

# Matemáticas Discretas I

## Lógica proposicional - Sintaxis y Semántica

Juan Francisco Díaz Frías

Profesor Titular (1993-hoy)  
juanfco.diaz@correounivalle.edu.co  
Edif. 331 - 2111



**Universidad del Valle**

Septiembre 2018

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Motivación

## Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz

$p$

$q$

- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

•

$$\frac{(p \Rightarrow q) \wedge p}{q}$$

- Clave: Identificación de proposiciones, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.

# Motivación

## Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

## ¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz

$p$

$q$

- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

•

$$\frac{(p \Rightarrow q) \wedge p}{q}$$

- Clave: identificación de **proposiciones**, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La **lógica proposicional** es el **sistema formal** que usaremos para ello.

# Motivación

## Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

## ¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz

$p$

$q$

- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

•

$$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$

- Clave: identificación de **proposiciones**, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La **lógica proposicional** es el **sistema formal** que usaremos para ello.

# Motivación

## Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

## ¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz

$p$

$q$

- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

- 

$$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$

- Clave: identificación de **proposiciones**, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La **lógica proposicional** es el **sistema formal** que usaremos para ello.



# Motivación

## Argumentación en lenguaje natural

Considere las siguientes frases en lenguaje natural:

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz.
- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

¿Qué se puede concluir?

## ¿Cómo podríamos formalizarlo?

- Si al final de la clase no hay preguntas, entonces el profesor hace un quiz

$p$

$q$

- Hoy no hubo preguntas al final de la clase

•

$$\frac{(p \implies q) \wedge p}{q}$$

- Clave: identificación de **proposiciones**, es decir, frases que se pueden valorar como ciertas o falsas.
- La **lógica proposicional** es el **sistema formal** que usaremos para ello.

# Proposiciones

- Una **proposición** es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que **puede o no ser verdad**.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- $2+2=5$
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo
- Hay **proposiciones simples** (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como  $p, q, r \dots$  llamadas **variables proposicionales**
- Y hay **proposiciones complejas** compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

# Proposiciones

- Una **proposición** es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que **puede o no ser verdad**.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- $2+2=5$
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

- Hay **proposiciones simples** (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como  $p, q, r \dots$  llamadas **variables proposicionales**
- Y hay **proposiciones complejas** compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

# Proposiciones

- Una **proposición** es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que **puede o no ser verdad**.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- $2+2=5$
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Hay **proposiciones simples** (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como  $p, q, r \dots$  llamadas **variables proposicionales**
- Y hay **proposiciones complejas** compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

# Proposiciones

- Una **proposición** es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que **puede o no ser verdad**.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- $2+2=5$
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo
- Hay **proposiciones simples** (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como  $p, q, r \dots$  llamadas **variables proposicionales**

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

- Y hay **proposiciones complejas** compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

# Proposiciones

- Una **proposición** es una frase declarativa y, como tal, es una afirmación sobre algo que **puede o no ser verdad**.

Son proposiciones:

- Lima es la capital de Perú
- $2+2=5$
- El carro de Juan es verde
- El carro de Juan es verde y el carro de Juan es viejo
- Hay **proposiciones simples** (atómicas, que no se pueden dividir). Se denotan con letras como  $p, q, r \dots$  llamadas **variables proposicionales**
- Y hay **proposiciones complejas** compuestas por otras proposiciones unidas gramaticalmente de alguna manera.

No son proposiciones:

- ¿Qué hora es?
- $x + 1 = 3$
- Tráeme las llaves
- Tráeme las llaves y prende el carro verde

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto:  $\{true, false, (, ), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$

- Gramática:

$\langle exprBooleana \rangle$	$\rightarrow$	$true \mid$ $false \mid$ $\langle variable \rangle \mid$ $\neg(\langle exprBooleana \rangle) \mid$ $(\langle exprBooleana \rangle \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle)$
$\langle opBinBooleano \rangle$	$\rightarrow$	$\equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge$
$\langle variable \rangle$	$\rightarrow$	$\langle identificador \rangle$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$

- $false$

- $p$

- $q$

- $r$



# Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto:  $\{true, false, (, ), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$

- Gramática:

$\langle exprBooleana \rangle$	$\rightarrow$	$true \mid$ $false \mid$ $\langle variable \rangle \mid$ $\neg(\langle exprBooleana \rangle) \mid$ $(\langle exprBooleana \rangle \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle)$
$\langle opBinBooleano \rangle$	$\rightarrow$	$\equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge$
$\langle variable \rangle$	$\rightarrow$	$\langle identificador \rangle$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$

