# Matemáticas Discretas I

#### Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy) juanfco.diaz@correounivalle.edu.co Edif. 331 - 2111



Octubre 2018



#### Plan

- Motivación
- 2 Definición y propiedades
- 3 La composición de funciones

#### Plan

- Motivación
- 2 Definición y propiedades
- 3 La composición de funciones

#### Plan

- Motivación
- 2 Definición y propiedades
- 3 La composición de funciones

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compania. Le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos calarios?); ¿Que tienen escos casos en comunia a compania de comunicación.
- Una función no es más que una relación con esa propiedad.
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos notas definitivas?);
- Una función no es más que una relación con esa propiedad.
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?); a cada empleado salarios?)
- llas función no es más que una relación con esa arr
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos

Una función no es más que una relación con esa propiedad.

para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos casos en común? A los elementos del dominio de la relación los asociamos con un relaciones del contento del co
  - Una función no es más que una relación con esa propieda
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos casos en común? A los elementos del dominio de la relación los asociamos con un solo elemento del condominio.
  - un solo elemento del condominio
- Una función no es más que una relación con esa propiedad
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos casos en común? A los elementos del dominio de la relación los asociamos con un sólo elemento del condominio
- Una función no es más que una relación con esa propiedad
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos casos en común? A los elementos del dominio de la relación los asociamos con un sólo elemento del condominio
- Una función no es más que una relación con esa propiedad.
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

- Considere los siguientes casos de relaciones. A cada persona, le asociamos su estatura (¿una persona puede tener dos estaturas?); a cada estudiante del curso de MEyL le asociamos la nota definitiva en el curso (¿un estudiante puede tener dos notas definitivas?); a cada empleado de una compañía, le podemos asociar su salario (¿un empleado puede tener dos salarios?). ¿Qué tienen estos casos en común? A los elementos del dominio de la relación los asociamos con un sólo elemento del condominio
- Una función no es más que una relación con esa propiedad.
- Aplicaciones: los lenguajes de programación vienen equipados con mecanismos para definir funciones, pues el concepto de función es utilizado para modelar, prácticamente, cualquier situación.

Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total

Notación-1: usaremos  $f,g,h,\ldots$ , en lugar de  $R,S,T,\ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f:A\to B$ , en lugar de  $f:A\leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a)=b en lugar de f(a,b) o de afb. Además, podremos

hablar de t(a) aprovechando que a está relacionada con un único b



Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total

Notación-1: usaremos  $f,g,h,\ldots$ , en lugar de  $R,S,T,\ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f:A\to B$ , en lugar de  $f:A\leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a) = b en lugar de f(a, b) o de afb. Además, podremos

hablar de  $f\left(a
ight)$  aprovechando que a está relacionada con un único b



Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total.

Notación-1: usaremos  $f,g,h,\ldots$ , en lugar de  $R,S,T,\ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f:A\to B$ , en lugar de  $f:A\leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a)=b en lugar de f(a,b) o de afb. Además, podremos

hablar de f(a) aprovechando que a está relacionada con un único  $oldsymbol{b}$ 



Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total.

Notación-1: usaremos  $f, g, h, \ldots$ , en lugar de  $R, S, T, \ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f: A \to B$ , en lugar de  $f: A \leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a) = b en lugar de f(a, b) o de afb. Además, podremos

hablar de f(a) aprovechando que a está relacionada con un único b



Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : \ aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total.

Notación-1: usaremos f, g, h, ..., en lugar de R, S, T, ... para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f: A \rightarrow B$ , en lugar de  $f: A \leftrightarrow B$  para explicitar que la placifica en para función.

Notación-3: escribiremos f(a) = b en lugar de f(a, b) o de *afb*. Además, podremos hablar de f(a) aprovechando que a está relacionada con un único b

Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total.

