

Teoría de conjuntos: Teorema del \cap

Teorema	Nombre
$A \cap U = A$	identidad de \cap
$A \cap \emptyset = \emptyset$	dominación \cap
$A \cap A = A$	idempotencia \cap
$A \cap B = B \cap A$	conmutatividad \cap
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	asociatividad \cap
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	distributividad \cap sobre \cup
$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	de Morgan de \cap
$A \cap (A \cup B) = A$	absorción de \cap sobre \cup
$A \cap \overline{A} = \emptyset$	negación de \cap

Teoría de conjuntos: teoremas del \cup

Teorema	Nombre
$A \cup \emptyset = A$	identidad \cup
$A \cup U = U$	dominación \cup
$A \cup A = A$	idempotencia \cup
$A \cup B = B \cup A$	conmutatividad \cup
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	asociatividad \cup
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	distributividad \cup sobre \cap
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$	de Morgan \cup
$A \cup (A \cap B) = A$	absorción \cup sobre \cap
$A \cup \overline{A} = U$	negación \cup

Otros

Teorema	Nombre
$A = B \equiv (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$	Definición de igualdad
$A \subseteq B \equiv \overline{B} \subseteq \overline{A}$	subconjuntos complementos
$A = \overline{(\overline{A})}$	Doble complemento

Inclusión, \subseteq : A está incluido en B (A es subconjunto de B, o, A está contenido en B) si cada elemento de A pertenece a B
 $A \subseteq B \equiv \forall x : U | (x \in A \Rightarrow x \in B)$

La Inclusión propia, \subset se define a partir de ellos: A está incluido propiamente en

B si A está incluido en B, pero no es igual a B.
 $A \subset B \equiv ((A \subseteq B) \wedge (A \neq B))$

Complemento: El complemento de un conjunto A, se denota A^c , y contiene todos los elementos de U que no están en A.

$A^c = \{x : U | x \notin A\}$

Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B, se denota $A \setminus B$, y contiene todos los elementos que están en A pero no están en B

$A \setminus B = \{x : U | x \in A \wedge x \notin B\}$

- Las relaciones binarias sobre un mismo conjunto son muy utilizadas y estudiadas (por ejemplo $=: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}, \leq: \mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{Z}, \geq: \mathbb{R} \leftrightarrow \mathbb{R}, \dots$).
Dada una relación $R : A \leftrightarrow A$ se dice que:
- R es **reflexiva** si $\forall a | a \in A : aRa$. Por ejemplo: $\geq: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$
- R es **irreflexiva** si $\forall a | a \in A : \neg aRa$. Por ejemplo: $<: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$
- R es **simétrica** si $\forall a, b | a, b \in A : aRb \implies bRa$. Por ejemplo:
hermano : *Persona* \leftrightarrow *Persona* tal que *hermano*(a, b) \equiv "a es hermano de b"
- R es **asimétrica** si $\forall a, b | a, b \in A : aRb \implies \neg bRa$. Por ejemplo: $<: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$
- R es **antisimétrica** si $\forall a, b | a, b \in A : (aRb \wedge bRa) \implies a = b$. Por ejemplo:
 $\subseteq: \mathcal{P}(A) \leftrightarrow \mathcal{P}(A)$
- R es **transitiva** si $\forall a, b, c | a, b, c \in A : (aRb \wedge bRc) \implies aRc$. Por ejemplo:
 $|: \mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$ tal que $a|b \equiv$ "a divide a b"

Relaciones de orden

- Una relación $R : A \leftrightarrow A$ es una **relación de orden parcial** si R es reflexiva, antisimétrica y transitiva.
- Un conjunto A con una relación de orden parcial R se llama **un conjunto parcialmente ordenado** y se denota (A, R)
- Usualmente, las relaciones de orden parcial se denotan con el símbolo \preceq o similar.
- Si R es irreflexiva y transitiva se dice que es una **relación de orden estricto**.

Sea $R : A \leftrightarrow B$ una relación.

R es unívoca si todo elemento del dominio de definición de R está asociado con un único elemento en el codominio. Formalmente: R es unívoca si
 $\forall a \in A \forall b_1, b_2 \in B : ((aRb_1 \wedge aRb_2) \implies b_1 = b_2)$

R es total si el dominio de definición de R es igual al dominio de R.

Formalmente: R es total si

$\forall a \in A \exists b \in B : aRb$

R es una función parcial de A en B si R es unívoca.

R es una función total de A en B si R es unívoca y total

¿Cuándo es f T función? Cuando f es inyectiva

¿Cuándo es f T total? Cuando f es sobreyectiva

¿Cuándo es f T sobre? Cuando f es total

Por lo tanto, si $f : A \rightarrow B$ es total, y biyectiva, entonces, f es invertible, y f T es total y biyectiva.