



750039 Matemáticas Discretas I
Segundo Examen Parcial
Fecha: Abril 26, 2018

Versión A

- Esta prueba es INDIVIDUAL.
- Está permitido el uso de una única hoja tamaño oficio.
- Está prohibido el uso de cualquier dispositivo electrónico.
- El intercambio de información relevante a esta prueba con otro estudiante está terminantemente prohibido.
- Cualquier irregularidad con respecto a estas reglas podría ser considerada fraude.
- Responda el examen en los espacios proporcionados. No se aceptarán hojas adicionales.
- No olvide marcar el examen antes de entregarlo.

IMPORTANTE: Soy consciente de que cualquier tipo de fraude en los exámenes es considerado como una falta grave en la Universidad. Al firmar y entregar este examen doy expreso testimonio de que este trabajo fue desarrollado de acuerdo con las normas establecidas. Del mismo modo, aseguro que no participé en ningún tipo de fraude.

Nombre	Código
Firma	Fecha

NO ESCRIBIR NADA BAJO ESTA LÍNEA

1.1	10 pts.	
1.2	10 pts.	
1.3.1	2 pts.	
1.3.2	4 pts.	
1.3.3	4 pts.	
2.1	10 pts.	
2.2	10 pts.	
3.1	15 pts.	
3.2	5 pts.	
3.3	10 pts.	
3.4	10 pts.	
4.1	8 pts.	
4.2	12 pts.	
Total	110 pts.	

1. [30 pts.] Calentamiento

Sean $k, n, m \in \mathbb{N}^+$. Se definen los siguientes conjuntos:

- $D = \{1, 2, \dots, k\}$, el conjunto de los días laborables en un período de tiempo.
- $O = \{1, 2, \dots, n\}$, el conjunto de los operarios para realizar cualquier trabajo.
- $T = \{1, 2, \dots, m\}$, el conjunto de los trabajos a realizar por operarios (cada uno demora un día).

Considere conocidas las siguientes relaciones y significados:

- $puede : O \leftrightarrow D$, tal que $puede(o, d) \sim$ "El operario o puede trabajar el día d "
- $dtrab : T \leftrightarrow D$, tal que $dtrab(t, d) \sim$ "El trabajo t se realiza el día d "

Defina la relación $Z = dtrab^T \circ puede$

1.1. [10 pts.]

Interprete el significado de la relación Z , completando a continuación:

$Z : \text{---} \leftrightarrow \text{---}$, tal que $Z(\text{---}, \text{---}) \sim \text{---}$

y justifique su interpretación

1.2. [10 pts.]

Suponga que $D = \{1, 2, 3\}$, $O = \{1, 2, 3\}$ y $T = \{1, 2\}$, y que las relaciones están descritas por las matrices binarias siguientes:

$$puede : \begin{array}{c|ccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 1 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$dtrab : \begin{array}{c|ccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{2} & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Determine M_Z la matriz binaria correspondiente a la relación Z .

1.3. [10 pts.]

Qué significa, en la matriz M_Z

1.3.1. [2 pts.]

una entrada en 0

1.3.2. [4 pts.]

una fila en 0

1.3.3. [4 pts.]

una columna en 0

2. [20 pts.] Demostrando o refutando propiedades de conjuntos

Considere la siguiente operación (\oplus) entre dos conjuntos $A, B \subseteq U$, llamada la **diferencia simétrica**:

$$A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

2.1. [10 pts.]

Demuestre o refute la siguiente afirmación: $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

2.2. [10 pts.]

Demuestre o refute la siguiente afirmación: Dado $A \subseteq U$, se tiene que $A \oplus \overline{A} \subset A$

3. [40 pts.] Relaciones de equivalencia y de orden

Sea \mathbb{R}^+ el conjunto de los números reales no negativos. Dados $x, y \in \mathbb{R}^+$ se define $r(x, y)$ como el rectángulo en el plano cartesiano con vértices en $(0, 0)$, $(x, 0)$, $(0, y)$ y (x, y) .

Sea $Rect = \{r(x, y) | x, y \in \mathbb{R}^+\}$

Considere las siguientes relaciones:

- $ma : Rect \leftrightarrow Rect$ tal que $ma(r(x, y), r(w, z)) \equiv x * y < w * z$
- $J : Rect \leftrightarrow Rect$ tal que $J(r(x, y), r(w, z)) \equiv x * y = w * z$
- $mia : Rect \leftrightarrow Rect$ tal que $mia = ma \cup J$

3.1. [15 pts.]

Demuestre que J es una relación de equivalencia

3.2. [5 pts.]

Enumere tres elementos diferentes en

$[r(5, 8)]_J$: _____

$[r(7, 7)]_J$: _____

3.3. [10 pts.]

Demuestre que mia no es una relación de orden parcial

3.4. [10 pts.]

Demuestre que ma es una relación de orden estricto

4. [20 pts.] Funciones

4.1. [8 pts.]

Analice cada relación R descrita en la columna del lado izquierdo, y decida si es o no una función. Si lo es, coloque un visto bueno \checkmark , y si no, indique la evidencia que así lo demuestra. También decida si R^T es función o no.

Relación R	R ¿Es función?	R^T ¿Es función?
$R : \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{N}$ tal que $R(r, n) \equiv r \leq n < r + 1$		
$R : \mathbb{R}^+ \leftrightarrow \mathbb{N}$ tal que $R(r, n) \equiv r \leq n \leq r + 1,5$		

4.2. [12 pts.]

Analice cada función f descrita en la columna del lado izquierdo, y decida si es o no total, inyectiva, y sobreyectiva. En cada casilla, coloque un visto bueno \checkmark si satisface la propiedad, y si no, indique la evidencia que así lo demuestra.

Función f	f ¿Es total?	f ¿Es 1-1?	f ¿Es sobre?
$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(z) = 1/z$			
$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(p, q) = pq$			