Ejercicio 6

Parte c

En primer lugar observemos la curvas de nivel en conjunto con la región factible.

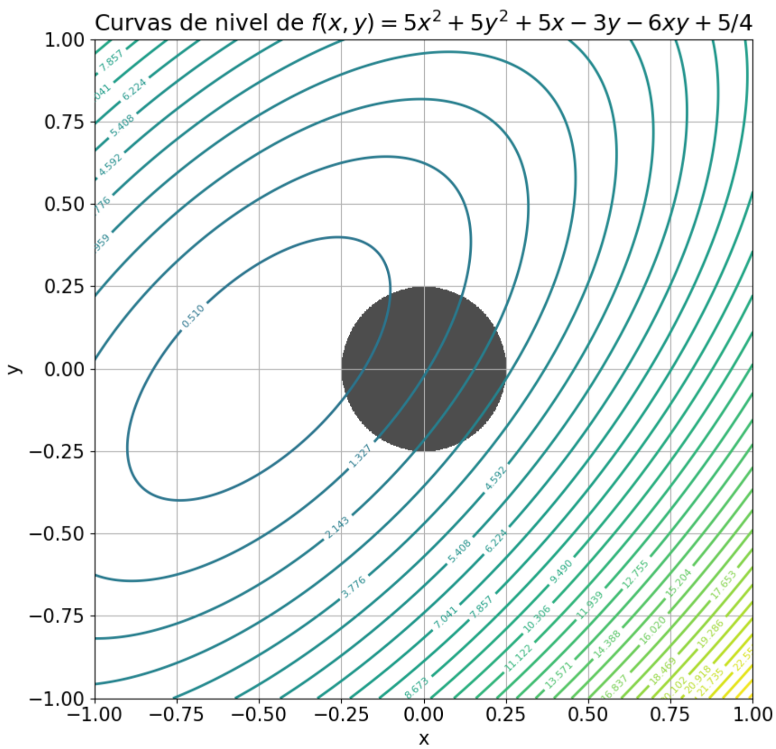
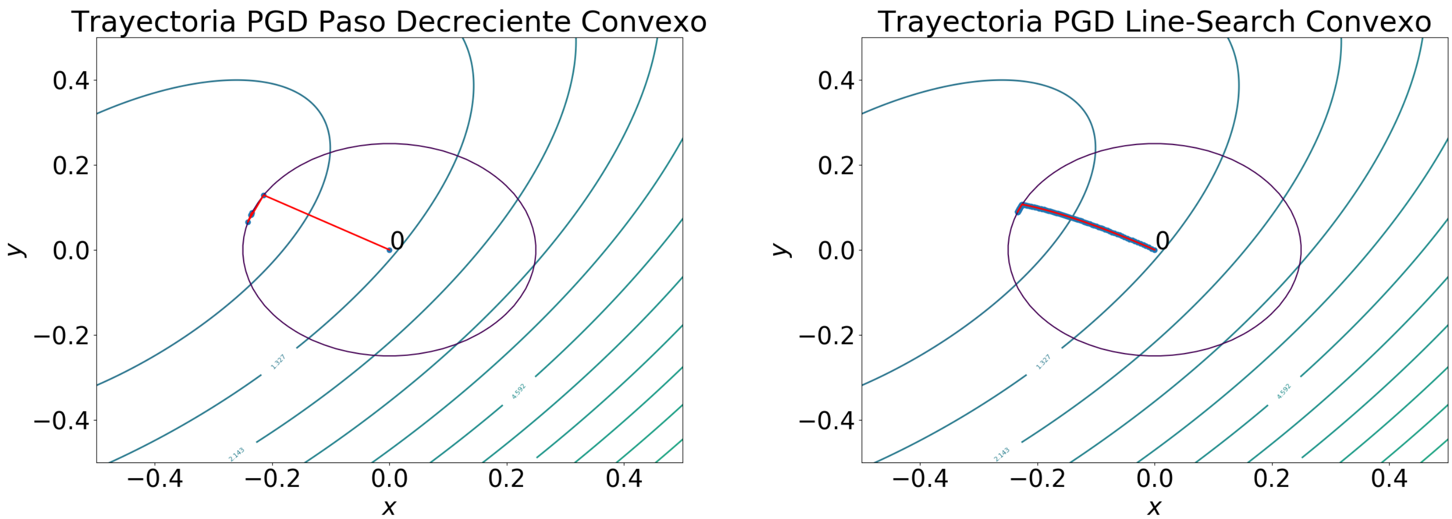


Figure 10: Curvas de nivel de f junto con la región factible.

Para resolver el problema se implemento el método del gradiente proyectado para el caso particular $\alpha^k = 1$, utilizando paso decreciente y line-search. En el caso de paso decreciente se utilizo $s_k = \frac{1}{k}$, mientras que en line-search se busco en una grilla de largo 0.001 con 100 puntos.

