

Metodología para encontrar el plan ideal para integrar una expresión

Aquí se hacen consideraciones muy generales de los casos más comunes que tenemos al tratar de integrar una expresión, se debe recorrer este listado en orden descendente y también se debe considerar que tal vez haya que hacer un poco de álgebra antes para reacomodar la expresión dada y poder acertar en el plan a seguir.

1) ¿Es directa?

- ¿existe una fórmula que cumpla por completo con la expresión dada?
- ¿es un polinomio?

2) ¿Hay una multiplicación en el integrando?

- Verificar si se puede realizar la multiplicación (o producto notable) y si el resultado es una integral directa
- Comprobar si un factor es o forma parte de la diferencial del otro. En tal caso se usa cambio de variable (sesión 2)
- Checar si se puede hacer algún tipo de sustitución algebraica, incluidas las identidades trigonométricas (sesión 7)
- Existen expresiones de la forma $\sqrt{v^2 \pm a^2}$ o de la forma $\sqrt{a^2 - v^2}$, considerar usar sustitución trigonométrica (sesión 5)
- Intentar una sustitución como las vistas en la sesión 7
- Si no se puede hacer nada de lo anterior mencionado, habrá que intentar integración por partes (sesión 3)

3) ¿Hay una división en el integrando?

- Lo de arriba es o forma parte de la diferencial de lo de abajo. De ser así, se usa la fórmula $\int \frac{dv}{v} = \ln|v| + C$
- Lo de abajo se puede subir utilizando potencia negativa (solo si la expresión completa del denominador tiene exponente distinto de 1), en tal caso se usa la fórmula de potencia $\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C$
- Existen expresiones de la forma $\sqrt{v^2 \pm a^2}$ o de la forma $\sqrt{a^2 - v^2}$, considerar usar sustitución trigonométrica (sesión 5)

4) ¿Es una división de dos polinomios?

- Si arriba hay un polinomio y abajo un monomio, distribuir el común denominador
- Si ambos (numerador y denominador) son polinomios, intentar simplificar la fracción por medio de factorización
- Si arriba y abajo hay polinomios, si el polinomio de arriba es de igual o de mayor grado que el de abajo, se realiza la división de polinomios
- Si el polinomio de abajo es de mayor grado que el de arriba, se descompone la fracción por medio de fracciones parciales (sesión 6)

5) ¿No se pudo realizar nada de lo anterior?

- Considerar el uso de tablas de integración
- Apoyarnos en el uso de algún software para que al ver el resultado nos demos una idea de qué método utilizar. Por ejemplo: WolframAlpha, Matlab, Maple, Mathematica, Geogebra.

