

Ejercicio 4

Parte a

El problema de optimización equivalente con la variable de slack t es

$$\begin{aligned} \min_{(\mathbf{p}, \mathbf{g}, \mathbf{t})} \quad & g_1 + t \\ \text{sujeto a:} \quad & p_1 + p_3 - g_1 = 0 & (\lambda_1) \\ & p_2 + p_3 + g_2 = d_2 & (\lambda_2) \\ & p_1 - p_2 = d_3 & (\lambda_3) \\ & p_1 + p_2 - p_3 = 0 & (\nu) \\ & p_2 \leq R & (\mu_1) \\ & -p_2 \leq R & (\mu_2) \\ & g_1 \geq 0 & (\mu_3) \\ & g_2 \geq 0 & (\mu_4) \\ & t \geq \max\{0, 4(g_2 - 40MW)\} & (\mu_t) \end{aligned}$$

Notar que la ultima restricción se puede dividir en 2 restricciones. De esta forma el problema a resolver por computadora es

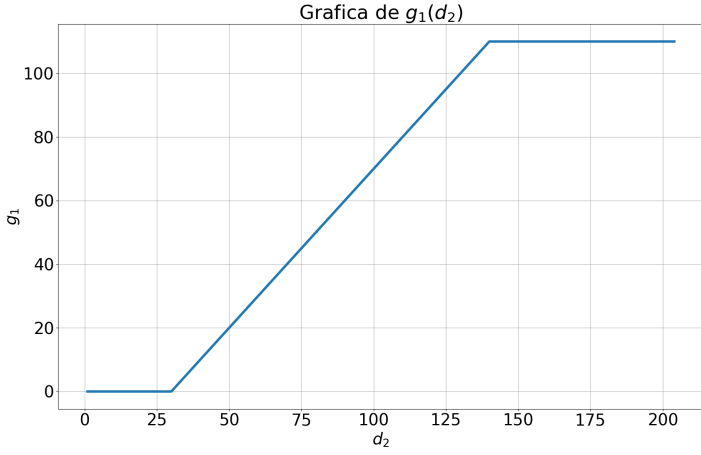
$$\begin{aligned} \min_{(\mathbf{p}, \mathbf{g}, \mathbf{t})} \quad & g_1 + t \\ \text{sujeto a:} \quad & p_1 + p_3 - g_1 = 0 & (\lambda_1) \\ & p_2 + p_3 + g_2 = d_2 & (\lambda_2) \\ & p_1 - p_2 = d_3 & (\lambda_3) \\ & p_1 + p_2 - p_3 = 0 & (\nu) \\ & p_2 \leq R & (\mu_1) \\ & -p_2 \leq R & (\mu_2) \\ & g_1 \geq 0 & (\mu_3) \\ & g_2 \geq 0 & (\mu_4) \\ & t \geq 0 & (\mu_5) \\ & t \geq 4(g_2 - 40MW) & (\mu_6) \end{aligned}$$

Parte b

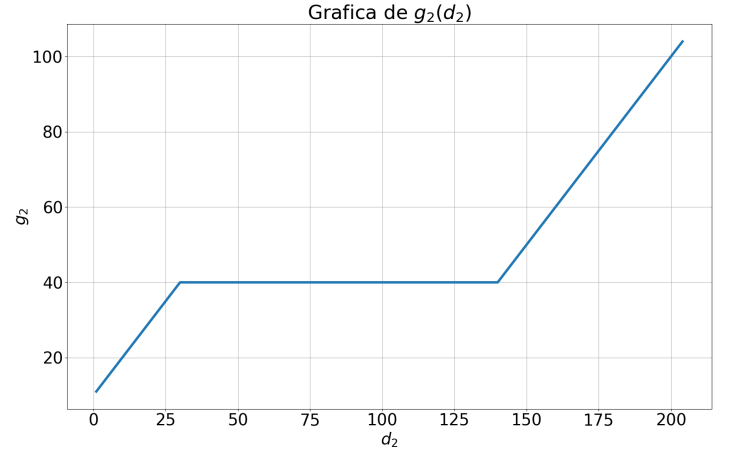
Para esta parte se fijan los parámetros R y d_3 en:

$$\begin{cases} R = 30\text{MW} \\ d_3 = 10\text{MW} \end{cases}$$

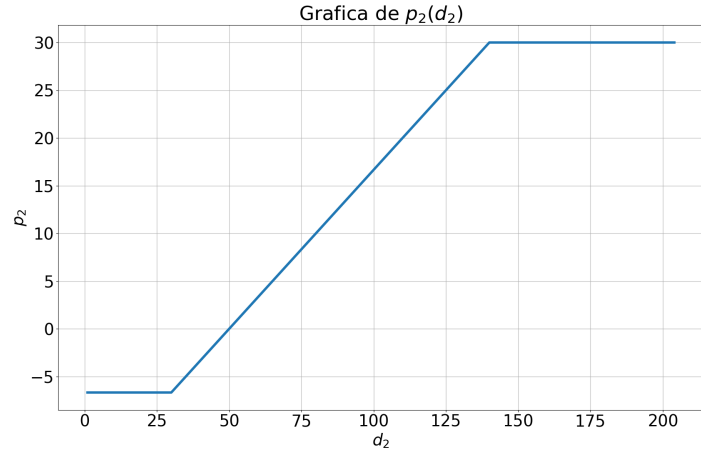
Se resuelve el problema variando d_2 entre los enteros en el rango entre 0 y 205. Las gráficas que se obtienen se pueden ver en la Figura 1.



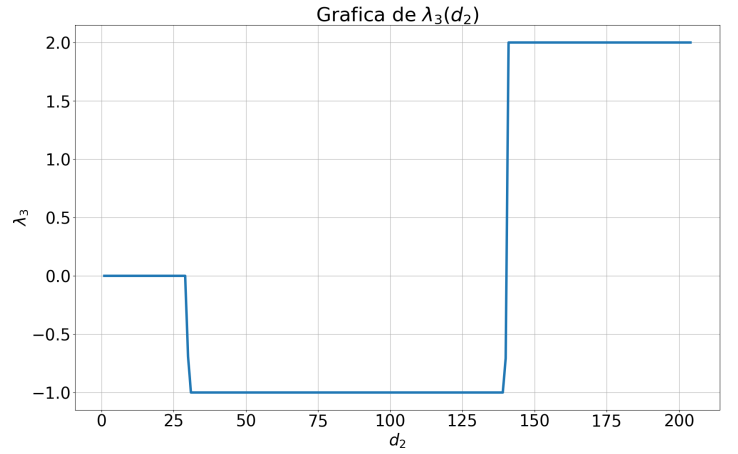
(a)



(b)



(c)



(d)

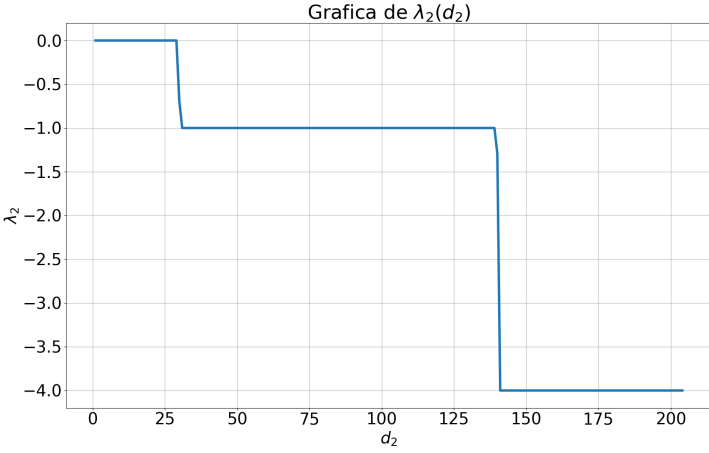
Figure 1: Gráficas de parámetros obtenidos en función de d_2

Lo primero a destacar es que se observan dos claros "quiebres" en las cuatro gráficas. Estos se dan en los valores correspondientes a $d_2 = 30MW$ y $d_2 = 140MW$. Los dos quiebres se corresponden a interpretaciones intuitivas de la realidad.