Notación-1: usaremos  $f, g, h, \ldots$ , en lugar de  $R, S, T, \ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f: A \to B$ , en lugar de  $f: A \leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a) = b en lugar de f(a,b) o de afb. Además, podremos hablar de f(a) aprovechando que a está relacionada con un único b

Sea  $R: A \leftrightarrow B$  una relación.

 R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si

$$\forall a \in A \ \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \land aRb_2) \implies b_1 = b_2)$$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.
 Formalmente: R es total si

$$\forall a \in A \ \exists b \in B : aRb$$

- R es una función parcial de A en B si R es unívoca.
- R es una función total de A en B si R es unívoca y total.

Notación-1: usaremos  $f, g, h, \ldots$ , en lugar de  $R, S, T, \ldots$  para nombrar las funciones. Notación-2: escribiremos  $f: A \to B$ , en lugar de  $f: A \leftrightarrow B$  para explicitar que la relación es una función.

Notación-3: escribiremos f(a) = b en lugar de f(a, b) o de afb. Además, podremos

hablar de f(a) aprovechando que a está relacionada con un único b



[Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?

• 
$$R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$$
 tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par  
•  $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a=b \lor a=-b$   
•  $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b$   
•  $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$   
•  $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a,b) \equiv a^2=b$   
•  $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2=b$   
•  $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2=b$ 

• En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremoss

$$square(a) = a^2$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a, b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a, b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a, b) \equiv a * b = 1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $P_{-}: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} + 21 \text{ and } P_{-}(a,b) = a^{2} = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a, b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos *square* y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2 = b$
- ullet En lugar de llamarlas  $R_5, R_6, R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a, b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5, R_6, R_7$ , las llamaremos *square* y escribiremos

$$square(a) = a^2$$



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a, b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos *square* y escribiremos

$$square(a) = a^2$$



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a, b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a, b) \equiv a * b = 1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- Otros ejemplos de funciones son:
  - estatura :  $\mathcal{P} \to \mathbb{N}$  tal que estatura(p) = altura en cms de p
  - $nota: \mathcal{E} \to \mathbb{R}^+$  tal que nota(e) = nota de e en <math>MEyl
  - salario :  $\mathcal{P} \to \mathbb{R}^+$  tal que salario(p) =salario en pesos de p



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b|$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- Otros ejemplos de funciones son:
  - ullet estatura :  $\mathcal{P} o \mathbb{N}$  tal que estatura $(p) = \mathsf{altura}$  en  $\mathit{cms}$  de p
  - $nota: \mathcal{E} \to \mathbb{R}^+$  tal que nota(e) = nota de e en MEyL
  - salario :  $\mathcal{P} \to \mathbb{R}^+$  tal que salario (p) = salario en pesos de p



- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a,b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a,b) \equiv a*b=1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a, b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- Otros ejemplos de funciones son:
  - estatura :  $\mathcal{P} \to \mathbb{N}$  tal que estatura(p) = altura en cms de p
  - $nota: \mathcal{E} \to \mathbb{R}^+$  tal que nota(e) = nota de e en MEyL
  - salario :  $\mathcal{P} \to \mathbb{R}^+$  tal que salario(p) = salario en pesos de p

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones? Si lo son, ¿son totales?
  - $R_1: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_1(a,b) \equiv (a-b)$  es par
  - $R_2: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_2(a,b) \equiv a = b \lor a = -b$
  - $R_3: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_3(a, b) \equiv a|b$
  - $R_4: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $R_4(a, b) \equiv a * b = 1$
  - $R_5: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$  tal que  $R_5(a, b) \equiv a^2 = b$
  - $R_6: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $R_6(a,b) \equiv a^2 = b$
  - $R_7: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$  tal que  $R_7(a,b) \equiv a^2 = b$
- En lugar de llamarlas  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ , las llamaremos square y escribiremos

$$square(a) = a^2$$

- Otros ejemplos de funciones son:
  - ullet estatura :  $\mathcal{P} o \mathbb{N}$  tal que estatura $(p) = \mathsf{altura}$  en  $\mathit{cms}$  de p
  - ullet nota :  $\mathcal{E} 
    ightarrow \mathbb{R}^+$  tal que nota(e) = nota de e en MEyL
  - salario :  $\mathcal{P} \to \mathbb{R}^+$  tal que salario (p) = salario en pesos de p



## Propiedades(1)

 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

[Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?



