

Taller 2. Teorema fundamental del cálculo y la integral definida

1. En cada uno de los siguientes items utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar el valor de cada una de las siguientes integrales definidas.

(a) $\int_1^4 -\sqrt{x} dx$	(e) $\int_2^2 \frac{\sin^2 x \ln x}{\sqrt{x}} dx$	(i) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx$
(b) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$	(f) $\int_1^9 \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$	(j) $\int_{-1}^1 x x dx$
(c) $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - x^2 \right) dx$	(g) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} dx$	(k) $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$
(d) $\int_0^1 2x^2(1+3x) dx$	(h) $\int_1^9 (1-\sqrt{x})^2 dx$	(l) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$

2. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar el valor de los siguientes límites.

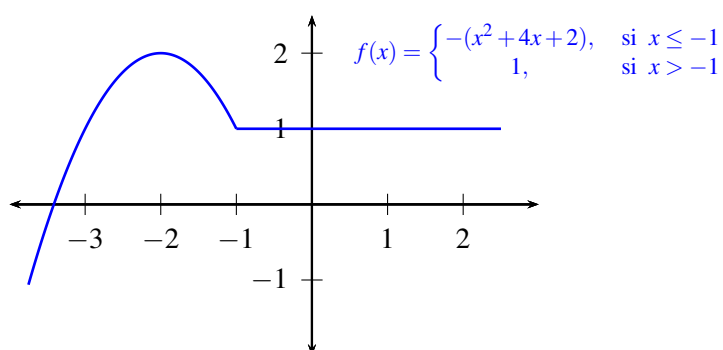
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sqrt{\frac{i}{n}}$	(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2i}{n^2}$	(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^5}{n^6}$
---	---	--

Sugerencia: Identifique cada sumatoria como una suma de Riemann.

3. Explique porqué el siguiente desarrollo **no** es correcto. ¿Donde está el error?

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^1 x^{-2} dx = \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} \Big|_{-1}^1 = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = \left(-\frac{1}{1} \right) - \left(-\frac{1}{-1} \right) = -1 - 1 = -2.$$

4. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar una antiderivada de la siguiente función. Realice la gráfica de la antiderivada que hallada.



5. En las siguientes integrales definidas divida el intervalo de integración para reescribir la integral como una suma de integrales y luego utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para evaluar éstas integrales.

(a) $\int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x| dx$

(b) $\int_{-2}^2 |x^3 - x| dx$

(c) $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

6. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar la derivada de las siguientes funciones.

(a) $F(x) = \int_{-2}^x \sqrt{1+t^3} dt$

(d) $F(x) = \int_{\pi}^{2x} \cos(t^2) dt$

(b) $F(x) = \int_{-\sqrt{\pi}}^x \left| \sin(\sqrt{t^2+1}) \right| dt$

(e) $F(x) = \int_{-1}^{\tan x} (t^2 - 1)^3 dt$

(c) $F(x) = \int_x^0 \frac{1}{(1+t^2)^2} dt$

(f) $F(x) = \int_{-x^2}^{1+x^3} \sqrt{|t|} dt$

7. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo para determinar el área de las siguientes regiones sombreadas.

