

Métodos Numéricos para la Ciencia y la Ingeniería

Camila Castillo Pinto. RUT 18.889.762-2

24 de Noviembre, 2015.

1 Introducción Parte 1

En esta parte se pedía utilizar las mediciones originales de Hubble contenidas en el archivo *data/hubble_original.dat* para derivar la constante de Hubble $H_o[km/s/Mpc]$ incluyendo su intervalo de confianza al 95%.

Estas mediciones originales consisten en la velocidad de recesión de las Nebulosas y las distancias entre estas Nebulosas y la Tierra. Las distancias fueron medidas usando el método de las Cefeidas.

El modelo utilizado por Hubble fue:

$$v = H_o * d \quad (1)$$

con v velocidad de recesión de las Nebulosas y d la distancia entre la Nebulosa y la Tierra.

1.1 Procedimiento

En primer lugar se cargaron los datos del archivo que contenía las mediciones originales. Luego se partió con una adivinanza inicial para el valor de H_o , para luego utilizar el comando *leastsq* que pide una función a minimizar (que fue previamente definida, al igual que la función modelo correspondiente a (1)), los datos experimentales y una adivinanza; y entrega un valor óptimo para H_o .

El enunciado pedía una solución simétrica debido a que la solución del H_o era distinta si se usaba la función modelo que se mostró en (1) a que si se usaba la siguiente función modelo:

$$d = \frac{1}{H_o} v \quad (2)$$

Entonces se calculó H_o para esta función modelo (2) usando el mismo procedimiento que para la anterior. Finalmente se propone que el H_o final será el promedio entre aquel que se encontró para la función modelo (1) y aquel que se encontró para la función modelo (2)

El intervalo de confianza se determinó usando el método de Bootstrap, que consiste básicamente en generar una muestra aleatoria sintética a partir de los datos experimentales reales. La muestra aleatoria se guarda en vectores que se utilizan luego para calcular H_o con el comando *leastsq*. Este procedimiento se repite varias veces, para luego calcular el intervalo donde se encuentran el 95% de los valores de H_o .

1.2 Resultados y Análisis

El resultado para el H_o óptimo (utilizando la alternativa simétrica) fue: $472.140[km/s/Mpc]$.

El intervalo de confianza al 95% resultó: H_o entre 366.134 y $601.103[km/s/Mpc]$.

En la figura 1 se presenta un gráfico de distancia versus velocidad, con los datos experimentales y el ajuste del modelo con el H_o óptimo encontrado.

