

Resolución proposicional

La resolución proposicional es una herramienta de gran utilidad para evaluar estructuras lógicas. El método de **Resolución** es una regla utilizada sobre cierto tipo de proposiciones lógicas y es especialmente utilizada para los demostradores automatizados de teoremas.

- Propuesta por J. A. Robinson (1965).
- Trabaja sobre cláusulas, no sobre fórmulas.
- Se debe de transformar toda fórmula en lógica proposicional a un conjunto de cláusulas.
- El algoritmo de resolución se puede mecanizar de manera sencilla.

A continuación, se encontrarán los conceptos básicos y la explicación de los métodos para enfrentarnos a la resolución de cláusulas.

Formas Normales

- Una fórmula F es una conjunción si es de la forma " $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ ".
- Una fórmula F es una disyunción si es de la forma " $F_1 \vee F_2 \vee \dots \vee F_n$ ".
- Una literal es de la forma " p o $\neg p$ ".
- Una F está en la Forma Normal Conjuntiva si es una conjunción de la forma " $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ ", y donde cada F_i es una disyunción de literales.
- Una F está en la Forma Normal Disyuntiva si es una disyunción de la forma $F_1 \vee F_2 \vee \dots \vee F_n$, y donde cada F_i es una conjunción de literales.
- Una cláusula es una disyunción de literales.
- Un cubo es una conjunción de literales.
- Una fórmula está en forma clausal si es un conjunto de cláusulas.
- Se sustituyen las conectivas \wedge por comas y se engloban las disyunciones entre $\{\}$.

Transformaciones

Toda fórmula proposicional puede ser transformada en FNC, de la siguiente manera:

1. Eliminar conectiva \leftrightarrow . $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
2. Eliminar conectiva \rightarrow . $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
3. Introducir negaciones hasta que afecten a literales mediante las leyes de Morgan.
 $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
4. Eliminar negaciones múltiples. $\neg\neg A \equiv A$
5. Aplicar propiedades distributivas para eliminar las posibles conjunciones (disyunciones) dentro de disyunciones (conjunciones) obteniendo Forma Normal Conjuntiva (Disyuntiva).
 $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
6. Eliminar conjunciones/disyunciones con un literal y su opuesto.
 $(p \wedge \neg p \wedge X) \vee Y \equiv Y$
 $(p \vee \neg p \vee X) \wedge Y \equiv Y$
7. Eliminar literales repetidos
 $p \wedge p \equiv p$
 $p \vee p \equiv p$
8. Eliminar subsunciones. Una subsunción se produce cuando una conjunción (o disyunción) C está incluida en otra D. En dicho caso se elimina la cláusula D
 $(A \vee B) \wedge A \equiv A$
 $(A \wedge B) \vee A \equiv A$

Transformación de Formas Normales a Clausal

- La fórmula $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$ se transforma al conjunto de cláusulas $\{\neg p \vee q, \neg p \vee r\}$.
- Las transformaciones son simples: una fórmula FNC a forma clausal se transforma sustituyendo los conectivos \wedge por comas, además todas las disyunciones se colocan entre llaves $\{\}$.

Nota: Una cláusula sin literales se denomina cláusula vacía.

Algoritmo de Resolución

Basado en la regla de resolución:

Sea $C1$ y $C2$ dos cláusulas, l una literal contenida en $C1$ y $\neg l$ contenida en $C2$. La resolvente de $C1$ y $C2$ respecto de l es:

$$\text{Resolvente } (C1, C2, l) = (C1 - \{l\}) \cup (C2 - \{\neg l\})$$

Si el resolvente de dos cláusulas $C1$ y $C2$ pertenecientes al conjunto C es la cláusula vacía, entonces C es *insatisfacible*.

Tener en cuenta: Este método requiere que una fórmula se encuentre en forma clausal.

Ejemplo:

Sea $S = \{p, \neg p \vee q, \neg r, \neg p \vee \neg q \vee r\}$

$C1 = \{p\}$ $C2 = \{\neg r\}$ $C3 = \{\neg p \vee q\}$ $C4 = \{\neg p \vee \neg q \vee r\}$

1. $\{p\} \dots h$

2. $\{\neg r\} \dots h$

3. $\{\neg p \vee q\} \dots h$

4. $\{\neg p \vee \neg q \vee r\} \dots h$

5. $\{\neg p \vee \neg q\} \dots \text{Res } r (C3, C4)$

6. $\{p\} \dots \text{Res } q (C2, C5)$

7. $\{\} \dots \text{Res } p (C1, C6)$

Conclusión: Sea S un conjunto de fórmulas. Si $\{\} \in S$, entonces S es insatisfacible.

MANUAL DE USUARIO

Objetivos generales

Esta aplicación está hecha con el fin de instruir y aplicar de manera más práctica conceptos relacionados con:

1. La lógica proposicional, permitiendo la entrada de fórmulas (átomos y operadores relacionales) mediante un tablero de botones.
2. Aplicando el método de resolución, se es posible determinar si una fórmula es satisfacible de un conjunto de fórmulas de forma normal conjuntiva.
3. Se aplica la transformación a FNC.

Funcionamiento

La aplicación consta de varios menús o apartados de botones con los cuales se podrá manejar toda la aplicación, en ningún momento se aceptarán entradas o comandos por el teclado.

