



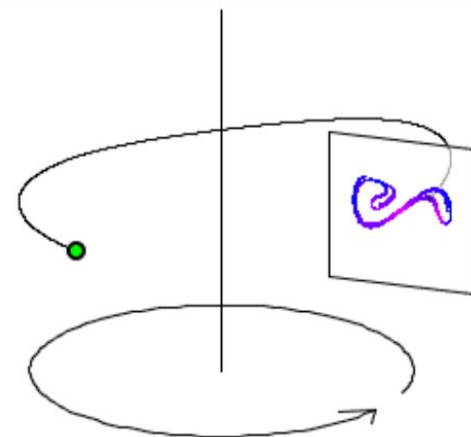
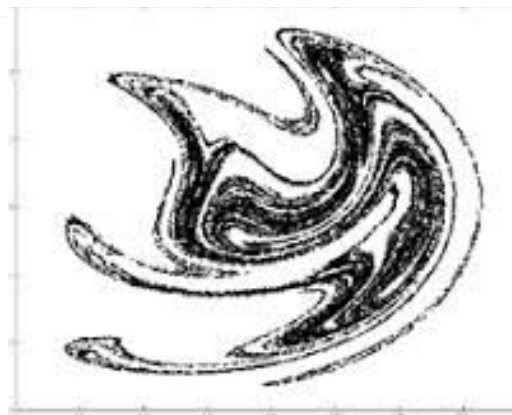
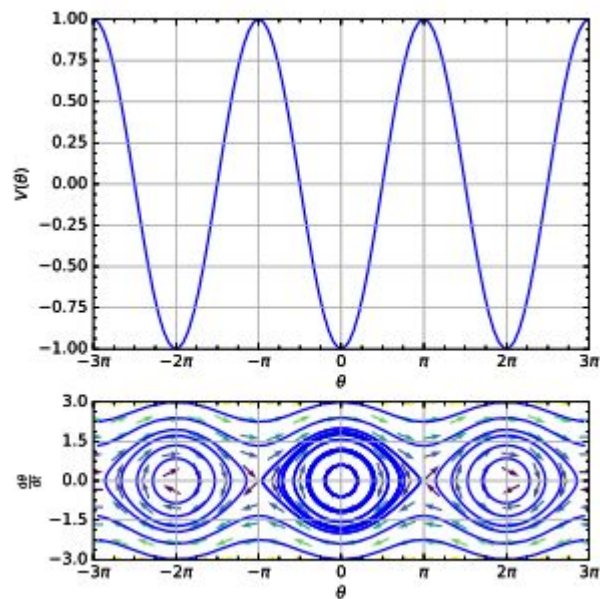
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Análisis del mapa de Poincaré para el oscilador de Duffing

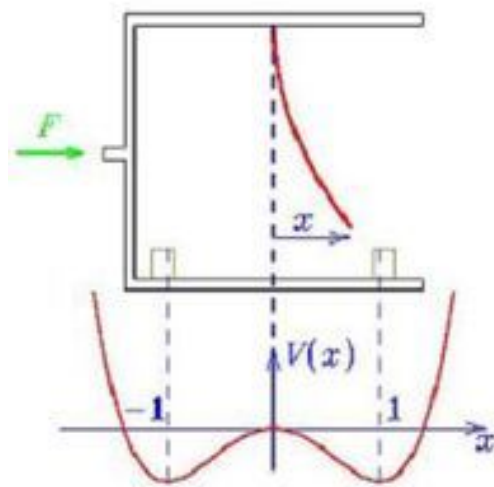
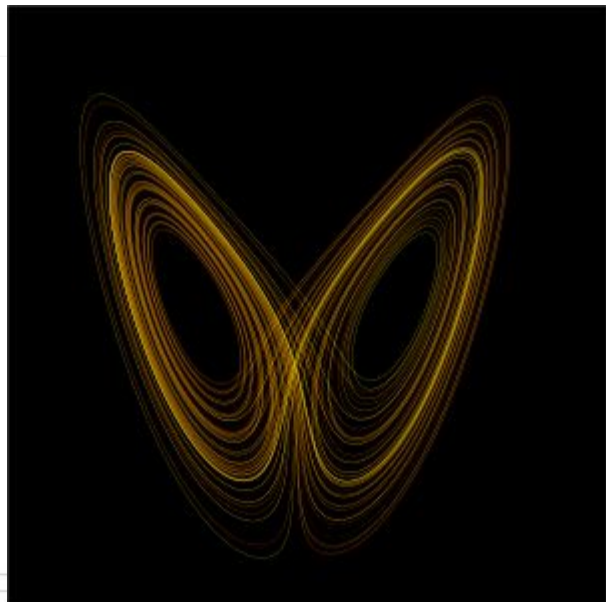


