Matemáticas Discretas I

Lógica de predicados - Sintaxis y Semántica[1]

Juan Francisco Díaz Frias

Profesor Titular (1993-hoy)
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co
Edif. 331 - 2111
Universidad del Valle

Septiembre 2018

[1] Basado en http://www.logininaction.org

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	
Juan Camina	
Alguien lee y camina a la vez	

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados . . .

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados . . .

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Motivación

La lógica proposicional no es suficientemente expresiva

Considere las siguientes frases en lenguaje natural y su traducción en lógica proposicional:

Enunciado	Traducción proposicional
Juan lee	p
Juan Camina	q

Los dos enunciados hablan acerca de Juan, pero esto se pierde en la traducción

Con un lenguaje que incluye predicados ...

Enunciado	Traducción con predicados
Juan lee	$Lee(j)$
Juan Camina	$Camina(j)$
Alguien lee y camina a la vez	$\exists x Camina(x) \wedge Lee(x)$

La traducción guarda información sobre Juan: es el mismo que Camina y Lee

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje ...

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

Necesitamos nuevos componentes en el lenguaje . . .

Según el diccionario:

- Predicado(GRAM): Parte de la oración cuyo núcleo es el verbo
- Predicado(LOG):Lo que se afirma o niega del sujeto en una proposición

El lenguaje de la lógica de predicados nos permite:

- hablar acerca de objetos, sus propiedades, y sus relaciones, y
- usar cuantificación universal y existencial.

Plan

1 Motivación

2 Sintaxis
- Gramática
- Alcance, variables libres y ligadas
- Substitución
- Traducción del LN

3 Semántica
- El concepto de modelo
- Satisfactibilidad y modelos

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \Longrightarrow, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: Extendiendo el alfabeto

El alfabeto de la lógica de predicados consta de:

- Constantes de verdad: *true*, *false*
- Símbolos que representan constantes: $a, b, c, \ldots$
- Símbolos que representan variables: $x, y, z \ldots$
- Símbolos que representan funciones: $f, g, h, \ldots,$
- Símbolos que representan predicados: $A, B, C, \ldots, P, Q, R, \ldots$
- Símbolos que representan operadores lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \implies, \equiv$
- Símbolos que representan cuantificadores: $\exists, \forall$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimPred} \rangle \, (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg \, \langle \mathit{Predicado} \rangle \, | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle \; \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle \; \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle \; \langle \mathit{SimVariable} \rangle \; | \; \langle \mathit{Predicado} \rangle \; : \; \langle \mathit{Predicado} \rangle \; | \\
 & & \mathit{true}|\mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimVariable} \rangle | \langle \mathit{SimConstante} \rangle | \langle \mathit{SimFun} \rangle \, (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\,(\{\langle Termino \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)| \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle\ :\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true|false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv|\ \Longrightarrow\ |\vee|\wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\,|\,\langle SimConstante \rangle\,|\,\langle SimFun \rangle\,(\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lll}
\langle \mathit{Predicado} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimPred} \rangle \, (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg \, \langle \mathit{Predicado} \rangle \, | \\
 & & (\langle \mathit{Predicado} \rangle \; \langle \mathit{opBinBooleano} \rangle \; \langle \mathit{Predicado} \rangle)| \\
 & & \langle \mathit{Cuantificador} \rangle \; \langle \mathit{SimVariable} \rangle \; | \; \langle \mathit{Predicado} \rangle \; : \; \langle \mathit{Predicado} \rangle \; | \\
 & & \mathit{true} | \mathit{false} \\
\langle \mathit{opBinBooleano} \rangle & \rightarrow & \equiv | \implies | \vee | \wedge \\
\langle \mathit{Cuantificador} \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle \mathit{Termino} \rangle & \rightarrow & \langle \mathit{SimVariable} \rangle | \langle \mathit{SimConstante} \rangle | \langle \mathit{SimFun} \rangle \, (\{\langle \mathit{Termino} \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})|\\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ |\\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)|\\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ |\\
 & & true|false\\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv\ |\ \Longrightarrow\ |\ \vee\ |\wedge\\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall\\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle SimConstante \rangle\ |\ \langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+}) | \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle) | \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true | false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv\ |\ \Longrightarrow\ |\ \vee\ | \wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle SimConstante \rangle\ |\ \langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)| \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true|false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv\ |\ \Longrightarrow\ |\vee|\wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\,|\,\langle SimConstante \rangle\,|\,\langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

La Gramática para construir fórmulas de la lógica de predicados es:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle Predicado \rangle & \rightarrow & \langle SimPred \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})| \\
 & & \neg\ \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & (\langle Predicado \rangle\ \langle opBinBooleano \rangle\ \langle Predicado \rangle)| \\
 & & \langle Cuantificador \rangle\ \langle SimVariable \rangle\ |\ \langle Predicado \rangle : \langle Predicado \rangle\ | \\
 & & true|false \\
\langle opBinBooleano \rangle & \rightarrow & \equiv |\ \Longrightarrow\ | \vee | \wedge \\
\langle Cuantificador \rangle & \rightarrow & \exists, \forall \\
\langle Termino \rangle & \rightarrow & \langle SimVariable \rangle\, |\, \langle SimConstante \rangle\, |\, \langle SimFun \rangle\ (\{\langle Termino \rangle\}^{+})
\end{array}
$$

Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x|P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x|P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x|R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg\exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x|true : \phi$ se abreviará: $\forall x\phi$
- $\exists x|true : \phi$ se abreviará: $\exists x\phi$

Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y (M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x (M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x (\exists y Q(x, y) \implies \exists z (Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

Sintaxis: construcción de predicados

- Ejemplos de expresiones:

- $P(x)$
- $P(f(a))$
- $Q(x, h(y, b))$
- $Q(a, y)$
- $Q(x, b)$
- $Q(a, b)$

- $\neg P(x)$
- $(P(f(a)) \wedge Q(x, h(y, b)))$
- $(\neg(Q(a, b)) \vee P(a))$
- $(Q(x, y) \implies Q(a, b))$
- $\neg((Q(a, a) \equiv Q(a, b)))$

- $\exists x | P(x) : Q(g(a), x)$
- $\exists x | P(x) : Q(a, x)$
- $\forall x | R(x) : (H(x) \implies \exists y(M(y) \wedge Q(x, y)))$
- $\neg \exists x(M(x) \wedge \forall y \neg Q(x, y))$
- $\forall x(\exists y Q(x, y) \implies \exists z(Q(z, x))$
- $\exists y \forall x Q(y, x)$

- $\forall x | true : \phi$ se abreviará: $\forall x \phi$
- $\exists x | true : \phi$ se abreviará: $\exists x \phi$

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - x y y son:
  - x y x son:

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - x y y son:
  - x y x son:

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - x y y son:
  - x y x son:

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - x y y son: libres
  - x y x son: ligadas

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
  - x y y son: libres
  - x y x son: ligadas

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
    - x y y son: libres
    - x y x son: ligadas

Alcance, variables libres y ligadas: definiciones y ejemplos

- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), las subfórmulas ψ y ϕ se conocen como el alcance del cuantificador $\forall$ ($\exists$, resp.).
- En una fórmula de la forma $\forall x|\psi : \phi$ ($\exists x|\psi : \phi$, resp.), se dice que x está ligada al cuantificador $\forall$($\exists$, resp.) siempre y cuando x no esté ligada a otro cuantificador en ψ y ϕ .
- En una fórmula ϕ una aparición de x está ligada si existe un cuantificador en ϕ al que x esté ligada.
- En una fórmula ϕ una aparición de x está libre si no está ligada a ningún cuantificador en ϕ.
- Considere la fórmula: $P(x) \wedge \forall x\ Q(x) : R(x, y)$
    - x y y son: libres
    - x y x son: ligadas

Fórmulas cerradas y abiertas

- Una fórmula ϕ es cerrada si ninguna variable aparece libre en ella.

$$\exists y P(y) \wedge \forall x \forall y | Q(x) : R(x, y)$$

- Una fórmula ϕ es abierta si al menos una variable aparece libre en ella.

$$P(x) \wedge \forall x | Q(x) : R(x, y)$$

Fórmulas cerradas y abiertas

- Una fórmula ϕ es cerrada si ninguna variable aparece libre en ella.

$$\exists y P(y) \wedge \forall x \forall y | Q(x) : R(x, y)$$

- Una fórmula ϕ es abierta si al menos una variable aparece libre en ella.

$$P(x) \wedge \forall x | Q(x) : R(x, y)$$

Plan

1. Motivación

2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN

3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \dots, t_k)$:

$$f(t_1, \dots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \dots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)_t^y$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)_t^y = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)_t^y = x & x \neq y \\ (y)_t^y = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)_t^y = f((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$

- Ejemplos:

$$(a)_c^z = a$$

$$(x)_c^z = x$$

$$(z)_c^z = c$$

$$(f(z))_c^z = f((z)_c^z) = f(c)$$

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)_t^y$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)_t^y = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)_t^y = x & x \neq y \\ (y)_t^y = t & \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)_t^y = f((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$

- Ejemplos:

$$(a)_c^z = a$$

$$(x)_c^z = x$$

$$(z)_c^z = c$$

$$(f(z))_c^z = f((z)_c^z) = f(c)$$

Substitución en términos

- El término que resulta de reemplazar las apariciones de la variable y por el término t dentro del término s se denota como

$$(s)^y_t$$

- Formalmente,
  Dada una constante c: $(c)^y_t = c$
  Dada una variable x: $\begin{cases} (x)^y_t = x & x \neq y \\ (y)^y_t = t \end{cases}$
  Dado un término compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:

$$f(t_1, \ldots, t_k)^y_t = f((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$

- Ejemplos:

$$(a)^z_c = a$$

$$(x)^z_c = x$$

$$(z)^z_c = c$$

$$(f(z))^z_c = f((z)^z_c) = f(c)$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$

