup C) \implies (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$
  Necesitamos un conjunto A que tenga elementos de B que no estén en C y elementos de C que no estén en B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}, A = \{1, 3\}$
- Note que $A \subseteq (B \cup C)$ pero $(A \not\subseteq B) \wedge (A \not\subseteq C)$

Demuestre o refute: $A \subseteq (B \cup C) \equiv (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$

(Video 2.4) Mirémoslo gráficamente:

- El problema está en $A \subseteq (B \cup C) \implies (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$ Necesitamos un conjunto A que tenga elementos de B que no estén en C y elementos de C que no estén en B
- $U = \{1,2,3,4\}, B = \{1,2\}, C = \{2,3\}, A = \{1,3\}$
- Note que $A \subseteq (B \cup C)$ pero $(A \not\subseteq B) \wedge (A \not\subseteq C)$

Demuestre o refute: $A \subseteq (B \cup C) \equiv (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$

(Video 2.4) Mirémoslo gráficamente:

- El problema está en $A \subseteq (B \cup C) \implies (A \subseteq B) \vee (A \subseteq C)$ Necesitamos un conjunto A que tenga elementos de B que no estén en C y elementos de C que no estén en B
- $U = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}, A = \{1, 3\}$
- Note que $A \subseteq (B \cup C)$ pero $(A \not\subseteq B) \wedge (A \not\subseteq C)$

Demuestre o refute

[Socrative]Demuestre o refute las siguientes afirmaciones, para A, B, C conjuntos:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
2. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$
3. $A \cup B = B \implies A \subseteq B$
4. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Demuestre o refute

[Socrative]Demuestre o refute las siguientes afirmaciones, para A, B, C conjuntos:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
2. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$
3. $A \cup B = B \implies A \subseteq B$
4. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Demuestre o refute

[Socrative]Demuestre o refute las siguientes afirmaciones, para A, B, C conjuntos:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
2. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$
3. $A \cup B = B \implies A \subseteq B$
4. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Demuestre o refute

[Socrative]Demuestre o refute las siguientes afirmaciones, para A, B, C conjuntos:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
2. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$
3. $A \cup B = B \implies A \subseteq B$
4. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Demuestre o refute

[Socrative]Demuestre o refute las siguientes afirmaciones, para A, B, C conjuntos:

1. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
2. $(A \setminus C) \cap (C \setminus B) = \emptyset$
3. $A \cup B = B \implies A \subseteq B$
4. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
5. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \rightarrow false$
  - $U \rightarrow true$
  - $\cup \rightarrow \vee$
  - $\cap \rightarrow \wedge$
  - $\overline{} \rightarrow \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  - $\vdash E_S = F_S$ sii $\vdash E_P \equiv F_P$
  - $\vdash E_S \subseteq F_S$ sii $\vdash E_P \Longrightarrow F_P$
  - $\vdash E_S = U$ sii $\vdash E_P$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \rightarrow$ *false*
  - $U \rightarrow$ *true*
  - $\cup \rightarrow \vee$
  - $\cap \rightarrow \wedge$
  - $\overline{} \rightarrow \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  a $\vdash E_S = F_S$ **ssi** $\vdash E_P \equiv F_P$

  b $\vdash E_S \subseteq F_S$ **ssi** $\vdash E_P \implies F_P$

  c $\vdash E_S = U$ ssi $\vdash E_P$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \rightarrow \mathit{false}$
  - $U \rightarrow \mathit{true}$
  - $\cup \rightarrow \vee$
  - $\cap \rightarrow \wedge$
  - $\overline{} \rightarrow \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  a $\vdash E_S = F_S$ **ssi** $\vdash E_P \equiv F_P$

  b $\vdash E_S \subseteq F_S$ **ssi** $\vdash E_P \implies F_P$

  c $\vdash E_S = U$ **ssi** $\vdash E_P$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \rightarrow false$
  - $U \rightarrow true$
  - $\cup \rightarrow \vee$
  - $\cap \rightarrow \wedge$
  - $\overline{} \rightarrow \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  a $\vdash E_S = F_S$ **ssi** $\vdash E_P \equiv F_P$

  b $\vdash E_S \subseteq F_S$ **ssi** $\vdash E_P \implies F_P$

  c $\vdash E_S = U$ **ssi** $\vdash E_P$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \rightarrow \mathit{false}$
  - $U \rightarrow \mathit{true}$
  - $\cup \rightarrow \vee$
  - $\cap \rightarrow \wedge$
  - $\overline{} \rightarrow \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  a $\vdash E_S = F_S$ **ssi** $\vdash E_P \equiv F_P$

  b $\vdash E_S \subseteq F_S$ **ssi** $\vdash E_P \implies F_P$

  c $\vdash E_S = U$ **ssi** $\vdash E_P$

Metateorema de representación

- Relación muy estrecha entre la lógica proposicional y la teoría de conjuntos.
- Sea E_S una expresión de conjuntos construida con variables de conjuntos $(A, B, C, \ldots)$, y los símbolos $\emptyset, U, \overline{}, \cup, \cap$
- Sea E_P una expresión de la lógica proposicional construida a partir de E_S, haciendo los siguiente reemplazos:
  - $\emptyset \to false$
  - $U \to true$
  - $\cup \to \vee$
  - $\cap \to \wedge$
  - $\overline{} \to \neg$

  Entonces, vale lo siguiente, dados E_S y F_S expresiones de conjuntos:

  a $\vdash E_S = F_S$ **ssi** $\vdash E_P \equiv F_P$
  b $\vdash E_S \subseteq F_S$ **ssi** $\vdash E_P \implies F_P$
  c $\vdash E_S = U$ **ssi** $\vdash E_P$

Plan

Ejemplos de uso del metateorema

- $\vdash A \cup (A \cap B) = A$ **ssi** $\vdash A \vee (A \wedge B) \equiv A$
- $\vdash A \cap B \subseteq A$ **ssi** $\vdash A \wedge B \implies A$
- $\vdash (A \cup \overline{A}) = U$ **ssi** $\vdash (A \vee \neg A)$

Ejemplos de uso del metateorema

- $\vdash A \cup (A \cap B) = A$ **ssi** $\vdash A \vee (A \wedge B) \equiv A$
- $\vdash A \cap B \subseteq A$ **ssi** $\vdash A \wedge B \implies A$
- $\vdash (A \cup \overline{A}) = U$ **ssi** $\vdash (A \vee \neg A)$

Ejemplos de uso del metateorema

- $\vdash A \cup (A \cap B) = A$ **ssi** $\vdash A \vee (A \wedge B) \equiv A$
- $\vdash A \cap B \subseteq A$ **ssi** $\vdash A \wedge B \implies A$
- $\vdash (A \cup \overline{A}) = U$ **ssi** $\vdash (A \vee \neg A)$