Juan José Ochoa Duque
Santiago Andrés Pérez Acevedo
Bryan Pérez Múnera

Retrato de fase y mapa de Poincaré.



Caos



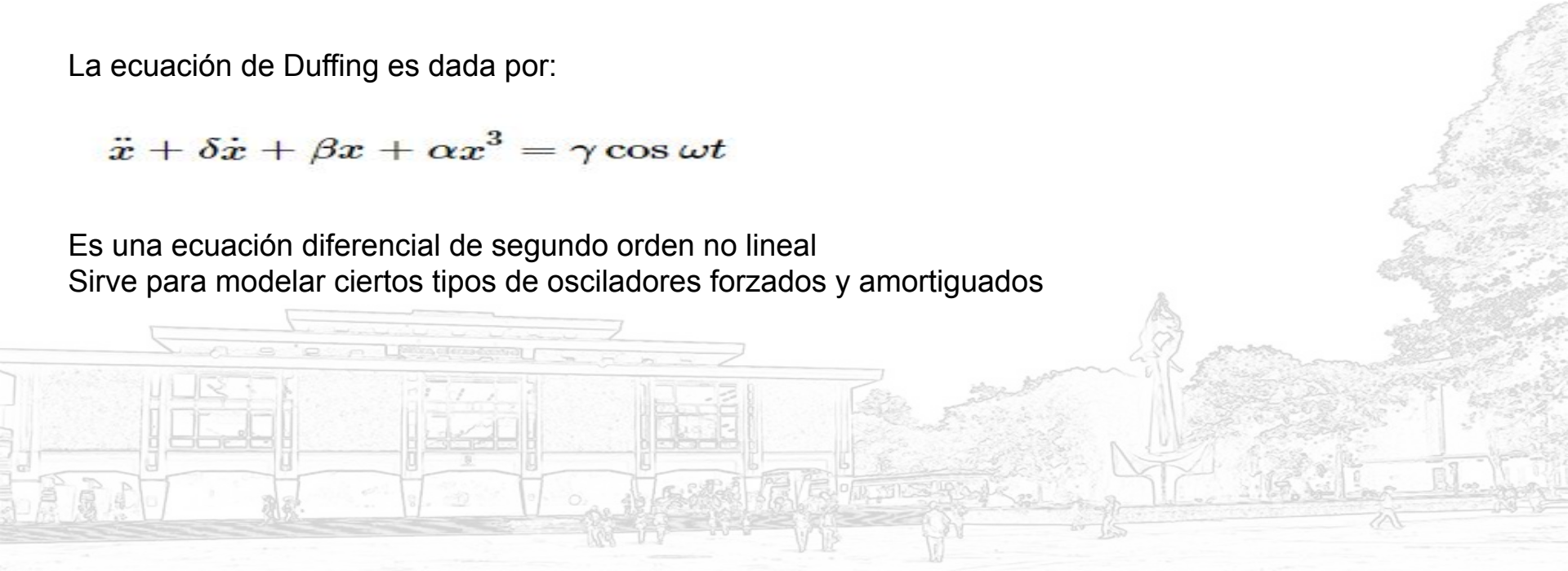
Ecuación de Duffing

La ecuación de Duffing es dada por:

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} + \beta x + \alpha x^3 = \gamma \cos \omega t$$