$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi:\phi)^y_t = \forall y|\psi:\phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi:\phi)^y_t = \exists y|\psi:\phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$

$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$

$$(\phi\wedge\psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$

$$(\phi\vee\psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$

$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$

$$(\phi\equiv\psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi:\phi)^y_t = \forall y|\psi:\phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi:\phi)^y_t = \exists y|\psi:\phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)_t^y$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))_t^y = P((t_1)_t^y, \ldots, (t_k)_t^y)$$
$$(\neg\phi)_t^y = \neg(\phi)_t^y$$
$$(\phi \wedge \psi)_t^y = (\phi)_t^y \wedge (\psi)_t^y$$
$$(\phi \vee \psi)_t^y = (\phi)_t^y \vee (\psi)_t^y$$
$$(\phi \implies \psi)_t^y = (\phi)_t^y \implies (\psi)_t^y$$
$$(\phi \equiv \psi)_t^y = (\phi)_t^y \equiv (\psi)_t^y$$

$$\begin{cases} (\forall x | \psi : \phi)_t^y = \forall x | (\psi)_t^y : (\phi)_t^y \\ (\forall y | \psi : \phi)_t^y = \forall y | \psi : \phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x | \psi : \phi)_t^y = \exists x | (\psi)_t^y : (\phi)_t^y \\ (\exists y | \psi : \phi)_t^y = \exists y | \psi : \phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1, \ldots, t_k))^y_t = P((t_1)^y_t, \ldots, (t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi : \phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi : \phi)^y_t = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi : \phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t : (\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi : \phi)^y_t = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi:\phi)^y_t = \forall y|\psi:\phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi:\phi)^y_t = \exists y|\psi:\phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)_t^y$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))_t^y = P((t_1)_t^y,\ldots,(t_k)_t^y)$$
$$(\neg\phi)_t^y = \neg(\phi)_t^y$$
$$(\phi\wedge\psi)_t^y = (\phi)_t^y \wedge (\psi)_t^y$$
$$(\phi\vee\psi)_t^y = (\phi)_t^y \vee (\psi)_t^y$$
$$(\phi \implies \psi)_t^y = (\phi)_t^y \implies (\psi)_t^y$$
$$(\phi\equiv\psi)_t^y = (\phi)_t^y \equiv (\psi)_t^y$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)_t^y = \forall x|(\psi)_t^y : (\phi)_t^y \\ (\forall y|\psi:\phi)_t^y = \forall y|\psi : \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)_t^y = \exists x|(\psi)_t^y : (\phi)_t^y \\ (\exists y|\psi:\phi)_t^y = \exists y|\psi : \phi \end{cases}$$

Substitución en fórmulas

- La fórmula que resulta de reemplazar las apariciones libres de la variable y por el término t dentro de la fórmula ϕ se denota como

$$(\phi)^y_t$$

- Formalmente,

$$(P(t_1,\ldots,t_k))^y_t = P((t_1)^y_t,\ldots,(t_k)^y_t)$$
$$(\neg\phi)^y_t = \neg(\phi)^y_t$$
$$(\phi \wedge \psi)^y_t = (\phi)^y_t \wedge (\psi)^y_t$$
$$(\phi \vee \psi)^y_t = (\phi)^y_t \vee (\psi)^y_t$$
$$(\phi \implies \psi)^y_t = (\phi)^y_t \implies (\psi)^y_t$$
$$(\phi \equiv \psi)^y_t = (\phi)^y_t \equiv (\psi)^y_t$$

$$\begin{cases} (\forall x|\psi:\phi)^y_t = \forall x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\forall y|\psi:\phi)^y_t = \forall y|\psi:\phi \end{cases}$$
$$\begin{cases} (\exists x|\psi:\phi)^y_t = \exists x|(\psi)^y_t:(\phi)^y_t \\ (\exists y|\psi:\phi)^y_t = \exists y|\psi:\phi \end{cases}$$

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B $\quad \forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B $\quad \exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) $\quad \forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) $\quad \exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x|A : B$)

Expresar entre dos o más objetos

Juan ve a María	[illegible]
María ve a Juan	[illegible]
Juan le da el libro a María	[illegible]

Expresar

Todos ven a alguien	[illegible]
Alguien ve a todos	[illegible]
Todos son vistos por alguien	[illegible]
Alguien es visto por todos	[illegible]

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

Expresar entre dos o más objetos

Juan ve a María
María ve a Juan
Juan le da el libro a María

Expresar

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María
María ve a Juan
Juan le da el libro a María

Expresar

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \exists x | A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María
María ve a Juan
Juan le da el libro a María

Expresar

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	

Expresar

Todos ven a alguien	
Alguien ve a todos	
Todos son vistos por alguien	
Alguien es visto por todos	

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \exists x|A : B)$
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \forall x|A : B)$

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \exists x | A : B)$
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ $(\neg \forall x | A : B)$

