Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
111051M - Cálculo II Gr. 05
Profesor Héber Mesa P.

Agosto 26 de 2018

Taller 1

1. En cada uno de los siguientes items verifique que la función F es una antiderivada de la función f, y en cada caso escriba la igualdad correspondiente usando el símbolo de la integral indefinida ($\int$).

   (a) $F(x) = \frac{1}{\ln 5}5^x, \quad f(x) = 5^x$

   (b) $F(x) = \tan x, \quad f(x) = \sec^2 x$

   (c) $F(x) = \ln|\sec x|, \quad f(x) = \tan x$

   (d) $F(x) = \arctan x, \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

   (e) $F(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right), \quad f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

   (f) $F(x) = \operatorname{arcsec}|x|, \quad f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

   (g) $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x), \quad f(x) = \operatorname{sen}^2 x$

   (h) $F(x) = -x + \tan x, \quad f(x) = \tan^2 x$

2. En cada uno de los siguientes items determine la integral indefinida

   (a) $\displaystyle\int (3x^2 - 1)\, dx$

   (b) $\displaystyle\int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$

   (c) $\displaystyle\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{\sqrt[4]{x^5}}\right) dx$

   (d) $\displaystyle\int (1-x)^4\, dx$

   (e) $\displaystyle\int \frac{2x^4 - 3x^5 + 3x - 1}{2x^2} dx$

   (f) $\displaystyle\int \sqrt{x+1}\, dx$

   (g) $\displaystyle\int \frac{3}{\sqrt{(x-1)^3}} dx$

   (h) $\displaystyle\int (\operatorname{sen} x - 2\cos x)\, dx$

   (i) $\displaystyle\int (\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x)\, dx$

3. Utilice antiderivadas para resolver los siguientes problemas.

   (a) Luis arroja una pelota hacia arriba, desde el suelo, con una velocidad inicial de 97 pies/segundo. ¿Cuál es la máxima altura alcanzada por la pelota y por cuanto tiempo ésta permanece en el aire?

   (b) Mauricio suelta una piedra a un pozo; ésta llega al fondo 3 segundos después. ¿Cuál es la profundidad del pozo?

   (c) Se suelta una pelota desde la azotea del edificio *Torre de Cali*. ¿Cuanto demorará la pelota en llegar al suelo?

   (d) Gloria arroja una piedra hacia arriba desde la parte superior de un edificio de 400 pies de altura. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo?

4. Considere la función $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ definida en el intervalo $[0,1]$. La gráfica de ésta función corresponde a la cuarta parte de una circunferencia con centro en el origen y radio 1, tal y como se muestra en la figura. Utilice sumas de Riemann de la función f, dadas por

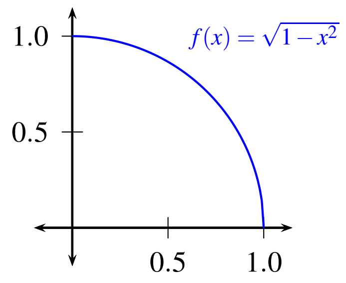
$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$$

para aproximar el área de un circulo de radio 1, siguiendo las siguientes indicaciones.

(a) Divida el intervalo $[0,1]$ en 25 subintervalos, todos de igual longitud, y en cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ defina el punto x_i^* como el extremo derecho del intervalo.

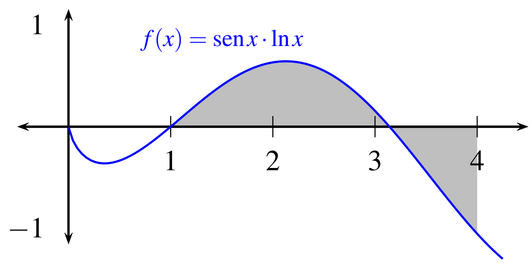
(b) Divida el intervalo $[0,1]$ en 25 subintervalos, todos de igual longitud, y en cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ defina el punto x_i^* como el extremo izquierdo del intervalo.

(c) Divida el intervalo $[0,1]$ en 25 subintervalos, todos de igual longitud, y en cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ defina el punto x_i^* como el punto medio del intervalo.



Utilice la fórmula del área de un circulo para determinar cuál de las tres aproximaciones es la mejor.

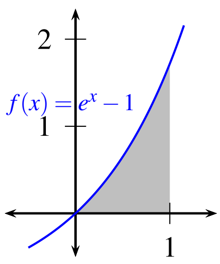
5. Utilice sumas de Riemann para determinar una aproximación para el valor del área sombreada de la siguiente figura.



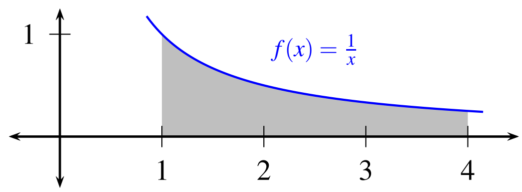
Explique como construye la suma de Riemann.

6. Utilice antiderivadas para determinar el área de las siguientes regiones sombreadas.

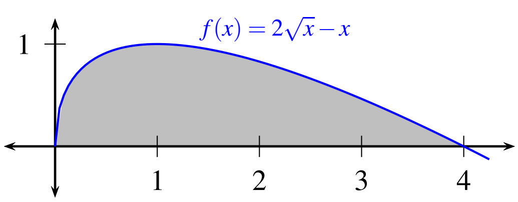
(a)



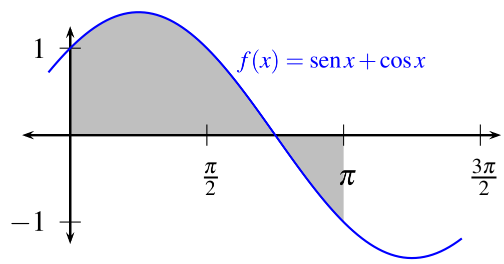
(c)



(b)



(d)



(e)