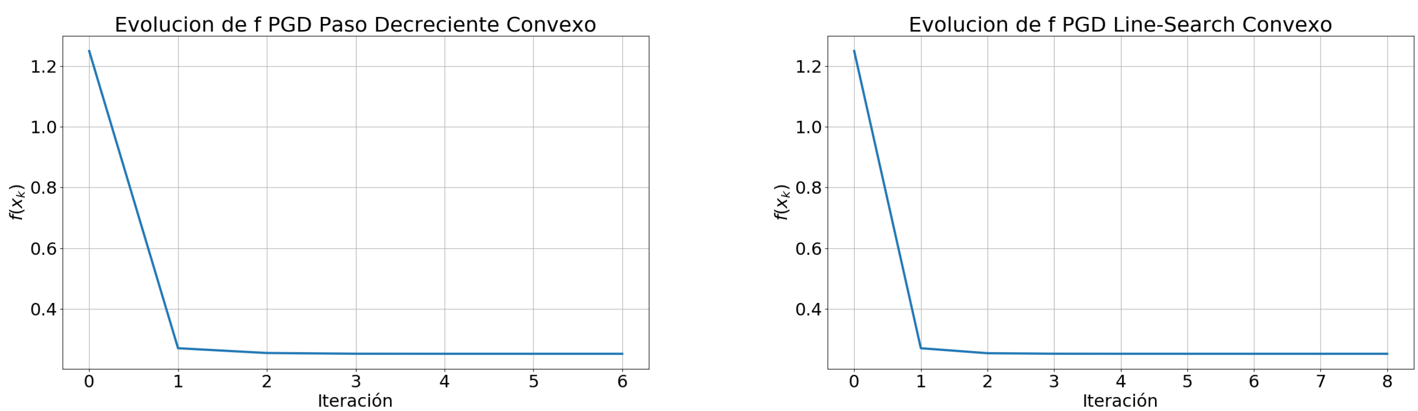
En ambos casos se partió desde el punto $(0, 0)$. Como criterio de parada se tomo $\frac{\|\mathbf{x_k} - \mathbf{x_{k-1}}\|}{\|\mathbf{x_{k-1}}\|} < \epsilon = 0.0001$.

Los resultados obtenidos se observan en la Figuras 11, 12, 13.



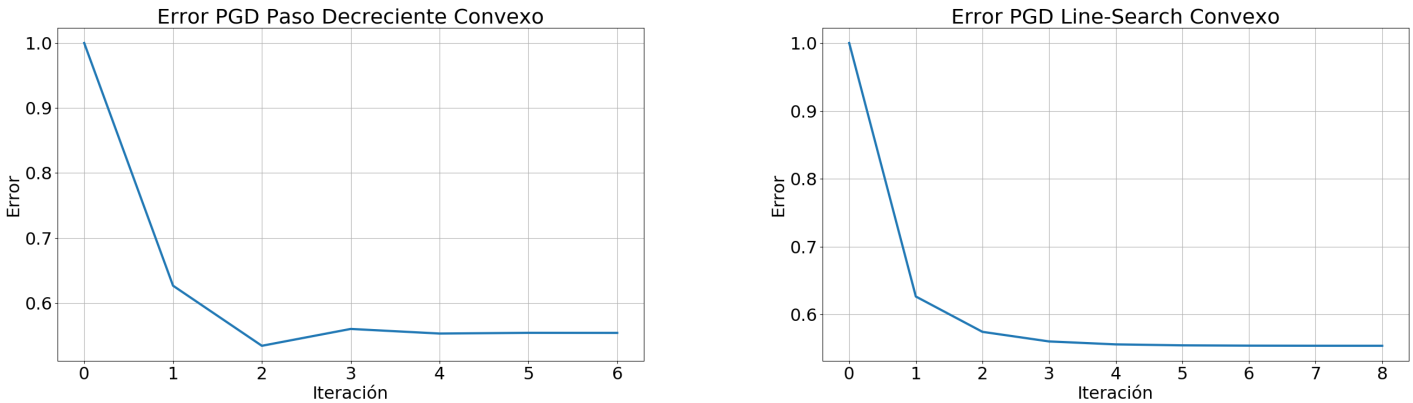
(a) (b)

Figure 11: Trayectoria de $\mathbf{x_k}$ junto a las curvas de nivel. En rojo se indica la trayectoria, y los puntos azules representan cada x_k



(a) (b)

Figure 12: Evolución del valor de la función de costo



(a) (b)

Figure 13: Evolución de $\left\|\left(x^k, y^k\right) - \left(x^{k-1}, y^{k-1}\right)\right\|$.

En la siguiente tabla se pueden ver los resultados numéricos obtenidos:

	Paso Decreciente	Line Search
Cantidad de Iteraciones	6	8
Punto obtenido	(-0.23581,0.08303)	(-0.23580,0.08305)

Se puede comprobar que el punto obtenido es correcto, ya que la sucesión se mueve hacia curvas de nivel de menor nivel y gráficamente el parece ser el oprimo

Para el caso del paso decreciente, se tiene un paso inicial alto, lo cual lleva a que inmediatamente, a partir de $k = 1$, x_k se comience a mover por el borde de la región factible.