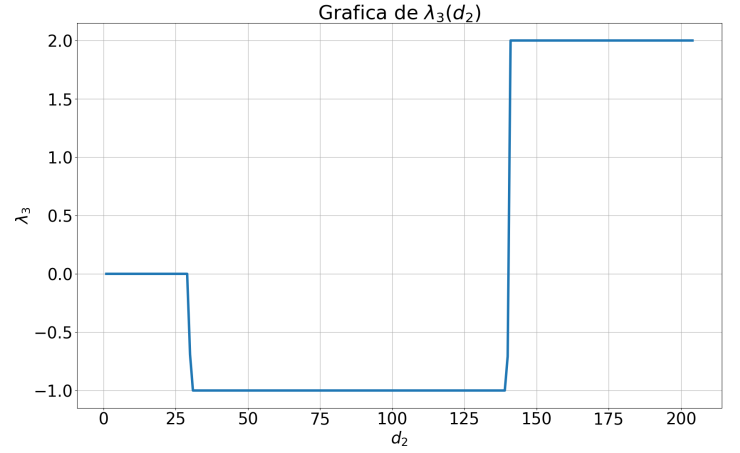
El primer quiebre se da debido a que mientras se consuman menos de $40MW$ el generador 2 es capaz de suministrar toda la potencia a costo 0, pero cuando se supera este valor el costo de generación de g_2 sera 4 por cada MW extra, mientras que el costo de g_1 es 1 por cada MW , siendo más barato encender el generador 1. El quiebre se da en $d_2 = 30$ ya $d_1 = 10MW$ y $d = d_1 + d_2 = 40MW$.

El segundo quiebre se debe a que por la linea de 2 a 3 puede pasar un máximo de $|p_2| < R = 30MW$, lo que lleva a que no es posible suministrar toda la potencia que se desee desde g_1 a d_2 (recordar que por la restricción $p_3 = p_1 + p_2$ tampoco se puede enviar directo desde g_1 a d_2 por p_3). Este quiebre es en $d_2 = 140MW$ ya que lleva a que por p_2 se lleven más de los $30MW$ permitidos, lo que lleva que se deba volver a encender el generador 1. Las explicaciones anteriores

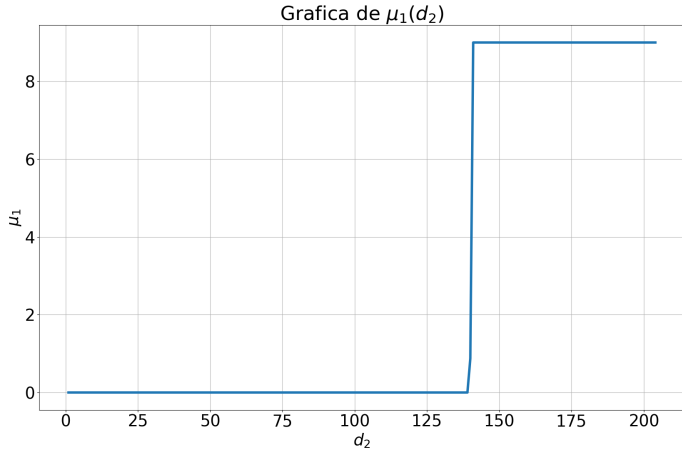
se corresponden a interpretaciones intuitivas del problema en cuestión. Ahora analicemos numéricamente los resultados obtenidos para los multiplicadores, para esto se presentan las gráficas de $\lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2$ los cuales son de interés. Notar que bien se podría analizar, por ejemplo el valor obtenido de λ_1 , pero esto no tiene una interpretación clara de la realidad ya que implicaría relajar más la igualdad, que quiere decir que el consumo de potencia sea mayor a la generación, lo cual no es posible y por lo tanto se decide no analizar. En la Figura 2 se observa las gráficas mencionadas