- $false$

- $p$

- $q$

- $r$

- $\neg(p)$

- $(p \wedge q)$

- $(\neg(q) \vee r)$

- $(r \implies p)$

- $\neg((q \equiv p))$

- $((p \wedge q) \implies q)$

- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$

- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv$   
 $((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

# Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto:  $\{true, false, (, ), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$
- Gramática:
 

$\langle exprBooleana \rangle$	$\rightarrow$	$true \mid$ $false \mid$ $\langle variable \rangle \mid$ $\neg(\langle exprBooleana \rangle) \mid$ $(\langle exprBooleana \rangle \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle)$
$\langle opBinBooleano \rangle$	$\rightarrow$	$\equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge$
$\langle variable \rangle$	$\rightarrow$	$\langle identificador \rangle$
- Ejemplos de expresiones:
 

$true$	$\neg(p)$	$((p \wedge q) \implies q)$
$false$	$(p \wedge q)$	$((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$
$p$	$(\neg(q) \vee r)$	$((p \wedge (q \vee r)) \equiv$ $((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$
$q$	$(r \implies p)$	
$r$	$\neg((q \equiv p))$	

# Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto:  $\{true, false, (, ), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$

- Gramática:

$$\begin{aligned} \langle exprBooleana \rangle &\rightarrow true \mid false \mid \langle variable \rangle \mid \neg(\langle exprBooleana \rangle) \mid (\langle exprBooleana \rangle \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\ \langle opBinBooleano \rangle &\rightarrow \equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge \\ \langle variable \rangle &\rightarrow \langle identificador \rangle \end{aligned}$$

- Ejemplos de expresiones:

- $true$

- $false$

- $p$

- $q$

- $r$

- $\neg(p)$

- $(p \wedge q)$

- $(\neg(q) \vee r)$

- $(r \implies p)$

- $\neg((q \equiv p))$

- $((p \wedge q) \implies q)$

- $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$

- $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

# Sintaxis: expresiones booleanas

- Alfabeto:  $\{true, false, (, ), \equiv, \implies, \vee, \wedge, \neg, \langle variable \rangle\}$

- Gramática:

$$\begin{aligned} \langle exprBooleana \rangle &\rightarrow true \mid false \mid \langle variable \rangle \mid \neg(\langle exprBooleana \rangle) \mid (\langle exprBooleana \rangle \langle opBinBooleano \rangle \langle exprBooleana \rangle) \\ \langle opBinBooleano \rangle &\rightarrow \equiv \mid \implies \mid \vee \mid \wedge \\ \langle variable \rangle &\rightarrow \langle identificador \rangle \end{aligned}$$

- Ejemplos de expresiones:

- |           |                        |   |
|-----------|------------------------|---|
| • $true$  | • $\neg(p)$            | • $((p \wedge q) \implies q)$                                       |
| • $false$ | • $(p \wedge q)$       | • $((\neg(q) \vee r) \equiv (r \implies p))$                        |
| • $p$     | • $(\neg(q) \vee r)$   | • $((p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$ |
| • $q$     | • $(r \implies p)$     |   |
| • $r$     | • $\neg((q \equiv p))$ |   |

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

## Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



## Simplificación de expresiones

## Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes:  $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$ 
  - Los más externos:  $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes:  $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión:  $\neg(r \vee \neg(q)) \implies p$
- Precedencia de operadores ( $\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv$ ):  
 $((p \wedge q) \implies r)$  en  $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados):  $\ncong, \not\implies$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo:  $((p \wedge q) \wedge r)$  en  $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda:  $((p \implies q) \implies r)$  en  $p \implies q \implies r$



# Simplificación de expresiones

## Eliminación de paréntesis, siempre que no sea ambiguo

- Eliminar paréntesis redundantes:  $(\neg((r \vee \neg(q))) \implies p)$ 
  - Los más externos:  $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los que rodean variables o constantes:  $\neg((r \vee \neg(q))) \implies p$
  - los duplicados por una misma expresión:  $\neg(r \vee \neg(q)) \implies p$
- Precedencia de operadores ( $\neg, (\wedge, \vee), \implies, \equiv$ ):  
 $((p \wedge q) \implies r)$  en  $p \wedge q \implies r$
- Usando símbolos adicionales (símbolos tachados):  $\ncong, \not\implies$
- Por asociatividad:
  - Si el operador es asociativo:  $((p \wedge q) \wedge r)$  en  $p \wedge q \wedge r$
  - Si no lo es, se asocia a izquierda:  $((p \implies q) \implies r)$  en  $p \implies q \implies r$

