Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
111051M - Cálculo II Gr. 05
Profesor Héber Mesa P.

Marzo 26 de 2019

Taller. Sucesiones alternadas, convergencia absoluta y series potencias

1. Determine si las siguientes series convergen o divergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10^n}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^{10}}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln n}{\ln(n^2)}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} (-e)^{-n^2}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ (i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3-1}{n^3+1}$

2. Determine si las siguientes series convergen absolutamente.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n!)^2}{(2n)!}$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+2n+1}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n-\ln n}$

3. Determine el radio de convergencia y el intervalo (abierto) de convergencia de las siguientes series de potencias.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(x-1)^n}{n!}$ (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+3}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3n+2}$ (e) $\sum_{n=1}^{\infty} n(x+3)^n$ (h) $\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n+1}}{n!}$ (f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ (i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (4x+1)^n$

4. Determine todos los valores de x para los cuales las siguientes series de potencias convergen.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln n)x^n$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4n}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)(x+5)^n}{\ln n}$

5. Partiendo de una serie de potencias conocida, encuentre una representación en serie de potencias para las siguientes funciones.

(a) $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$ (c) $f(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$ (e) $f(x) = \int_0^x e^{t^2}\,dt$

(b) $f(x) = \ln(1+x^4)$ (d) $f(x) = e^{x^2}$ (f) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$

6. Determine la serie de Taylor de las siguientes funciones con centro en a.

(a) $f(x) = \ln x,\ a = 1$

(b) $f(x) = \frac{1}{x},\ a = 1$

(c) $f(x) = \operatorname{sen}(x),\ a = \frac{\pi}{2}$

(d) $f(x) = e^{-x},\ a = 0$

(e) $f(x) = \cosh(x),\ a = 0$

(f) $f(x) = x^4 + 1,\ a = -1$

7. Utilice una serie de Taylor de la función indicada para determinar una aproximación de los valores en cada item. Encuentre el error de cada aproximación.

(a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}},\ \frac{1}{\sqrt{1{,}1}}$

(b) $f(x) = e^{\sqrt{x}},\ e^{\sqrt{1{,}25}}$

(c) $f(x) = \operatorname{sen}(x^2),\ \operatorname{sen}(0{,}121)$

(d) $f(x) = \cosh(x),\ \cosh(0{,}11)$

8. La integral $\displaystyle\int e^{t^2}\,dt$ no se puede resolver usando los métodos de integración vistos en clase. Utilice series de potencias para aproximar la integral definida $\displaystyle\int_0^1 e^{t^2}\,dt$.