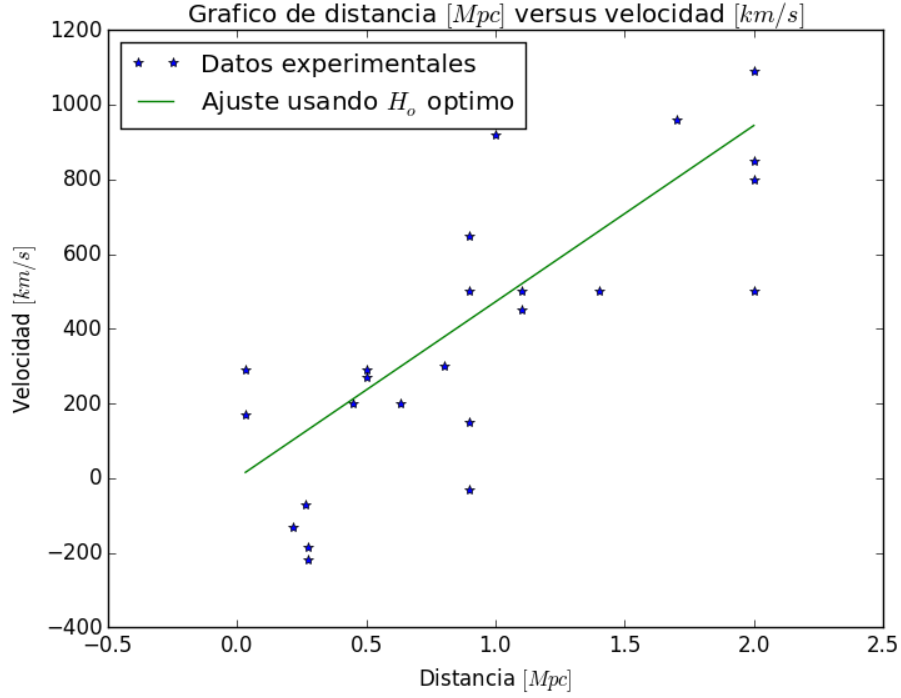


Figure 1: Gráfico de distancia versus velocidad. $H_o = 472.14[km/s/Mpc]$.

En la figura 2 se presenta un histograma para los valores de H_o .

2 Introducción Parte 2

En esta parte se pide de nuevo calcular el valor para la constante de Hubble H_o , pero con los datos del archivo *data/SNIa.dat*, cuyas mediciones fueron estimadas mediante otro método.

Además se pide el intervalo de confianza al 95%.

2.1 Procedimiento

Se sigue el mismo procedimiento que en la parte 1.

2.2 Resultados y Análisis

El resultado para el H_o óptimo (utilizando la alternativa simétrica) fue: $70.841[km/s/Mpc]$.

El intervalo de confianza al 95% resultó: H_o entre 0.0134 y $0.0147[km/s/Mpc]$.

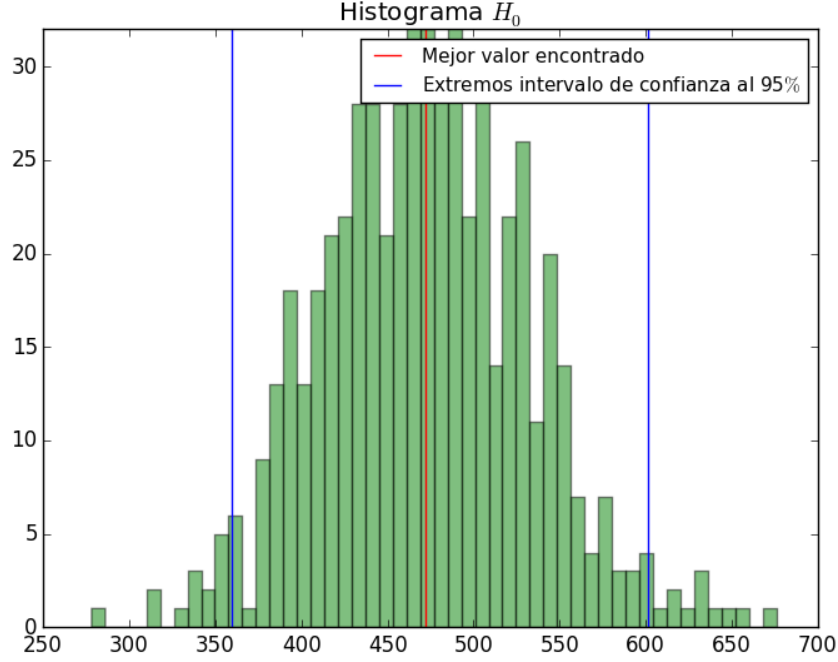


Figure 2: Histograma para los valores de H_o y su intervalo de confianza al 95%.

Estos valores para el intervalo de confianza no tienen sentido comparándolo con el valor de H_o óptimo, ya que el intervalo dice que este valor se mueve en general entre $0.0134[km/s/Mpc]$ y $0.0147[km/s/Mpc]$ cuando el valor óptimo calculado es aproximadamente $71[km/s/Mpc]$.

En la figura 3 se presenta un gráfico de distancia versus velocidad, con los datos experimentales y el ajuste del modelo con el H_o óptimo encontrado.

3 Introducción Parte 3

En esta parte se pedía encontrar la línea recta que mejor modelase la relación entre el flujo en la banda i y la banda z , cuyos valores y errores asociados se encuentran en el archivo *data/DR9Q.dat*.