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- **Árbol de sintaxis**

## 3 Semántica

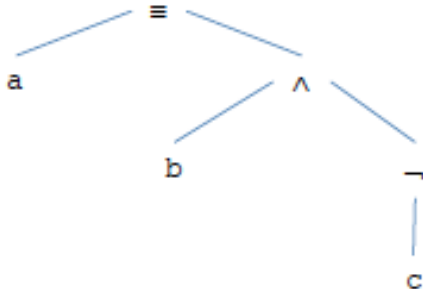
- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Árbol de sintaxis

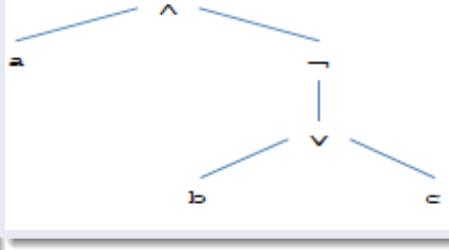
Cada expresión tiene un árbol de sintaxis asociado:

- El árbol tiene como raíz el símbolo del último operador que se debe evaluar.
- El árbol tiene como hijos, los árboles sintácticos de los operandos
- Si la expresión es una variable o un valor de verdad (no hay operadores), el árbol es, simplemente, un nodo raíz etiquetado con la variable o el valor en cuestión.

$$a \equiv b \wedge \neg c$$



$$a \wedge \neg(b \vee c)$$



# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - $p$ : Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$ .
    - Si  $E$  es verdadero,  $\neg E$  es falso. Si  $E$  es falso,  $\neg E$  es verdadero.
    - Si  $E$  es verdadero,  $\neg E$  es falso. Si  $E$  es falso,  $\neg E$  es verdadero. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$  y del operador  $\neg$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - *p*: Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de *E*.
  - $E_1 * E_2$ : donde  $E_1, E_2$  son expresiones booleanas, y  $*$  representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E_1$  y  $E_2$  y del operador  $*$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - $p$ : Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$ .
  - $E_1 \bullet E_2$ : donde  $E_1, E_2$  son expresiones booleanas, y  $\bullet$  representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E_1$  y  $E_2$  y del operador  $\bullet$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - $p$ : Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$ .
  - $E_1 \bullet E_2$ : donde  $E_1, E_2$  son expresiones booleanas, y  $\bullet$  representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E_1$  y  $E_2$  y del operador  $\bullet$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición **con respecto a esa interpretación**.

# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - $p$ : Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$ .
  - $E_1 \bullet E_2$ : donde  $E_1, E_2$  son expresiones booleanas, y  $\bullet$  representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E_1$  y  $E_2$  y del operador  $\bullet$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición **con respecto a esa interpretación**.



# Semántica: intuición

- La semántica de una fórmula de la lógica proposicional tiene que ver con valorar la verdad o falsedad de la proposición.
- Las proposiciones simples son:
  - *true*: esta proposición siempre significará **verdadero(V)**
  - *false*: esta proposición siempre significará **falso(F)**
  - $p$ : Es una variable proposicional. Su valor de verdad puede ser **verdadero(V)** o **falso(F)**
- Las proposiciones complejas son:
  - $\neg E$ : Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E$ .
  - $E_1 \bullet E_2$ : donde  $E_1, E_2$  son expresiones booleanas, y  $\bullet$  representa un operador binario. Su valor de verdad depende del valor de verdad de  $E_1$  y  $E_2$  y del operador  $\bullet$ .
- Para poder pronunciarse sobre la verdad o falsedad de una proposición, es necesario entonces:
  - Dar un valor de verdad a cada variable proposicional: **interpretación**
  - A partir de allí calcular la verdad o falsedad de la proposición **con respecto a** esa interpretación.

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Semántica de los operadores (1)

- El operador de **negación** ( $\neg E$ ): Es verdadero cuando  $E$  es falso; y falso cuando  $E$  es verdadero.

$E$	$\neg E$
V	F
F	V

- El operador de **conjunción** ( $E_1 \wedge E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  y  $E_2$  son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \wedge E_2$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

# Semántica de los operadores (1)

- El operador de **negación** ( $\neg E$ ): Es verdadero cuando  $E$  es falso; y falso cuando  $E$  es verdadero.