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien
Alguien ve a todos
Todos son vistos por alguien
Alguien es visto por todos

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x|A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x \exists y Ve(x, y)$
Alguien ve a todos	$\exists x \forall y Ve(x, y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x \exists y Ve(y, x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x \forall y Ve(y, x)$

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B $\forall x|A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B $\exists x|A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) $\forall x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \exists x|A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) $\exists x|A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x|A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x \exists y Ve(x, y)$
Alguien ve a todos	$\exists x \forall y Ve(x, y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x \exists y Ve(y, x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x \forall y Ve(y, x)$

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B $\forall x|A(x):B(x)$
- Existe un A que es B $\exists x|A(x):B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) $\forall x|A(x):\neg B(x)$ ($\neg\exists x|A:B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) $\exists x|A(x):\neg B(x)$ ($\neg\forall x|A:B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j,m)$
María ve a Juan	$Ve(m,j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j,l,m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x\exists y Ve(x,y)$
Alguien ve a todos	$\exists x\forall y Ve(x,y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x\exists y Ve(y,x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x\forall y Ve(y,x)$

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \exists x | A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x \exists y Ve(x, y)$
Alguien ve a todos	$\exists x \forall y Ve(x, y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x \exists y Ve(y, x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x \forall y Ve(y, x)$

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\exists x | A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg\forall x | A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x \exists y Ve(x, y)$
Alguien ve a todos	$\exists x \forall y Ve(x, y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x \exists y Ve(y, x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x \forall y Ve(y, x)$

¿Qué hemos ganado?

Enunciar silogismos

- Todo A es B — $\forall x | A(x) : B(x)$
- Existe un A que es B — $\exists x | A(x) : B(x)$
- Todo A es no B (Ningún A es B) — $\forall x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \exists x | A : B$)
- Existe un A que no es B (No todo A es B) — $\exists x | A(x) : \neg B(x)$ ($\neg \forall x | A : B$)

Expresar relaciones entre dos o más objetos

Juan ve a María	$Ve(j, m)$
María ve a Juan	$Ve(m, j)$
Juan le da el libro a María	$Dar(j, l, m)$

Expresar cuantificaciones

Todos ven a alguien	$\forall x \exists y Ve(x, y)$
Alguien ve a todos	$\exists x \forall y Ve(x, y)$
Todos son vistos por alguien	$\forall x \exists y Ve(y, x)$
Alguien es visto por todos	$\exists x \forall y Ve(y, x)$

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x,y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x,y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x,y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x,y)$
-

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x, y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x | A(x) : \exists y | E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x | A(x) : (\forall y | E(y) : H(x, y)) \implies \neg \exists y | E(y) : H(x, y)$
-

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x, y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x | A(x) : \exists y | E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x | A(x) : (\forall y | E(y) : H(x, y)) \implies \neg \exists y | E(y) : H(x, y)$

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x, y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x | A(x) : \phi(x)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x | A(x) : (\forall y | E(y) : H(x, y)) \implies \neg \exists y | E(y) : H(x, y)$
-

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x,y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x,y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x,y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x,y)$
-

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x, y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x | A(x) : \exists y | E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x | A(x) : \phi(x)$
-

Ejemplos

x es hincha de y	$H(x, y)$
x es aficionado	$A(x)$
y es un equipo de fútbol	$E(y)$

- Todo aficionado es hincha de un equipo de fútbol: $\forall x|A(x) : \exists y|E(y) : H(x, y)$
- Todo aficionado que sea hincha de todos los equipos no es hincha de ningún equipo: $\forall x|A(x) : (\forall y|E(y) : H(x, y)) \implies \neg\exists y|E(y) : H(x, y)$
-

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ. Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo.

Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo.

Semántica: intuición

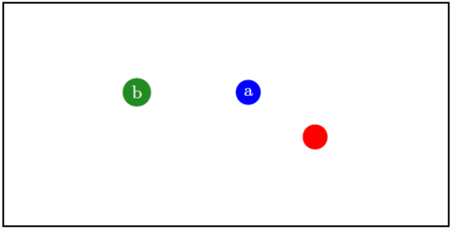
- La semántica de una fórmula tiene que ver con valorar la verdad o falsedad del predicado.
- Los predicados simples son:
  - *true*: este predicado siempre significará verdadero(V)
  - *false*: este predicado siempre significará falso(F)
  - $P(t_1, \ldots, t_k)$: Es un predicado. Su valor de verdad puede ser verdadero(V) o falso(F). Depende de lo que significa P.
- Los predicados complejos son:
  - $\neg\phi$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\phi_1 \bullet \phi_2$: Igual que en la lógica proposicional.
  - $\forall x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que todos los x que cumplan el predicado ψ cumplan también el predicado ϕ. Conjunción generalizada
  - $\exists x|\psi : \phi$: Su valor de verdad depende de que exista un x que cumpla el predicado ψ y cumpla también el predicado ϕ.Disyunción generalizada
- Para pronunciarse sobre la verdad o falsedad de un predicado, es necesario:
  - Interpretar los símbolos de constante, de función y de predicado: modelo
  - Calcular la verdad o falsedad de la proposición con respecto a ese modelo.

