Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
111051M - Cálculo II Gr. 05
Profesor Héber Mesa P.

Febrero 17 de 2019

Tarea 1. Aplicaciones de las función exponencial y logarítmica.

1. (10pts) Se encontraron huesos fósiles de un animal. Se analizaron y se detectó que cada hueso contenía una centésima parte del ^{14}C radioactivo. Determinar la antigüedad aproximada de los huesos encontrados.

2. (10pts) En un cultivo de bacterias, se estimó que inicialmente había 150 bacterias y 200 después de una hora. Suponiendo una rapidez de crecimiento proporcional a la cantidad de bacterias presente, determinar:

   (a) La cantidad de bacterias en cualquier instante.

   (b) La cantidad de bacterias depués de dos horas de haber iniciado el experimento.

   (c) El tiempo que debe transcurrir para que la población se triplique.

3. (10pts) La población mundial en el año 1998 era de aproximadamente $5,9$ millardos de personas y actualmente es aproximadamente $7,6$ millardos de personas. Asumiendo que el crecimiento de la población mundial se rige por el modelo exponencial (modelo de Malthus), calcular el valor estimado de la población mundial en el año 2025.

4. (20pts) El modelo de Malthus tiene muchas limitaciones. Por ejemplo, predice que una población crecerá exponencialmente con el tiempo, algo que no ocurre en la realidad. Si la especie considerada dispone de todos los medios para vivir, como espacio, aire, alimento, entonces su crecimiento será de tipo exponencial; pero si los recursos escasean, entonces habrá competencia para acceder a ellos (peleas, guerras a veces, supervivencia de los más fuertes...) y la razón de crecimiento no será la misma. Como un modelo más realista, Pierre François Verhulst propuso en 1838 un modelo en el cual la razón de crecimiento es proporcional conjuntamente tanto a la población misma como a la cantidad faltante para llegar a la máxima población sustentable. Este modelo se le conoce como modelo de crecimiento logístico y se plantea matemáticamente como

$$\frac{dP}{P\left(1-\frac{P}{K}\right)} = r\,dt, \tag{1}$$

   donde r es un número constante que se conoce como la razón de crecimiento intrínseco, y K es otro valor constante que es el máximo valor que puede alcanzar la población y representa la capacidad sustentable del medio.

(a) Integre a ambos lados de la ecuación (1) y despeje la función P para obtener el modelo poblacional de crecimiento logístico.

(b) Consulte (internet, libros, expertos, etc.) cuál es la máxima población que puede sustentar el planeta tierra. Cite la referencia de este dato.

(c) Determine el modelo poblacional de crecimiento logístico, utilizando la constante del item anterior, la constante de crecimiento poblacional obtenida en el problema anterior y el número de habitantes actual.

(d) Utilice el modelo del item anterior para estimar el número de habitantes en el año 2025, y compare con lo obtenido en el problema anterior.

(e) Explique que diferencias hay entre el modelo de Malthus y el modelo poblacional de crecimiento logístico. Realice las gráficas de cada modelo.

(f) Haga alguna reflexión sobre la forma en que crece la población mundial y la sostenibilidad de la misma. Justifique su reflexión usando alguno de (o los dos) los modelos presentados.

Instrucciones para la presentación de esta tarea:

1. La fecha límite de entrega es viernes 22 de febrero a las 11:59pm.
2. Debe entregarse en formato digital con extensión .pdf a través del campus virtual y con un tamaño máximo de 20Mb.
3. Puede entregarse en grupos de máximo tres personas (sólo se debe subir el archivo al campus una vez).
4. Cada punto debe desarrollarse explicando cada uno de los pasos de forma ordenada y bien escrita (sin errores de ortografía, y con buen uso del lenguaje matemático).
5. Para cada item redacte una respuesta.