$E$	$\neg E$
V	F
F	V

- El operador de **conjunción** ( $E_1 \wedge E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  y  $E_2$  son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \wedge E_2$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

## Semántica de los operadores (2)

- El operador de **disyunción inclusiva** ( $E_1 \vee E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  o  $E_2$  son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \vee E_2$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- El operador de **implicación** ( $E_1 \implies E_2$ ): Es verdadero en cualquier caso, excepto cuando  $E_1$  es verdadera y  $E_2$  es falsa.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \implies E_2$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

## Semántica de los operadores (2)

- El operador de **disyunción inclusiva** ( $E_1 \vee E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  o  $E_2$  son verdaderos. En cualquier otro caso es falso.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \vee E_2$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- El operador de **implicación** ( $E_1 \implies E_2$ ): Es verdadero en cualquier caso, excepto cuando  $E_1$  es verdadera y  $E_2$  es falsa.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \implies E_2$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

## Semántica de los operadores (3)

- El operador de **equivalencia** ( $E_1 \equiv E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  y  $E_2$  tienen el mismo valor de verdad; falso cuando no.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \equiv E_2$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- Hay otros operadores en la literatura, pero todos se pueden escribir en función de estos.
  - El operador de **consecuencia** ( $E_1 \Leftarrow E_2$ ): Corresponde a  $E_2 \Rightarrow E_1$
  - El operador de **disyunción exclusiva** ( $E_1 \oplus E_2$ ): Es una disyunción en la que los argumentos no son ambos verdaderos. Corresponde a  $E_1 \neq E_2$

## Semántica de los operadores (3)

- El operador de **equivalencia** ( $E_1 \equiv E_2$ ): Es verdadero cuando  $E_1$  y  $E_2$  tienen el mismo valor de verdad; falso cuando no.

$E_1$	$E_2$	$E_1 \equiv E_2$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- Hay otros operadores en la literatura, pero todos se pueden escribir en función de estos.
  - El operador de **consecuencia** ( $E_1 \Leftarrow E_2$ ): **Corresponde a**  $E_2 \Rightarrow E_1$
  - El operador de **disyunción exclusiva** ( $E_1 \oplus E_2$ ): Es una disyunción en la que los argumentos no son ambos verdaderos. Corresponde a  $E_1 \neq E_2$



# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- **Interpretación**
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana  $E$ :

- Una **interpretación**  $I$  para  $E$  es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en  $E$ .
- Para  $E : (r \implies p)$ , habría cuatro interpretaciones posibles:

$I$	$p$	$r$
$I_1$	V	V
$I_2$	V	F
$I_3$	F	V
$I_4$	F	F

- Dada una interpretación  $I$  para  $E$  se define  $I(E)$ , el valor de verdad de  $E$  según  $I$  así:
  - Si  $E = \text{true}$ ,  $I(E) = V$
  - Si  $E = \text{false}$ ,  $I(E) = F$
  - Si  $E = \neg E_1$ ,  $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si  $E = E_1 \bullet E_2$ ,  $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana  $E$  cualquiera?

# Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana  $E$ :

- Una **interpretación**  $I$  para  $E$  es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en  $E$ .
- Para  $E : (r \implies p)$ , habría cuatro interpretaciones posibles:

$I$	$p$	$r$
$I_1$	V	V
$I_2$	V	F
$I_3$	F	V
$I_4$	F	F

- Dada una interpretación  $I$  para  $E$  se define  $I(E)$ , el valor de verdad de  $E$  según  $I$  así:
  - Si  $E = \text{true}$ ,  $I(E) = V$
  - Si  $E = \text{false}$ ,  $I(E) = F$
  - Si  $E = \neg E_1$ ,  $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si  $E = E_1 \bullet E_2$ ,  $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana  $E$  cualquiera?

# Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana  $E$ :

- Una **interpretación**  $I$  para  $E$  es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en  $E$ .
- Para  $E : (r \implies p)$ , habría cuatro interpretaciones posibles:

$I$	$p$	$r$
$I_1$	V	V
$I_2$	V	F
$I_3$	F	V
$I_4$	F	F

- Dada una interpretación  $I$  para  $E$  se define  $I(E)$ , el valor de verdad de  $E$  según  $I$  así:
  - Si  $E = \text{true}$ ,  $I(E) = V$
  - Si  $E = \text{false}$ ,  $I(E) = F$
  - Si  $E = \neg E_1$ ,  $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si  $E = E_1 \bullet E_2$ ,  $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana  $E$  cualquiera?