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

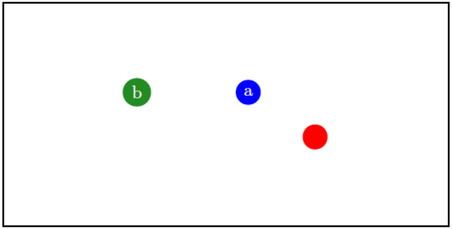


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

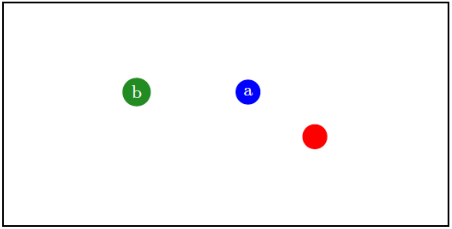


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

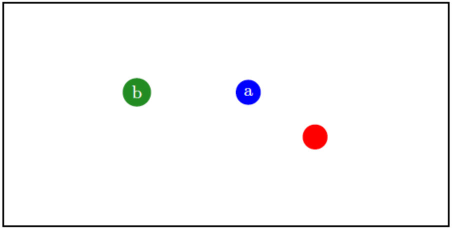


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

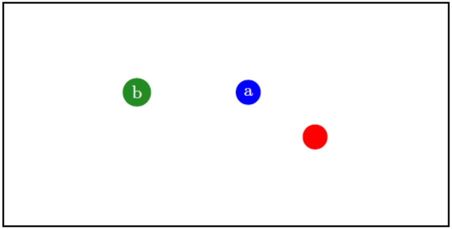


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x|R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x|R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

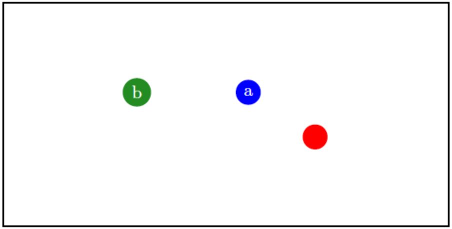


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x|R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x|R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (1)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

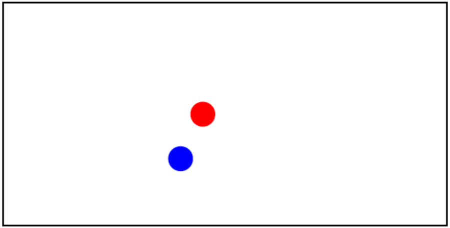


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $A(a)$
- $\exists x | R(x) : U(x) \vee C(b)$
- $R(a) \implies U(b)$
- $A(a) \wedge V(b)$
- $\neg U(a)$
- $R(a) \implies \exists x | R(x) : U(x)$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

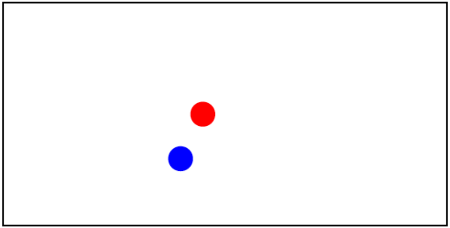


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

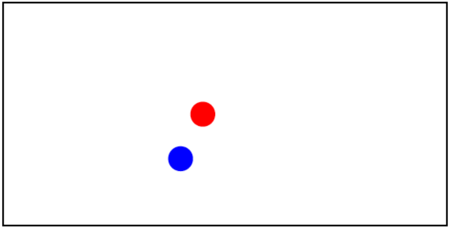


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \Longrightarrow C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

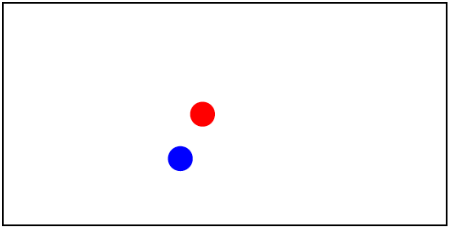


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

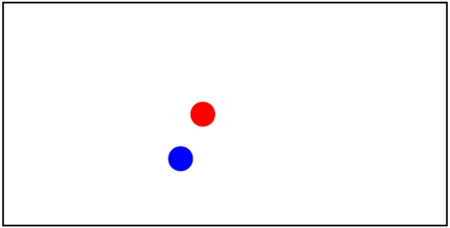


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])

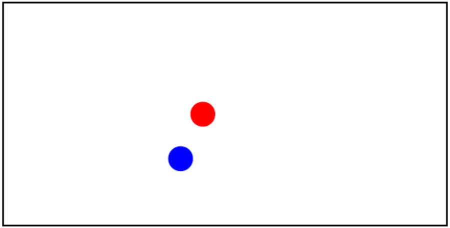


¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (2)

Considere un universo con **C**írculos y c**U**adrados que pueden tomar colores Rojo, Verde y Azul como el siguiente: ([Socrative])



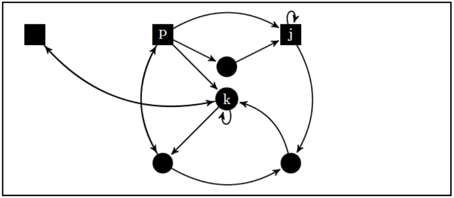
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas?