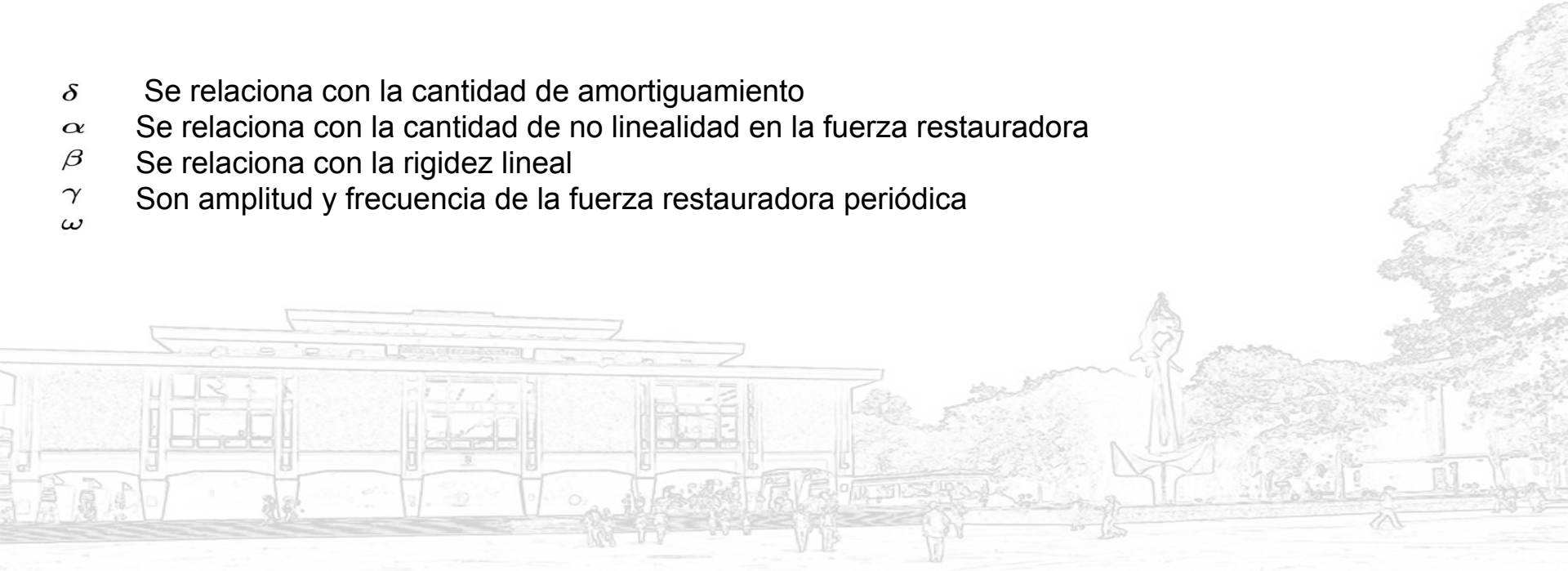
Es una ecuación diferencial de segundo orden no lineal

Sirve para modelar ciertos tipos de osciladores forzados y amortiguados



Análisis físico, constantes

- δ Se relaciona con la cantidad de amortiguamiento
- α Se relaciona con la cantidad de no linealidad en la fuerza restauradora
- β Se relaciona con la rigidez lineal
- γ Son amplitud y frecuencia de la fuerza restauradora periódica
- ω