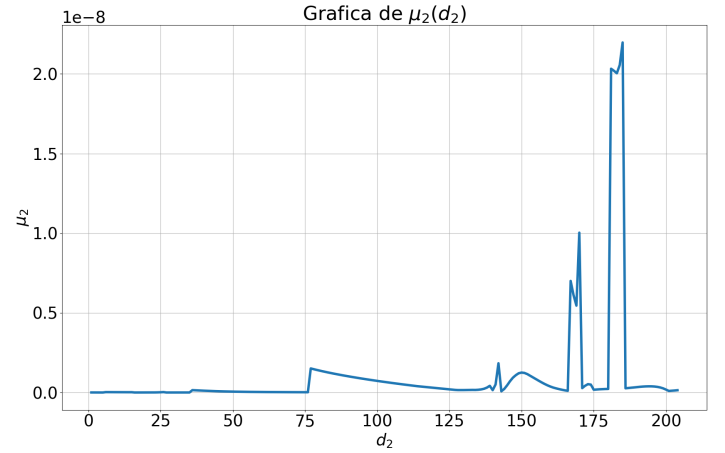
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 2: Gráficas de parámetros obtenidos en función de d_2

Para interpretar las gráficas anteriores es útil el *Teorema de Sensibilidad* (*TdS*). Mirando la grafica de μ_1 se observa que su valor es 0 hasta que se active su restriccion, cuando esto ocurre su valor salta a 9, lo que indica que (por el *Tds*) ante un incremento en dR en R , el costo se decrementara en $9dR$. Es decir, podría ser de vital importancia aumentar la capacidad maxima de transmisión entre 2 y 3.

En tanto, en la grafica de μ_2 se ve que esta es siempre 0, por cuestiones

numericas algunos valores son cercanos a $2e - 8$.

Para responder la pregunta de para que valores d_2 es conveniente ofrecer energia gratis en 3, es necesario mirar la grafica de λ_3 .

- En esta se observa que en un principio $\lambda_3 = 0$, lo que implica que al modificar d_3 el costo no se vera afectado, esto se debe a que aun puedo continuar entregando potencia a costo 0 desde g_1 .
- Luego $\lambda_3 = -1$, lo que lleva a que aumentos en d_3 produzcan un aumento en el costo.
- Por ultimo, y mas importante, cuando d_2 es mayor a $140MW$, se tiene que $\lambda_3 = 2$; esto quiere decir que si aumentamos d_3 el costo disminuye! Siendo esto absolutamente contra intuitivo.

Lo anterior se puede explicar debido a que cuando en d_2 se solicita mucha potencia lo más conveniente seria que la suministrase el generador 1, pero esto no es posible por la restricción $|p_2| < R$. Sin embargo, si hacemos que d_3 consuma potencia, el valor de p_2 disminuirá cumpliendo así la restricción; y a pesar de disminuir p_2 se puede suministrar suficiente potencia por p_3 como para que sea más económico regalar energía a 3 que prender el generador 2.

Por completitud, se añadió la gráfica de $\lambda_2(d_2)$, que indica que $\lambda_2 < 0$ para todo d_2 , indicando que siempre que se aumente el consumo en 2 se aumentara su costo. Además, esto se puede corroborar en la Figura 3.

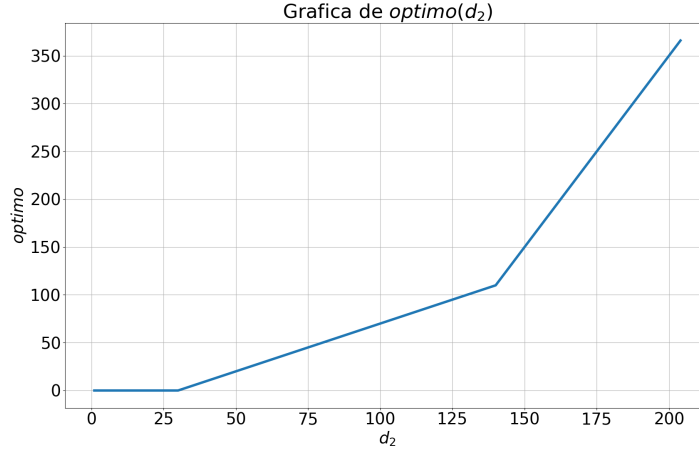


Figure 3: Costo óptimo al variar d_2 y demás parámetros fijos.