# Semántica: Interpretación

Dada una expresión booleana  $E$ :

- Una **interpretación**  $I$  para  $E$  es una asignación de valores de verdad para cada variable proposicional en  $E$ .
- Para  $E : (r \implies p)$ , habría cuatro interpretaciones posibles:

$I$	$p$	$r$
$I_1$	V	V
$I_2$	V	F
$I_3$	F	V
$I_4$	F	F

- Dada una interpretación  $I$  para  $E$  se define  $I(E)$ , el valor de verdad de  $E$  según  $I$  así:
  - Si  $E = \text{true}$ ,  $I(E) = V$
  - Si  $E = \text{false}$ ,  $I(E) = F$
  - Si  $E = \neg E_1$ ,  $I(E) = \neg I(E_1)$
  - Si  $E = E_1 \bullet E_2$ ,  $I(E) = I(E_1) \bullet I(E_2)$
- ¿Cuántas interpretaciones posibles tiene una expresión booleana  $E$  cualquiera?

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- **Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad**
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana  $E$  es **satisfactible**, si existe una interpretación  $I$  para  $E$  tal que  $I(E) = V$
- Una expresión booleana  $E$  es **válida**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = V$ . También se dice que  $E$  es una **tautología**.
- Una expresión booleana  $E$  es **insatisfactible** o una **contradicción**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = F$ .
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:  
 $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$   
 $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$   
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

# Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana  $E$  es **satisfactible**, si existe una interpretación  $I$  para  $E$  tal que  $I(E) = V$
- Una expresión booleana  $E$  es **válida**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = V$ . También se dice que  $E$  es una **tautología**.
- Una expresión booleana  $E$  es **insatisfactible** o una **contradicción**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = F$ .
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:  
 $\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$   
 $p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$   
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$



# Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana  $E$  es **satisfactible**, si existe una interpretación  $I$  para  $E$  tal que  $I(E) = V$
- Una expresión booleana  $E$  es **válida**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = V$ . También se dice que  $E$  es una **tautología**.
- Una expresión booleana  $E$  es **insatisfactible** o una **contradicción**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = F$ .

- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:

$$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

$$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

# Semántica: Validez y satisfactibilidad

- Una expresión booleana  $E$  es **satisfactible**, si existe una interpretación  $I$  para  $E$  tal que  $I(E) = V$
- Una expresión booleana  $E$  es **válida**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = V$ . También se dice que  $E$  es una **tautología**.
- Una expresión booleana  $E$  es **insatisfactible** o una **contradicción**, si para toda interpretación  $I$  para  $E$  se tiene que  $I(E) = F$ .
- Miremos la validez, satisfactibilidad o insatisfactibilidad de:  

$$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

$$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

# Semántica: Tablas de verdad (1)

$$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

$q$	$r$	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de  $G_1$ ?
- $G_1$  es satisfactible

# Semántica: Tablas de verdad (1)

$$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

$q$	$r$	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de  $G_1$ ?
- $G_1$  es satisfactible

# Semántica: Tablas de verdad (1)

$$G_1 : \neg q \vee r \equiv (r \implies q)$$

$q$	$r$	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$r \implies q$	$\neg q \vee r \equiv (r \implies q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V

- ¿Qué se puede decir de  $G_1$ ?
- $G_1$  es satisfactible

## Semántica: Tablas de verdad (2)

$$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

$p$	$q$	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de  $G_2$ ?
- $G_2$  es insatisfactible

## Semántica: Tablas de verdad (2)

$$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

$p$	$q$	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de  $G_2$ ?
- $G_2$  es insatisfactible

## Semántica: Tablas de verdad (2)

$$G_2 : p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$$

$p$	$q$	$(p \implies q)$	$p \wedge (p \implies q)$	$\neg q$	$p \wedge (p \implies q) \wedge \neg q$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

- ¿Qué se puede decir de  $G_2$ ?
- $G_2$  es insatisfactible



## Semántica: Tablas de verdad (3)

$$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$p$	$q$	$r$	$(q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$F$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

- ¿Qué se puede decir de  $G_3$ ?
- $G_3$  es válida o sea es una tautología

$$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
[illegible]

- ¿Qué se puede decir de  $G_3$ ?
- $G_3$  es válida o sea es una tautología

$$G_3 : p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
[illegible]

- ¿Qué se puede decir de  $G_3$ ?
- $G_3$  es válida o sea es una tautología

# Plan

## 1 Motivación

## 2 Sintaxis

- Gramática
- Simplificación de expresiones
- Árbol de sintaxis

## 3 Semántica

- ... de los operadores
- Interpretación
- Validez, satisfactibilidad y tablas de verdad
- Aplicación: Corrección de la argumentación en LN

# Argumentación en LN

Considere el siguiente razonamiento en LN:

*Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.*

¿Es correcta la conclusión?