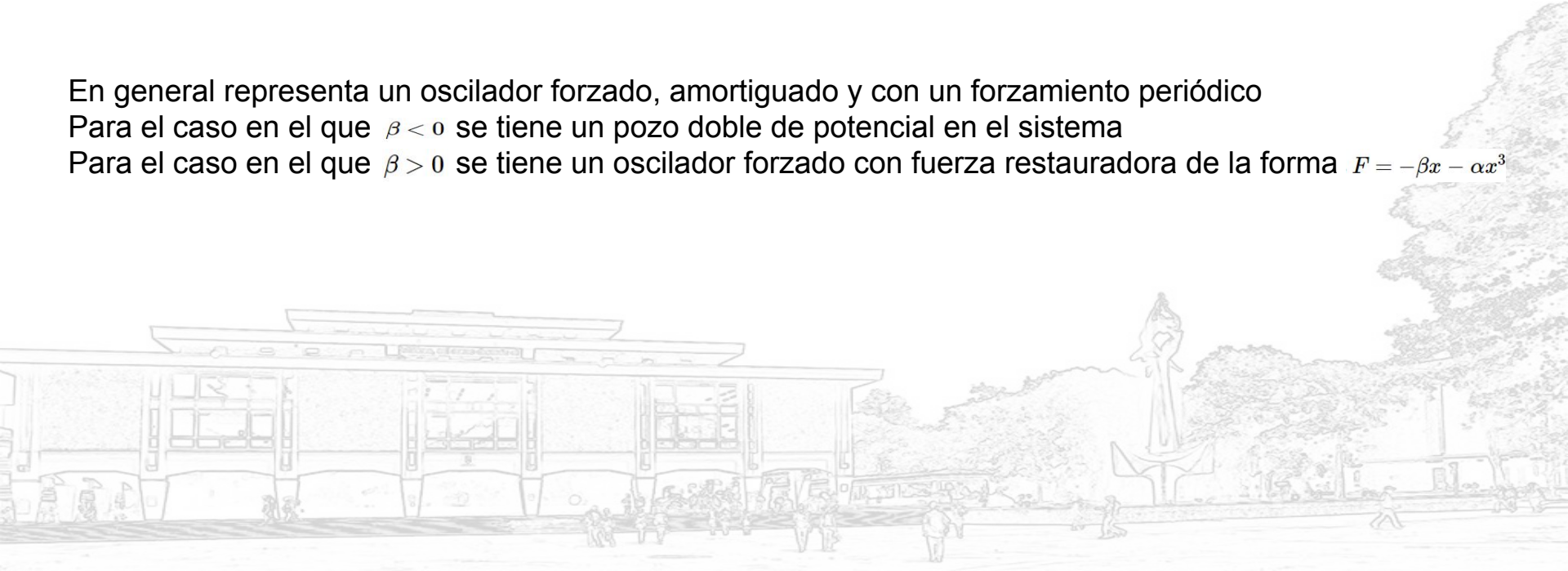


Análisis físico, qué representa

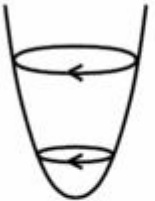

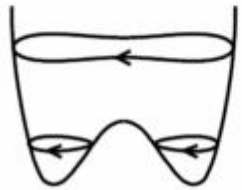

En general representa un oscilador forzado, amortiguado y con un forzamiento periódico

Para el caso en el que $\beta < 0$ se tiene un pozo doble de potencial en el sistema

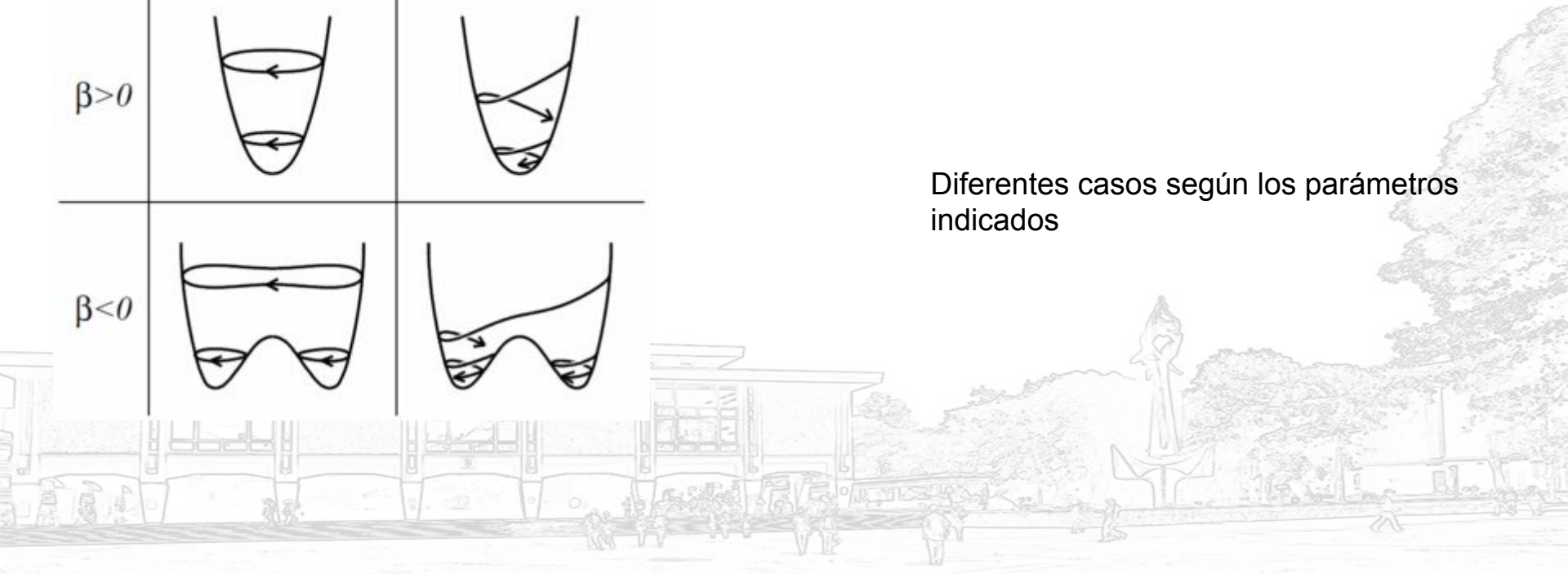
Para el caso en el que $\beta > 0$ se tiene un oscilador forzado con fuerza restauradora de la forma $F = -\beta x - \alpha x^3$