## Propiedades(1)

 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

• square :  $\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$ • square :  $\mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ 

f es biyectiva si y solo si f es inyectiva y sobreyectiva



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

- $square : \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$ •  $square : \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$
- square :  $\mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^{-1}$
- square :  $\mathbb{R}^{+} \leftrightarrow \mathbb{R}^{+}$

lacksquare t es blyectiva si y solo si t es inyectiva y sobreyectiva



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

- [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?
  - square :  $\mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$
  - square :  $\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$
  - square :  $\mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^{T}$
  - square :  $\mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

•  $square : \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$ •  $square : \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$ •  $square : \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ 



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

square : N ↔ N
 square : Z ↔ Z
 square : R ↔ R<sup>+</sup>
 square : R ↔ R +



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

•  $square: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$ •  $square: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$ •  $square: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ •  $square: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ 



 Algunas funciones nunca asocian dos elementos diferentes del dominio con un mismo valor: funciones inyectivas

Una función  $f: A \rightarrow B$  es 1-1 o inyectiva o uno-a-uno si

$$\forall a_1, a_2 \in A \ (f(a_1) = f(a_2) \implies a_1 = a_2)$$

 Algunas funciones no dejan ningún elemento del codominio sin ser asociado a algún elemento del dominio: funciones sobreyectivas
 Una función f: A → B es sobre o sobreyectiva si

$$\forall b \in B \ \exists a \in A \ | f(a) = b$$

• [Socrative]¿Cuáles de las siguientes funciones son inyectivas? Sobreyectivas?

•  $square: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$ •  $square: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}$ •  $square: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ •  $square: \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{R}^+$ 



• Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?

• Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

- ¿Cuando es f<sup>T</sup> función
- ¿Cuando es f<sup>T</sup> total?
- ¿Cuando es f¹ sobre?
- Por lo tanto, si f : A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f ' es total y biyectiva.
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ o \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es f<sup>T</sup> función? Cuando f es inyectiva
- Cuando es f<sup>T</sup> total?
- Cuando es f<sup>T</sup> sobre?
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- Por eiemplo. sauare:  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total?
- Cuando es f<sup>T</sup> sobre?
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ; Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobrevectiva
- ¿Cuando es f<sup>T</sup> sobre?
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f f es total y biyectiva
- Por ejemplo, square : R<sup>+</sup> → R<sup>+</sup>
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es f<sup>T</sup> total? Cuando f es sobreyectiva
- ; Cuando es  $f^T$  sobre?
- Por lo tanto, si f : A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^{T}$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f: A → B total y biyectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ; Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- $lacksquare: \mathbb{R}^+ 
  ightarrow \mathbb{R}^+$
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f : A → B total y bivectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$  es biyectiva
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto.
   Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f: A → B total y biyectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- lacktriangle Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ o \mathbb{R}^+$  es biyectiva
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función  $f:A\to B$  total y biyectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- lacktriangle Por ejemplo, square :  $\mathbb{R}^+ o \mathbb{R}^+$  es biyectiva
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto.
   Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f: A → B total y biyectiva.

- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ; Cuando es  $f^T$  total? Cuando f es sobreyectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- lacktriangle Por ejemplo,  $square: \mathbb{R}^+ 
  ightarrow \mathbb{R}^+$  es biyectiva
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto.
   Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f: A → B total y biyectiva.