- $\exists x R(x)$
- $\forall x | R(x) : C(x)$
- $\exists x | V(x) : C(x)$
- $\neg \forall x \neg R(x)$
- $\forall x (R(x) \wedge C(x))$
- $\exists x (V(x) \implies C(x))$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación **A**ma a

■: hombre   •: mujer   • → ■: • ama a ■



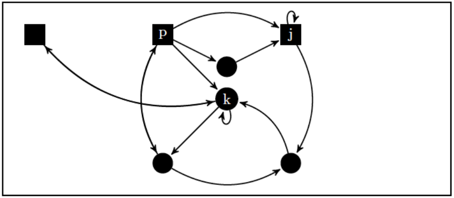
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre •: mujer • → ■: • ama a ■



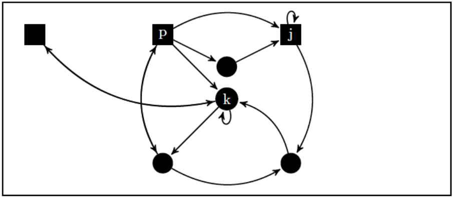
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x|H(x) : A(x,k)$
- $\forall x|(H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg\forall x|M(x) : A(x,x)$
- $\neg\exists x|M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre •: mujer • → ■: • ama a ■



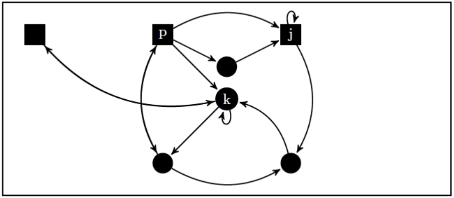
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre •: mujer • → ■: • ama a ■



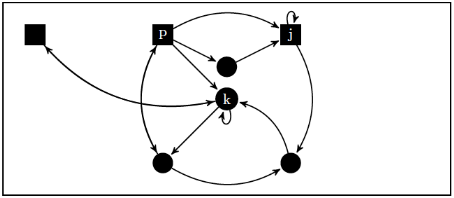
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \land A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \lor M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \land A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \land (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \land A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación **A**ma a

■: hombre ●: mujer ● → ■: ● ama a ■



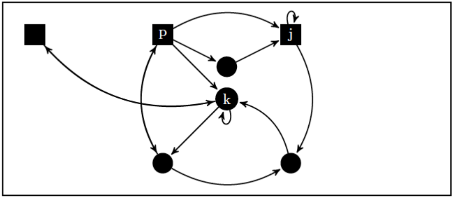
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x|H(x) : A(x,k)$
- $\forall x|(H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg\forall x|M(x) : A(x,x)$
- $\neg\exists x|M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación **A**ma a

■: hombre   •: mujer   • → ■: • ama a ■



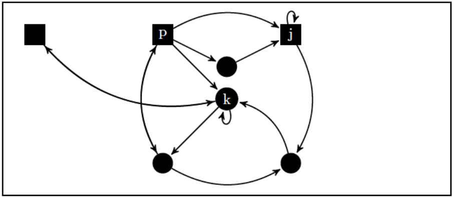
¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x | H(x) : A(x,k)$
- $\forall x | (H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x | M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x | M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (3)

Considere un universo con **H**ombres y **M**ujeres que pueden relacionarse por medio de la relación Ama a

■: hombre   •: mujer   • → ■: • ama a ■



¿Cuál sería el valor de verdad de las siguientes fórmulas? ([Socrative])

- $A(j,k) \implies A(k,j)$
- $\neg(A(j,k) \wedge A(k,j))$
- $\forall x|H(x) : A(x,k)$
- $\forall x|(H(x) \vee M(x)) : \neg A(x,p)$
- $(A(j,k) \wedge A(p,k)) \implies ((\neg A(p,j) \wedge (\neg A(k,j))$
- $\neg \forall x|M(x) : A(x,x)$
- $\neg \exists x|M(x) : A(p,x) \wedge A(x,j)$

Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula ϕ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- D es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- I es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de ϕ un objeto en D;
  - cada símbolo de predicado de ϕ una relación sobre D;
  - cada símbolo de función de ϕ una función sobre D
- g es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de ϕ un objeto en D.

Una fórmula ϕ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga ϕ, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ

Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula ϕ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- D es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- I es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de ϕ un objeto en D;
  - cada símbolo de predicado de ϕ una relación sobre D;
  - cada símbolo de función de ϕ una función sobre D
- g es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de ϕ un objeto en D.

Una fórmula ϕ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga ϕ, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ

Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula ϕ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- D es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- I es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de ϕ un objeto en D;
  - cada símbolo de predicado de ϕ una relación sobre D;
  - cada símbolo de función de ϕ una función sobre D
- g es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de ϕ un objeto en D.