Análisis físico, caso no forzado

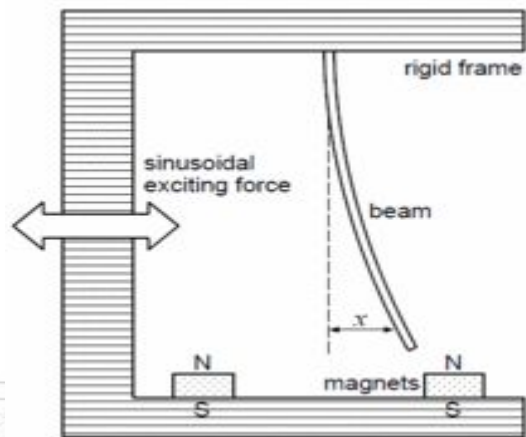
$\alpha > 0$	$\delta = 0$	$\delta > 0$
$\beta > 0$		
$\beta < 0$		

Diferentes casos según los parámetros indicados



Análisis físico, caos

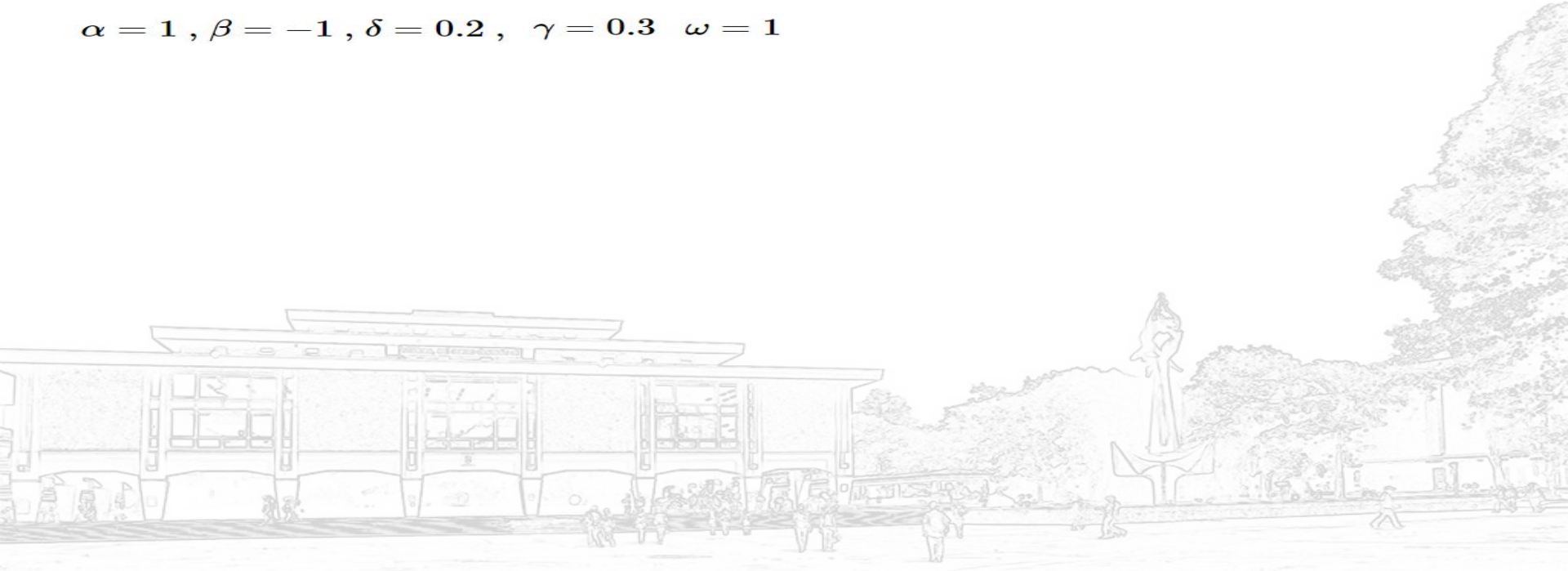
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ -\delta \dot{x} - \beta x - \alpha x^3 + \gamma \cos \psi \\ \omega \end{pmatrix}$$



