Ejercicio 5

Parte c

Como vimos en la parte a, $\frac{1}{2}\|A\mathbf{x} - b\|^2$.
Por otro lado $\sum_{i=1}^{n} t_i$ es convexo tratarse de la suma positiva de variables, o bien podría verse por medio del Hessiano, $\nabla^2 f(\mathbf{x})$, el cual es idénticamente igual a 0, $\nabla^2 f(\mathbf{x}) = 0$, lo que indica que es una función convexa.
Entonces, tenemos que $f(x,t)$ es convexa por ser la suma positiva de funciones convexas.

Para que (QP) sea convexo resta ver que la región factible también lo sea.

$$\begin{cases} x_i & \leq t_i \\ -x_i & \leq t_i \end{cases}$$

Esta región es un semiplano de R^{2n}, por lo que, como ya se menciono en otros ejercicio, es convexo. De esta forma (QP) también es convexo.

¿Puede un problema convexo ser equivalente a uno no convexo?
La respuesta es si.
A modo de ejemplo $f_1(x) = x^2$ y $f_2(x) = x^2(x^2 - 4x + 4.3)$ son problemas equivalentes ya que ambos tienen el minimo en el mismo punto $\bar{x} = 0$. Pero f_1 es convexa, mientras que f_2 no lo es. Se presenta una figura ilustrativa de lo anterior.

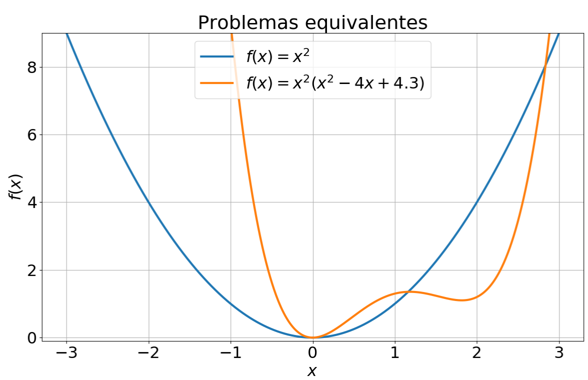

Figure 9: Problema convexo y no convexo equivalente

Parte d

Se utiliza el código presente en el archivo adjunto "ej6.py". La solución obtenida es

$$\bar{\mathbf{x}} = (-0.132746390.12730003)$$

$$\bar{\mathbf{t}} = (0.132746390.12730003)$$

Como era de esperar, los valores obtenidos con el solver mantienen la relación $\bar{t_i} = |\bar{x_i}| \ \forall_{i=1,2}$