Una fórmula ϕ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga ϕ, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ

Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula ϕ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- D es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- I es la función de interpretación que asigna a
    - cada símbolo de constante de ϕ un objeto en D;
    - cada símbolo de predicado de ϕ una relación sobre D;
    - cada símbolo de función de ϕ una función sobre D
- g es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de ϕ un objeto en D.

Una fórmula ϕ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga ϕ, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ

Semántica: el concepto de modelo (4)

Un modelo para una fórmula ϕ es una tripleta $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$ en la cual:

- D es el dominio: una colección no vacía de objetos;
- I es la función de interpretación que asigna a
  - cada símbolo de constante de ϕ un objeto en D;
  - cada símbolo de predicado de ϕ una relación sobre D;
  - cada símbolo de función de ϕ una función sobre D
- g es la asignación de variables, que asigna a cada variable libre de ϕ un objeto en D.

Una fórmula ϕ es satisfactible si existe un modelo $\mathcal{M}$ que satisfaga ϕ, y se denotará

$$\mathcal{M} \models \phi$$

Una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ

Plan

1. Motivación
2. Sintaxis
   - Gramática
   - Alcance, variables libres y ligadas
   - Substitución
   - Traducción del LN
3. Semántica
   - El concepto de modelo
   - Satisfactibilidad y modelos

Semántica: el valor de un término en un modelo

Calculando valores de términos

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, el valor de un término t se denota

$$\|t\|_g^I$$

y se define así:

- Si el término es una constante a: $\|a\|_g^I = I(a)$
- Si el término es una variable x: $\|x\|_g^I = g(x)$
- Si el término es compuesto $f(t_1, \ldots, t_k)$:
  $\|f(t_1, \ldots, t_k)\|_g^I = I(f)(\|t_1\|_g^I, \ldots, \|t_k\|_g^I)$

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x | \varphi : \psi$ o $\phi = \exists x | \varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|_g^I, \ldots, \|t_k\|_g^I) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|_g^I, \ldots, \|t_k\|_g^I) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (1)

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula ϕ, el valor de verdad de ϕ en $\mathcal{M}$ se denota

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}}$$

y se define así:

- Si $\phi = P(t_1, \ldots, t_k)$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \begin{cases} V & Si(\|t_1\|^I_g, \ldots, \|t_k\|^I_g) \in I(P) \\ F & Sino \end{cases}$
- Si $\phi = \neg\varphi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \neg(\|\varphi\|^{\mathcal{M}})$
- Si $\phi = \varphi \wedge \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \wedge \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \vee \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \vee \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \implies \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \implies \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- Si $\phi = \varphi \equiv \psi$, $\quad \|\phi\|^{\mathcal{M}} = \|\varphi\|^{\mathcal{M}} \equiv \|\psi\|^{\mathcal{M}}$
- $\phi = \forall x|\varphi : \psi$ o $\phi = \exists x|\varphi : \psi$ necesitamos un concepto más: la extensión de g

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $||\phi||^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x|\varphi : \psi$
$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} ||\varphi \implies \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$
- $\phi = \exists x|\varphi : \psi$
$$||\phi||^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} ||\varphi \wedge \psi||^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x | \varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} \|\varphi \implies \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

- $\phi = \exists x | \varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} \|\varphi \wedge \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g\rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x|\varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} \|\varphi \implies \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle}$$

- $\phi = \exists x|\varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} \|\varphi \wedge \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]}\rangle}$$

Semántica: el valor de una fórmula en un modelo (2)

Extensión de g

Dada una asignación de variables g, una variable x y un objeto d en D, se define $g_{[x:=d]}$ como la extensión de g, tal que:

- $g_{[x:=d]}(y) = g(y)$ si x diferente de y
- $g_{[x:=d]}(x) = d$

$g_{[x:=d]}$ es idéntica a g salvo en el objeto asignado a x que ahora es d.

El valor de una fórmula con cuantificadores

Dado un modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$, y una fórmula ϕ con conectivo principal un cuantificador, $\|\phi\|^{\mathcal{M}}$ se define así:

- Si $\phi = \forall x | \varphi : \psi$

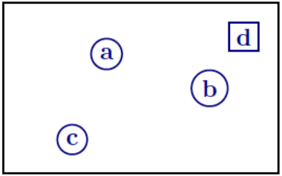
$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigwedge_{d \in D} \|\varphi \implies \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

- $\phi = \exists x | \varphi : \psi$

$$\|\phi\|^{\mathcal{M}} = \bigvee_{d \in D} \|\varphi \wedge \psi\|^{\langle D, I, g_{[x:=d]} \rangle}$$

Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:



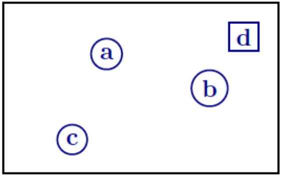
$$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$I(a) := ⓐ$	$I(U) := \{\boxed{d}\}$
$I(b) := ⓑ$	$I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$
$I(c) := ⓒ$	$g(x) := ⓑ$
$I(d) := \boxed{d}$	$g(y) := ⓐ$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$

Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:



$$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$$I(a) := ⓐ \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$$

$$I(b) := ⓑ \qquad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$$

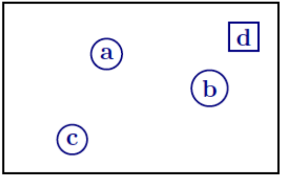
$$I(c) := ⓒ \qquad g(x) := ⓑ$$

$$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := ⓐ$$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:



$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$

$I(a) := ⓐ \qquad I(U) := \{\boxed{d}\}$

$I(b) := ⓑ \qquad I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$

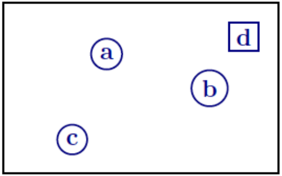
$I(c) := ⓒ \qquad g(x) := ⓑ$

$I(d) := \boxed{d} \qquad g(y) := ⓐ$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

Semántica: ejemplo

Considere el siguiente modelo $\mathcal{M} = \langle D, I, g \rangle$,:



$$D := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ, \boxed{d}\}$$

$I(a) := ⓐ$	$I(U) := \{\boxed{d}\}$
$I(b) := ⓑ$	$I(C) := \{ⓐ, ⓑ, ⓒ\}$
$I(c) := ⓒ$	$g(x) := ⓑ$
$I(d) := \boxed{d}$	$g(y) := ⓐ$

- $\mathcal{M} \models C(a)$? si
- $\mathcal{M} \models U(x)$? no
- $\mathcal{M} \models \exists x | true : U(x)$? si

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y), z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) =$ [illegible]
- $I(f) =$ [illegible]

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) =$ [illegible]
- $I(f) =$ [illegible]

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y), z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]

Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a),x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g\rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g\rangle$ donde

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g\rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x),x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) = ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f)$

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x, y), f(y, x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y, z)), f(f(x, y), z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x, a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x, x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) ==$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) ==$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: ejercicio

[Socrative]
Considere las siguientes fórmulas:

- $\phi_1 = \forall x \forall y R(f(x,y), f(y,x))$
- $\phi_2 = \forall x \forall y \forall z R(f(x, f(y,z)), f(f(x,y),z))$
- $\phi_3 = \forall x R(f(x,a), x)$

Sea $\mathcal{M}_1 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = +$

¿$\mathcal{M}_1 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_2 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 1$
- $I(R) = =$
- $I(f) = *$

¿$\mathcal{M}_2 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

Sea $\mathcal{M}_3 = \langle \mathbb{N}, I, g \rangle$ donde

- $I(a) = 0$
- $I(R) = =$
- $I(f) = -$

¿$\mathcal{M}_3 \models \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3$?

- Sea $\phi_4 = \forall x R(f(x,x), x)$. Se imagina un modelo para $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \phi_3 \wedge \phi_4$?

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.

Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x | \psi : \phi \equiv \forall x | \mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x | \psi : \phi \equiv \exists x | \mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg \forall x | \psi : \phi \equiv \exists x | \psi : \neg \phi$
- $\neg \exists x | \psi : \phi \equiv \forall x | \psi : \neg \phi$
- $\forall x | \psi : \phi \equiv \neg \exists x | \psi : \neg \phi$
- $\exists x | \psi : \phi \equiv \neg \forall x | \psi : \neg \phi$
- $\neg \forall x | \psi : \phi \equiv \exists x | \psi : \neg \phi$
- $\forall x | \psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x | \psi : \phi \wedge \forall x | \psi : \varphi)$
- $\exists x | \psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x | \psi : \phi \vee \exists x | \psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.

Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|true(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|true(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$

Semántica: equivalencias intuitivas

Recordemos que una fórmula ϕ es válida si todo modelo $\mathcal{M}$ satisface ϕ.
Al igual que en la lógica proposicional, ¿podemos saber el número de modelos posibles? ¿Es finito? ¿Podemos generarlos automáticamente?

¿Cuales fórmulas son tautologías?

- $\forall x|\psi : \phi \equiv \forall x|\mathit{true}(\psi \implies \phi)$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \exists x|\mathit{true}(\psi \wedge \phi)$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\exists x|\psi : \phi \equiv \forall x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : \phi \equiv \neg\exists x|\psi : \neg\phi$
- $\exists x|\psi : \phi \equiv \neg\forall x|\psi : \neg\phi$
- $\neg\forall x|\psi : \phi \equiv \exists x|\psi : \neg\phi$
- $\forall x|\psi : (\phi \wedge \varphi) \equiv (\forall x|\psi : \phi \wedge \forall x|\psi : \varphi)$
- $\exists x|\psi : (\phi \vee \varphi) \equiv (\exists x|\psi : \phi \vee \exists x|\psi : \varphi)$