Análisis físico, parámetros para los que se encuentra caos

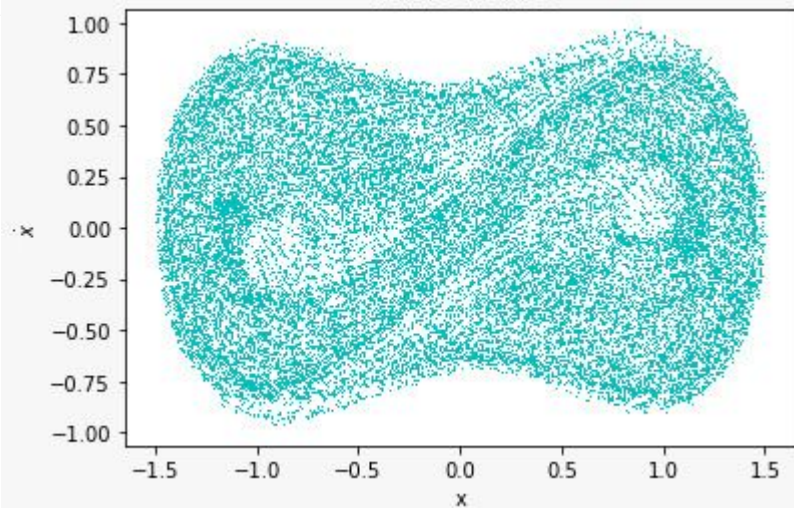
Como caso particular, analizaremos valores de los parámetros que determinan caos en el sistema

$$\alpha = 1, \beta = -1, \delta = 0.2, \gamma = 0.3, \omega = 1$$

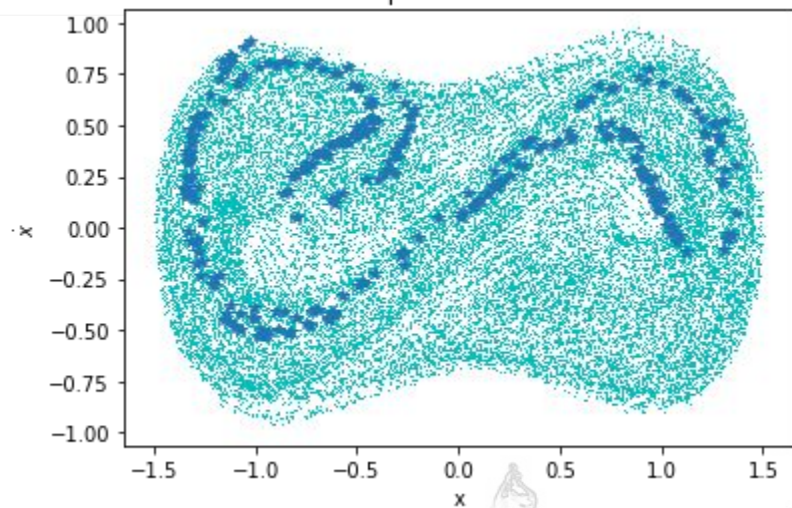


Resultados

Retrato de fase



Mapa de Poincaré



Referencias

Strogatz, S.H, Nonlinear dynamics and chaos. 1994

Bronson, G. C++ para ingeniería y ciencias. 2006

Burde, R. Numerical Analysis, 9th edition. 2011

J.M.T. Thompson and H.B. Stewart, Nonlinear Dynamics and Chaos (2nd edition), 2002.

http://www.scholarpedia.org/article/Duffing_oscillator