**Menú de opciones:*



Esta es la entrada del programa, se podrá seleccionar los átomos y operadores relacionales que se requiera, además verificará que una fórmula sea insatisfacible por el método de resolución. En este apartado se encuentran todos los controles necesarios para el ingreso y/o la modificación de fórmulas, no se podrán ingresar por teclado exceptuando letras para los átomos.

A continuación, se explicará explícitamente cada uno de los comandos



Este apartado es el área de entrada donde ingresamos la fórmula para verificar su insatisfacibilidad, no necesariamente debe estar con su transformación a FNC.



Se tienen 5 opciones de átomos diferentes para ingresar al área de entrada.



Se tienen los operadores relacionales más importantes: la negación como operador unario, primeramente; la disyunción, conjunción, condicional y bicondicional como operadores secundarios; nombrados respectivamente.



Estos comandos que componen el apartado anterior hacen:



Este botón limpia toda la lista de fórmulas.



Estos botones regresan o avanzan a los cambios anteriores o posteriores del área de entrada.



Estos botones se mueven entre los paréntesis vacíos disponibles.



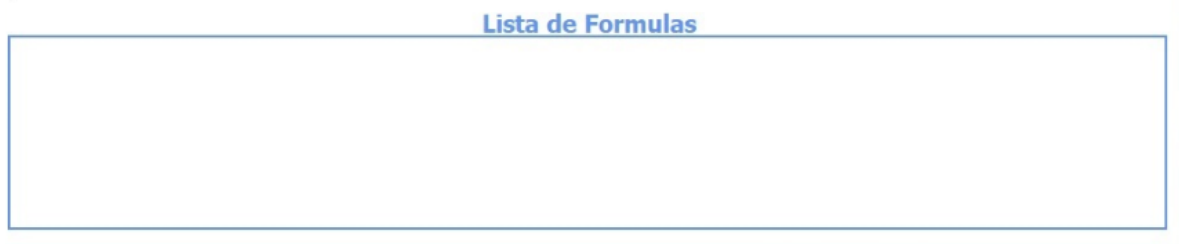
Este botón agrega la fórmula ingresada en el área de entrada.



Este botón elimina los componentes ingresados por el usuario.



Este botón verificará la satisfacibilidad de la fórmula por el método de resolución, este desplegará un panel con la respuesta adquirida.



En el apartado de lista de fórmulas se encontrarán los formulas ingresadas por el usuario.



En este espacio en el símbolo “i” de información, desplegará un pdf con toda la información del manual de usuario y el marco teórico del método de resolución con su respectivo ejemplo.

USER MANUAL

General objectives

This application is made in order to instruct and apply in a more practical way concepts related to:

1. The propositional logic, allowing the entry of formulas (atoms and relational operators) through a button board.
2. By applying the resolution method, it is possible to determine if a formula is satisfactory from a set of formulas in a normal conjunctive way.
3. The transformation is applied to FNC.

Functioning

The application consists of several menus or sections of buttons with which the entire application can be operated, at no time will entries or commands be accepted by the keyboard.

*Option menu:



This is the entry of the program, it will be possible to select the atoms and relational operators that are required, in addition it will verify that a formula is unsatisfactory by the resolution method. In this section you will find all the necessary controls for entering and / or modifying formulas, you can not enter by keyboard except letters for atoms.

Next, each of the commands will be explicitly explained



This section is the entry area where we enter the formula to verify its unsatisfiability, it must not necessarily be with its transformation to FNC.



You have 5 different atom options to enter the entry area.



You have the most important relational operators: denial as a unary operator, first; disjunction, conjunction, conditional and biconditional as secondary operators; named respectively.



These commands that make up the previous section do:



This button cleans the entire formula list.



These buttons return or advance to the previous or subsequent changes of the input area.



These buttons move between the available empty parentheses.



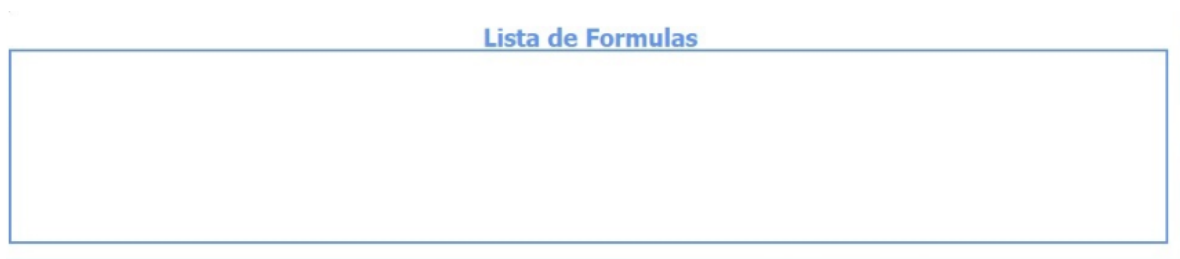
This button adds the formula entered in the input area.



This button removes the components entered by the user.



This button will verify the satisfaction of the formula by the resolution method, this will display a panel with the response acquired.



The formulas entered by the user will be found in the formula list section.



In this space in the "i" symbol of information, you will display a pdf with all the information in the user manual and the theoretical framework of the resolution method with its respective example.