Por ejemplo,





- Dado  $f: A \to B$  función, ¿Qué se pude decir de  $f^T: B \to A$ ? ¿ $f^T$  es una función?
- Una función  $f: A \rightarrow B$  es invertible ssi

$$f^T$$
 es función

- ¿Cuando es  $f^T$  función? Cuando f es inyectiva
- ¿Cuando es f<sup>T</sup> total? Cuando f es sobrevectiva
- ¿Cuando es  $f^T$  sobre? Cuando f es total
- Por lo tanto, si f: A → B es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f<sup>T</sup> es total y biyectiva.
- lacktriangle Por ejemplo,  $square: \mathbb{R}^+ 
  ightarrow \mathbb{R}^+$  es biyectiva
- Una aplicación de estas definiciones es determinar el tamaño de un conjunto. Decimos que los conjuntos A y B tienen el mismo tamaño si existe una función f: A 

  B total y biyectiva.

Por ejemplo, 
$$|\mathbb{Z}| = |\mathbb{N}|$$



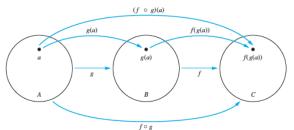
Como las funciones son relaciones, se pueden componer: Dadas g: A → B, f: B → C, se define la composición de g con f, como la función f ∘ g: A → C tal que:

$$f \circ g = \{(a,c)|a \in A \land c \in C \land \exists b|b \in B : agb \land bfc\}$$

$$=\{(a,c)|a\in A\land c\in C\land \exists b|b\in B:b=g(a)\land c=f(b)\}$$

Nótese que es la composición de g con f pero se escribe  $f \circ g$ 

• Se tiene entonces que dados  $a \in A, c \in C$ :  $a(f \circ g)c \equiv f(g(a)) = c$ 



 $if \circ g$  siempre está bien definida? Es decir, f(g(a)) siempre está definida?

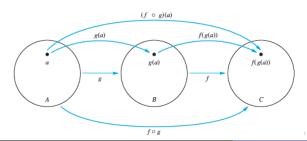
Como las funciones son relaciones, se pueden componer: Dadas g: A → B, f: B → C, se define la composición de g con f, como la función f ∘ g: A → C tal que:

$$f \circ g = \{(a,c)| a \in A \land c \in C \land \exists b|b \in B : agb \land bfc\}$$

$$=\{(a,c)|a\in A\land c\in C\land \exists b|b\in B:b=g(a)\land c=f(b)\}$$

Nótese que es la composición de g con f pero se escribe  $f \circ g$ 

• Se tiene entonces que dados  $a \in A, c \in C$ :  $a(f \circ g)c \equiv f(g(a)) = c$ 



 $f \circ g$  siempre está bien definida? Es decir, f(g(a)) siempre está definida?

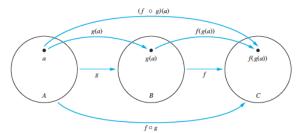
Como las funciones son relaciones, se pueden componer: Dadas g: A → B, f: B → C, se define la composición de g con f, como la función f ∘ g: A → C tal que:

$$f \circ g = \{(a,c)|a \in A \land c \in C \land \exists b|b \in B : agb \land bfc\}$$

$$=\{(a,c)|a\in A\land c\in C\land \exists b|b\in B:b=g(a)\land c=f(b)\}$$

Nótese que es la composición de g con f pero se escribe  $f \circ g$ 

• Se tiene entonces que dados  $a \in A, c \in C$ :  $a(f \circ g)c \equiv f(g(a)) = c$ 



 $if \circ g$  siempre está bien definida? Es decir, f(g(a)) siempre está definida?