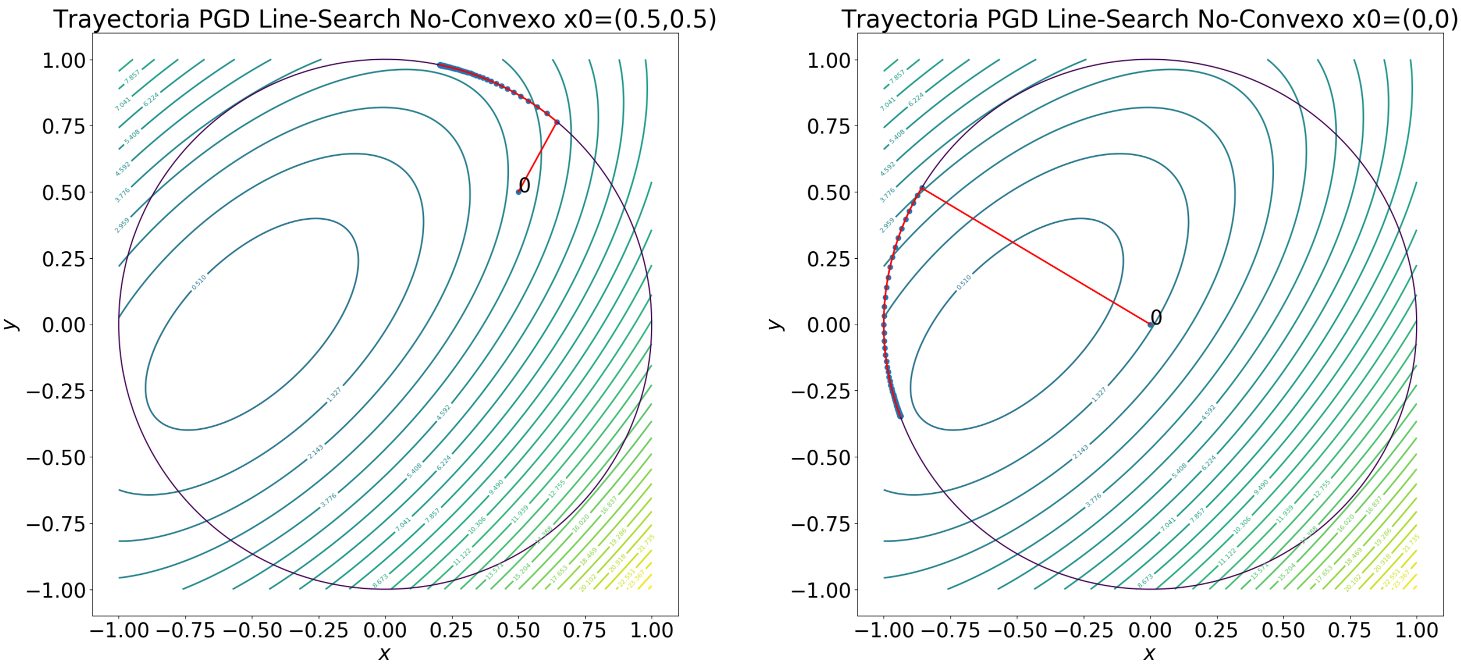
Parte d

$$\begin{array}{c} \min_{(x,y)} 5x^2 + 5y^2 + 5x - 3y - 6xy + 5/4 \\ \text{s.t. } x^2 + y^2 \geq 1 \end{array}$$

En este caso $f(x, y)$ es la misma, así que aun es convexa.

Lo que no es convexo es la región factible (C). Por ejemplo $(1, 0) \in C$ y $(0, 1) \in C$ pero sin embargo $\frac{1}{2}(1, 0) + \frac{1}{2}(0, 1) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \notin C$, entonces C no es convexo.

Con el algoritmo con Line-Search, en este se obtiene la trayectoria de la Figura 14



(a) $x_0 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(b) $x_0 = (0, 0)$

Figure 14: Trayectoria en rojo, en conjunto con las lineas de nivel y el borde de la región factible en violeta.

Para ambas condiciones iniciales se observa que la sucesión intenta ingresar a la región factible, pero la proyección los envía hacia el borde, haciendo que todos x_k se encuentren sobre esta salvo para $k = 0$.

Además, para cada uno de los x_0 se tienen soluciones distintos. Esto se debe a que tenemos un problema no convexo, lo cual lleva a no tener garantía de convergencia al óptimo.

Los puntos óptimos obtenidos son

	Punto
$x_0 = (0, 0)$	(0.20433,0.97890)
$x_0 = (0.5, 0.5)$	(-0.93769,-0.34746)

Para el caso de paso decreciente sucede el mismo fenómeno, convergiendo a los mismos puntos.