Miremos cómo la lógica proposicional nos ayuda a resolver esta pregunta.

# LN y operadores (1)

LN	Ejemplos	Op.	Traducción
y	Juan tiene 21 años y estudia medicina.	$\wedge$	$j21 \wedge m$ donde $j21$ : Juan tiene 21 años $m$ : Juan estudia medicina
pero	Está lloviendo, pero hace sol.	$\wedge$	$v \wedge s$ donde $v$ : Está lloviendo $m$ : Hace sol
o (inclusivo)	Juan estudia medicina o biología.	$\vee$	$m \vee b$ donde $m$ : Juan estudia medicina $b$ : Juan estudia biología
o (exclusivo)	Este anillo es de oro o es de plata.	$\neq$	$au \neq ag$ donde $au$ : El anillo es de oro $ag$ : El anillo es de plata
no	Este anillo no es de oro.	$\neg$	$\neg au$ donde $au$ : El anillo es de oro
no es el caso	No es el caso que Juan estudie biología.	$\neg$	$\neg b$ donde $b$ : Juan estudia biología

## LN y operadores (2)

LN	Ejemplos	Op.	Traducción
si ... entonces ...	Si Colombia gana, salimos a festejar.	$\implies$	$c \implies f$ donde $c$ : Colombia gana $m$ : salimos a celebrar
... es suficiente para ...	Que Colombia gane es suficiente para que salgamos a festejar.	$\implies$	$c \implies f$ donde $c$ : Colombia gana $m$ : salimos a celebrar
... es necesario para ...	Que se usen frijoles es necesario para hacer una bandeja paisa.	$\impliedby$	$f \impliedby p$ donde $f$ : Usar frijoles $p$ : hacer una bandeja paisa
... si y solo si ...	Colombia clasifica al mundial si y solo si Colombia queda en uno de los primeros 4 puestos	$\equiv$	$cm \equiv c4$ donde $cm$ : Colombia clasifica al mundial $c4$ : Colombia queda en uno de los primeros 4 puestos
... es necesario y suficiente ...	Para que el sistema tenga solución es necesario y suficiente que la matriz sea invertible	$\equiv$	$ss \equiv minv$ donde $ss$ : El sistema tiene solución $minv$ : La matriz es invertible

### Video1.1

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$$

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



# ¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

## Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$$

**A es correcto si y solo si A es una tautología**

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un **luego, por tanto** o similar
  - Definir el argumento a analizar:  $A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si A es tautología, es **correcto**. Sino, es **incorrecto** y cada interpretación donde sea falsa es un **contraejemplo**

### Video1.1

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$$

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

# ¿Cómo decidir si un argumento es correcto/incorrecto?

## Video1.1

Traducido un argumento a lógica proposicional, tiene la forma:

$$A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$$

**A es correcto si y solo si A es una tautología**

¿Cómo traducir un argumento en LN a Lógica proposicional?

- Definición de variables proposicionales:
  - Representar proposiciones atómicas
  - Sin tener en cuenta tiempos gramaticales
  - Que representen frases positivas en lo posible
- Traducción a la lógica proposicional:
  - Cada oración en LN corresponde a una expresión booleana
  - Las premisas se unen por conjunciones
  - La conclusión está conectada por un **luego, por tanto** o similar
  - Definir el argumento a analizar:  $A : p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_k \implies c$
- Tablas de verdad: Si A es tautología, es **correcto**. Sino, es **incorrecto** y cada interpretación donde sea falsa es un **contraejemplo**

# Apliquemos esto al razonamiento inicial

## Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:

$p$ : Colombia le gana a Venezuela  $q$ : Brasil puede pasar a Colombia

$r$ : Brasil le gana a Ecuador

- Traducción:

$p_1: \neg p \Rightarrow q$      $p_2: r \Rightarrow q$      $c: p \vee q (\neg p \neq q?)$      $A: p_1 \wedge p_2 \Rightarrow c$

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$p_1$	$p_2$	$p_1 \wedge p_2$	$c$	$A$
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

- Tabla de verdad:

# Apliquemos esto al razonamiento inicial

## Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:

$p$ : Colombia le gana a Venezuela  $q$ : Brasil puede pasar a Colombia

$r$ : Brasil le gana a Ecuador

- Traducción:

$p_1: \neg p \Rightarrow q$      $p_2: r \Rightarrow q$      $c: p \vee q (\neg p \neq q?)$      $A: p_1 \wedge p_2 \Rightarrow c$

- Tabla de verdad:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$p_1$	$p_2$	$p_1 \wedge p_2$	$c$	$A$
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

# Apliquemos esto al razonamiento inicial

## Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:

$p$ : Colombia le gana a Venezuela  $q$ : Brasil puede pasar a Colombia

$r$ : Brasil le gana a Ecuador

- Traducción:

$p_1: \neg p \implies q$

$p_2: r \implies q$

$c: p \vee q (\text{¿ } p \neq q?)$

$A: p_1 \wedge p_2 \implies c$

- Tabla de verdad:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$p_1$	$p_2$	$p_1 \wedge p_2$	$c$	$A$
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

# Apliquemos esto al razonamiento inicial

## Video1.2

Para la próxima fecha de la eliminatoria suramericana, si Colombia no le gana a Venezuela, Brasil la puede pasar. Además, si Brasil le gana a Ecuador, Brasil puede pasar a Colombia. Por lo tanto Colombia le gana a Venezuela o Brasil la puede pasar.

- Variables proposicionales:

$p$ : Colombia le gana a Venezuela  $q$ : Brasil puede pasar a Colombia

$r$ : Brasil le gana a Ecuador

- Traducción:

$p_1: \neg p \implies q$      $p_2: r \implies q$      $c: p \vee q (\neg p \neq q?)$      $A: p_1 \wedge p_2 \implies c$

- Tabla de verdad:

$p$	$q$	$r$	$\neg p$	$p_1$	$p_2$	$p_1 \wedge p_2$	$c$	$A$
V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F	F	V

# Otro ejemplo: ¿Superman existe?

## Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:

*Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Supermán no existe.*

- Variables proposicionales:

$a$ : Supermán es capaz de prevenir el mal  $w$ : Supermán quiere prevenir el mal  $p$ : Supermán previene el mal

$i$ : Supermán es impotente  $m$ : Supermán es malévolo

$e$ : Supermán existe

- Traducción:

$$p_0: a \wedge w \implies p \quad p_1: (\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$$

$$p_2: \neg p \quad p_3: e \implies \neg i \wedge \neg m$$

$$p_4: \neg e$$

$$A: p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$$

- Tabla de verdad: sería de  $2^6 * 17 = 1088$  casillas!!!



## Otro ejemplo: ¿Superman existe?

### Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:

*Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Supermán no existe.*

- Variables proposicionales:

$a$ : Supermán es capaz de prevenir el mal  $w$ : Supermán quiere prevenir el mal  $p$ : Supermán previene el mal

$i$ : Supermán es impotente  $m$ : Supermán es malévolo

$e$ : Supermán existe

- Traducción:

$$p_0: a \wedge w \implies p \quad p_1: (\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$$

$$p_2: \neg p \quad p_3: e \implies \neg i \wedge \neg m$$

$$p_4: \neg e$$

$$A: p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$$

- Tabla de verdad: sería de  $2^6 * 17 = 1088$  casillas!!!

## Otro ejemplo: ¿Superman existe?

### Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:

*Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Superman no previene el mal. Si Superman existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.*

- Variables proposicionales:  
 $a$ : Superman es capaz de prevenir el mal    $w$ : Superman quiere prevenir el mal    $p$ : Superman previene el mal  
 $i$ : Superman es impotente    $m$ : Superman es malévolo  
 $e$ : Superman existe
- Traducción:  
 $p_0: a \wedge w \implies p$     $p_1: (\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$   
 $p_2: \neg p$     $p_3: e \implies \neg i \wedge \neg m$   
 $p_4: \neg e$   
 $A: p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$
- Tabla de verdad: sería de  $2^6 * 17 = 1088$  casillas!!!

# Otro ejemplo: ¿Superman existe?

## Video1.3

Considere el siguiente razonamiento:

*Si Supermán fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Supermán fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si Supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Supermán no existe.*

- Variables proposicionales:

$a$ : Supermán es capaz de prevenir el mal  $w$ : Supermán quiere prevenir el mal  $p$ : Supermán previene el mal

$i$ : Supermán es impotente  $m$ : Supermán es malévolo

$e$ : Supermán existe

- Traducción:

$$p_0: a \wedge w \implies p \quad p_1: (\neg a \implies i) \wedge (\neg w \implies m)$$

$$p_2: \neg p \quad p_3: e \implies \neg i \wedge \neg m$$

$$p_4: \neg e$$

$$A: p_0 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \implies p_4$$

- Tabla de verdad: sería de  $2^6 * 17 = 1088$  casillas!!!

