Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
111051M - Cálculo II Gr. 05
Profesor Héber Mesa P.

Febrero 17 de 2019

Taller 12. Regla de l'Hôpital e integrales impropias.

1. Determine los siguientes límites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{senh} x}{\operatorname{sen} x}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{x-2}}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\tan x}{1+\operatorname{sen} x}\right)^{\sec x}$

(e) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\ln^3 x+2x}$

(f) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^{\tan x}$

(g) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(e^{3x}-3x\right)^{\frac{1}{x}}$

(h) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan x}{\operatorname{sen} x-\cos x}$

(i) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos^2(3x)}$

(j) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\ln(x-1)}{\ln(x+1)}\right)^{x}$

(k) $\displaystyle\lim_{x\to 1^+}(\ln x)(\ln(x-1))$

(l) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\left(\arctan(e^x)-\frac{\pi}{2}\right)$

2. Determine si las siguientes integrales impropias convergen o divergen. En el primer caso, determine el valor al cual convergen.

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^x\,dx$

(b) $\displaystyle\int_{0}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{e^x}}$

(c) $\displaystyle\int_{0}^{\infty} xe^x\,dx$

(d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{4|x|}\,dx$

(e) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

(f) $\displaystyle\int_{2}^{\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}\,dx$

(g) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{x-e^x}\,dx$

(h) $\displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-x}\operatorname{sen} x\,dx$

(i) $\displaystyle\int_{0}^{\infty}\frac{dx}{x^2+4}$

(j) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9}\,dx$

(k) $\displaystyle\int_{0}^{\infty}\frac{1}{(1+x^2)^2}\,dx$

(l) $\displaystyle\int_{1}^{\infty}\frac{\ln x}{x^2}\,dx$

(m) $\displaystyle\int_{0}^{3}\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

(n) $\displaystyle\int_{-1}^{0}\frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

(o) $\displaystyle\int_{0}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$

(p) $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{dx}{\sqrt{x(1-x^2)}}$

(q) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sqrt{1-\operatorname{sen} x}}\,dx$

(r) $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{\operatorname{arc\,sen} x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

(s) $\displaystyle\int_{0}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$

(t) $\displaystyle\int_{1}^{\infty}\frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-1}}$

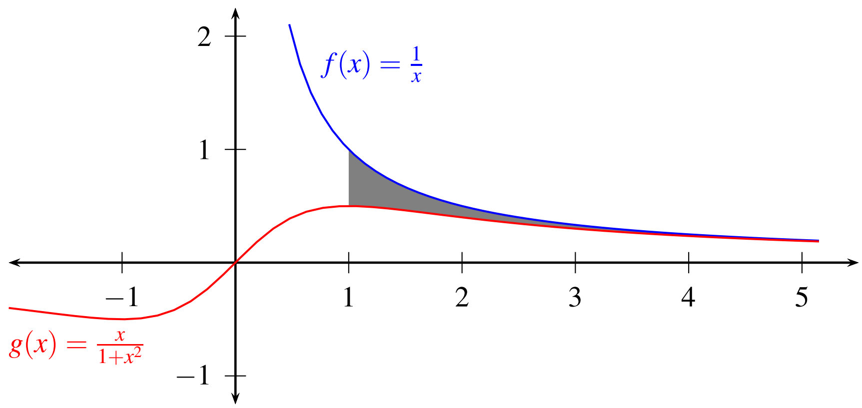
(u) $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x}$

3. Hallar los valores de a y b de tal forma que $\displaystyle\int_1^{\infty}\left(\frac{2x^2+bx+a}{x(2x+a)}-1\right)dx=1$.

4. Muestre que $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{(x-1)^2}$ no existe.

5. Muestre que $\displaystyle\lim_{x\to\infty} e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}\,dt=0$.

6. Considere la región sombreada de la figura. Acotada por las gráficas de las funciones $f(x)=\frac{1}{x}$ y $g(x)=\frac{x}{1+x^2}$ para valores de $x\geq 1$. Determine su área.



7. Sea $a>0$ un número real. Considere la región sombreada de la figura. Acotada por las gráfica de la función $f(x)=\frac{a^3}{x^2+a^2}$ y el eje x. Muestre que su área es πa^2.