 $f \circ g$  está bien definida si y soldesi ran  $g \subseteq dom f$ 

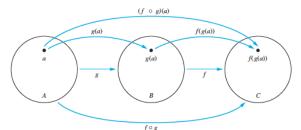
• Como las funciones son relaciones, se pueden componer: Dadas  $g:A\to B, f:B\to C$ , se define la composición de g con f, como la función  $f\circ g:A\to C$  tal que:

$$f \circ g = \{(a,c)|a \in A \land c \in C \land \exists b|b \in B : agb \land bfc\}$$

$$=\{(a,c)|a\in A\land c\in C\land \exists b|b\in B:b=g(a)\land c=f(b)\}$$

Nótese que es la composición de g con f pero se escribe  $f \circ g$ 

• Se tiene entonces que dados  $a \in A, c \in C$ :  $a(f \circ g)c \equiv f(g(a)) = c$ 



if  $\circ g$  siempre está bien definida? Es decir, f(g(a)) siempre está definida?

 $f \circ g$  está bien definida si y solo si  $ran g \subseteq dom f$ 

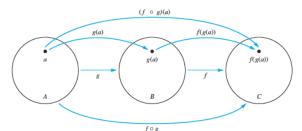
• Como las funciones son relaciones, se pueden componer: Dadas  $g:A\to B, f:B\to C$ , se define la composición de g con f, como la función  $f\circ g:A\to C$  tal que:

$$f \circ g = \{(a,c)|a \in A \land c \in C \land \exists b|b \in B : agb \land bfc\}$$

$$=\{(a,c)|a\in A\land c\in C\land \exists b|b\in B:b=g(a)\land c=f(b)\}$$

Nótese que es la composición de g con f pero se escribe  $f \circ g$ 

• Se tiene entonces que dados  $a \in A, c \in C$ :  $a(f \circ g)c \equiv f(g(a)) = c$ 



• Sea  $g: \{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f: \{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?

$$f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$$
  
 $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   
 $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$   
 $g \circ f$  no está bien definida

Sea g : Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f : Z → Z tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y estáblica definida. Qué función es f o f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> o f<sup>T</sup>

• Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?

$$f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$$

Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

• Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?

$$f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$$

Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
 ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$ 

$$f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$$

 $g \circ f$  no está bien definida

Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3... ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f ! B → A existe y está bien definida. / Qué función es f ∘ f ? y / Qué función es f ? o f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$ 

$$f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 0$$

 $\sigma \circ f$  no está bien definida

Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3
 Cuáles son las funciones f ∘ g v g ∘ f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 

g o f no está bien definida

Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
¿Cuáles son las funciones f ∘ g v g ∘ f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 

Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tall que g(y) = 3y + 2,  $y : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tall que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \neq g \circ f$ ?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 

g o f no está bien definida

Sea g : Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f : Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
¿Cuáles son las funciones f ∘ g ∨ g ∘ f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 

Sea g : Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f : Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
¿Cuâles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$ 

• Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3.

(Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f ! B → A existe y está bien definida. / Qué función es f ∘ f ? y / Qué función es f ? o f?

• Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$ 

Sea g : Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f : Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
¿Cuáles son las funciones f ∘ g v g ∘ f?

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$
- Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
   ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$ 
  - $g \circ r$  no esta bien definid
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f': B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?

- Sea  $g: \{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f: \{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f ! : B → A existe y está bien definida. / Qué función es f ∘ f ? ? y ) Qué función es f ? o f?

- Sea  $g: \{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f: \{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2)$

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ) Qué función es f o f<sup>T</sup>? y ) Qué función es f<sup>T</sup> o f?

- Sea  $g: \{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f: \{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$

- Sea  $g: \{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f: \{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea g: Z → Z tal que g(y) = 3y + 2, y f: Z → Z tal que f(x) = 2x + 3.
   ¿Cuáles son las funciones f ∘ g y g ∘ f?
   f ∘ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y estáable definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? v. ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?