## Ejercicio: ¿Cuál es la edad de Juan?

*Considere el siguiente razonamiento:*

*Juan tiene 20 ó 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años.*

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use [logictools.org](http://logictools.org) si le es útil.
- [Socrative]

## Ejercicio: ¿Cuál es la edad de Juan?

*Considere el siguiente razonamiento:*

*Juan tiene 20 ó 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años.*

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use [logictools.org](http://logictools.org) si le es útil.
- [Socrative]

## Ejercicio: ¿Quién tiene la razón?

Considere el siguiente razonamiento:

*La policía le está siguiendo el rastro a un posible delincuente que usó el transmilenio para escaparse. De acuerdo a sus investigaciones la policía ha podido establecer que el delincuente tomó rutas que pasaron por la estaciones Aguas, Cll26, Prado y Virrey, donde el delincuente pudo bajarse o no. Y se sabe lo siguiente:*

- 1 El delincuente se bajó en al menos una de esas estaciones.
- 2 El delincuente no se bajó en Virrey si se bajó antes en Aguas o CII26.
- 3 Si el delincuente se bajó en Prado entonces también se bajó en Aguas
- 4 Si el delincuente no se bajó en Prado entonces tampoco se bajó en CII26
- 5 El delincuente se bajó Prado y Virrey o no se bajó en ninguna de ellas.

*Un policía de inteligencia concluyó que el delincuente sólo se bajó en Aguas. Pero un testigo dijo que se había bajado en Aguas y en CII26. ¿Quién tiene la razón?*

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use [logictools.org](https://logictools.org) si le es útil.
- [Socrative]

## Ejercicio: ¿Quién tiene la razón?

Considere el siguiente razonamiento:

La policía le está siguiendo el rastro a un posible delincuente que usó el transmilenio para escaparse. De acuerdo a sus investigaciones la policía ha podido establecer que el delincuente tomó rutas que pasaron por la estaciones Aguas, CII26, Prado y Virrey, donde el delincuente pudo bajarse o no. Y se sabe lo siguiente:

- 1 El delincuente se bajó en al menos una de esas estaciones.
- 2 El delincuente no se bajó en Virrey si se bajó antes en Aguas o CII26.
- 3 Si el delincuente se bajó en Prado entonces también se bajó en Aguas
- 4 Si el delincuente no se bajó en Prado entonces tampoco se bajó en CII26
- 5 El delincuente se bajó Prado y Virrey o no se bajó en ninguna de ellas.

Un policía de inteligencia concluyó que el delincuente sólo se bajó en Aguas. Pero un testigo dijo que se había bajado en Aguas y en CII26. **¿Quién tiene la razón?**

- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional el razonamiento.
- ¿Es correcto el argumento? Use [logictools.org](http://logictools.org) si le es útil.
- [Socratic]

## Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:

En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

- 1 La caja A contiene la ficha roja.
- 2 La caja B no contiene la ficha roja.
- 3 La caja C no contiene la ficha azul.

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo ( Use [logictools.org](http://logictools.org) o excel ), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]



## Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:

En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

- 1 La caja A contiene la ficha roja.
- 2 La caja B no contiene la ficha roja.
- 3 La caja C no contiene la ficha azul.

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socratic]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo ( Use [logictools.org](http://logictools.org) o excel ), analícela y solucione el acertijo.
- [Socratic]

## Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:

En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

- 1 La caja A contiene la ficha roja.
- 2 La caja B no contiene la ficha roja.
- 3 La caja C no contiene la ficha azul.

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo ( Use [logictools.org](https://logictools.org) o excel ), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

## Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:

En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

- 1 La caja A contiene la ficha roja.
- 2 La caja B no contiene la ficha roja.
- 3 La caja C no contiene la ficha azul.

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo ( Use [logictools.org](https://logictools.org) o excel ), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]

## Ejercicio: ¿Qué hay en cada caja?

Considere el siguiente acertijo:

En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que si se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

- 1 La caja A contiene la ficha roja.
- 2 La caja B no contiene la ficha roja.
- 3 La caja C no contiene la ficha azul.

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

- [Socrative]
- Defina las variables proposicionales para modelar el problema.
- Traduzca a la lógica proposicional los hechos conocidos.
- Construya la tabla de verdad del modelo ( Use [logictools.org](https://logictools.org) o excel ), analícela y solucione el acertijo.
- [Socrative]