 $g \circ f$  no está bien definida

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$
- la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f': B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \vee g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(c) = 2$ 
  - $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$  $g \circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$



- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 
  - $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$  $g \circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$

- Sea  $g : \{a, b, c\} \to \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y $f: \{a, b, c\} \to \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \vee g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$  $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 
  - $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$  $g \circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \vee g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z+2) = 2(3z+2) + 3 = 6z + 7$

$$g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z+3) = 3(2z+3) + 2 = 6z + 11$$

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 
  - $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$  $g \circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?

$$f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z+2) = 2(3z+2) + 3 = 6z + 7$$
  
 $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z+3) = 3(2z+3) + 2 = 6z + 11$ 

Nótese que aunque  $f \circ g \ y \ g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f <sup>T</sup> ∘ f?

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$ 
  - $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$  $g \circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2, y  $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$

$$f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z+2) = 2(3z+2) + 3 = 0z + t$$
  
 $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z+3) = 3(2z+3) + 2 = 6z + 11$ 

Nótese que aunque  $f \circ g$  y  $g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa

Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?

 $g \circ f$  no está bien definida

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g \circ g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g$  y  $g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto
- Sea  $f:A\to B$  una función total y biyectiva. Entonces  $f^T:B\to A$  existe y está bien definida. ¿Qué función es  $f\circ f^T$ ? y ¿Qué función es  $f^T\circ f$ ?

la composición de funciones no es conmutativa

 $g \circ f$  no está bien definida

- Sea  $g: \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$  tal que g(a) = b, g(b) = c, g(c) = a, y  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$  tal que f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 1. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g$  y  $g \circ f$ ?  $f \circ g(a) = f(g(a)) = f(b) = 2$   $f \circ g(b) = f(g(b)) = f(c) = 1$   $f \circ g(c) = f(g(c)) = f(a) = 3$
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
   Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
   Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) → f(a)

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
   Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
   Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a)

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
   Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
   Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f? Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
   Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
   Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
  Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
  Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f? Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b Entonces, f<sup>T</sup> ∘ f(a) = f<sup>T</sup>(f(a)) = f<sup>T</sup>(b) = a

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f?
  Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a
  Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b
  Entonces, f<sup>T</sup> ∘ f(a) = f<sup>T</sup>(f(a)) = f<sup>E</sup>(b) = a

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f? Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b Entonces. f<sup>T</sup> ∘ f(a) = f<sup>T</sup>(f(a)) = f<sup>T</sup>(b) = a

- Sea  $g:\{a,b,c\} \rightarrow \{a,b,c\}$  tal que g(a)=b,g(b)=c,g(c)=a, y  $f:\{a,b,c\} \rightarrow \{1,2,3\}$  tal que f(a)=3,f(b)=2,f(c)=1. ¿Cuáles son las funciones  $f\circ g$  y  $g\circ f$ ?  $f\circ g(a)=f(g(a))=f(b)=2$   $f\circ g(b)=f(g(b))=f(c)=1$   $f\circ g(c)=f(g(c))=f(a)=3$   $g\circ f$  no está bien definida
- Sea  $g: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que g(y) = 3y + 2,  $y f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$  tal que f(x) = 2x + 3. ¿Cuáles son las funciones  $f \circ g y g \circ f$ ?  $f \circ g(z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$   $g \circ f(z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$  Nótese que aunque  $f \circ g y g \circ f$  están bien definidas,  $f \circ g \neq g \circ f$ . Por lo tanto la composición de funciones no es conmutativa
- Sea f: A → B una función total y biyectiva. Entonces f<sup>T</sup>: B → A existe y está bien definida. ¿Qué función es f ∘ f<sup>T</sup>? y ¿Qué función es f<sup>T</sup> ∘ f? Por definición de f<sup>T</sup>, se tiene que f ∘ f<sup>T</sup>: B → B, f<sup>T</sup> ∘ f: A → A, y f(a) = b ≡ f<sup>T</sup>(b) = a Entonces, f ∘ f<sup>T</sup>(b) = f(f<sup>T</sup>(b)) = f(a) = b Entonces, f<sup>T</sup> ∘ f(a) = f<sup>T</sup>(f(a)) = f<sup>t</sup>(b) = a