Se pedía que el flujo estuviese en unidades de $1e - 6Jy$.

Además se debía calcular los intervalos de confianza al 95% para los parámetros de la línea recta, utilizando el método de Monte Carlo.

4 Procedimiento

En primer lugar se cargaron los datos, seleccionando las columnas correspondientes a los valores del Flujo para la banda i y para la banda z , con sus respectivos errores y luego se cambiaron las unidades de todas estas cantidades.

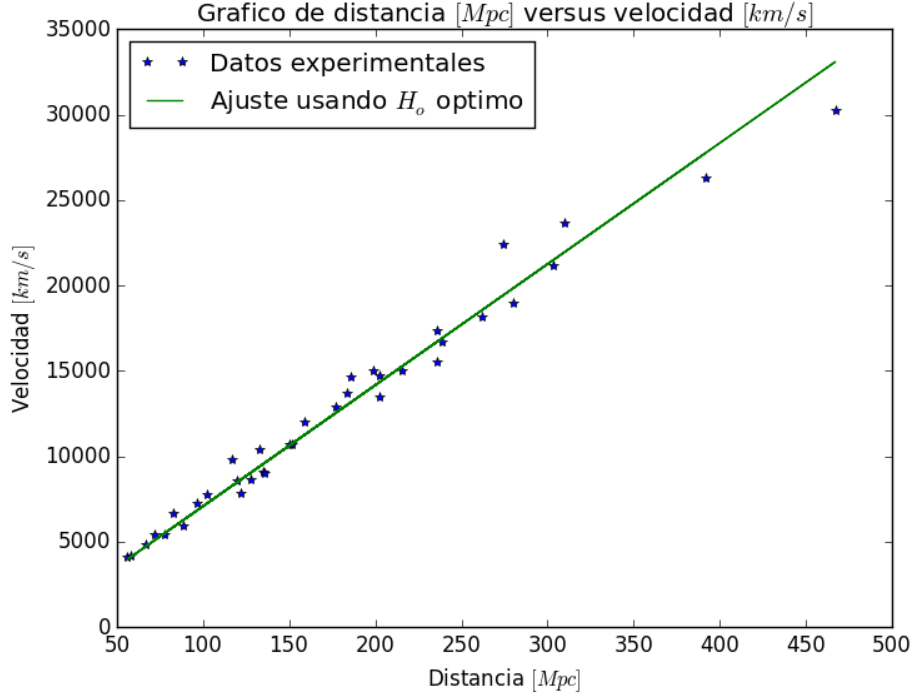


Figure 3: Gráfico de distancia versus velocidad. $H_o = 70.84[km/s/Mpc]$.

Se utilizó el comando `np.polyfit` para hacer un ajuste a los datos de la forma: $y = a \cdot x + b$, donde a correspondería a la pendiente de la recta y b al coeficiente de intersección. Este comando entrega los valores de a y b óptimos.

Para calcular el intervalo de confianza de estos valores se utilizó el método de Monte Carlo, que consiste en generar muestras aleatorias sintéticas a partir de los datos experimentales reales. En este caso se suma el valor del dato real con una ponderación entre el error y un valor aleatorio sacado desde una muestra normal, y todos estos valores son guardados en vectores. Luego aplicamos nuevamente el comando `np.polyfit` para que entregue los valores de a y b , para finalmente (luego de varias iteraciones de este procedimiento) encontrar el intervalo donde se encuentran el 95% de estos valores.

5 Resultados y Análisis

El resultado para la pendiente a y para el coeficiente de intersección b son respectivamente: $1.102[adimensional]$ y $3.149[1e - 6Jy]$.

El intervalo de confianza al 95% para a y b fueron respectivamente: a entre 0.948 y 1.142; b entre $2.249[1e - 6Jy]$ y $7.774[1e - 6Jy]$.

En la figura 4 se presenta el gráfico de los flujos en la banda i y en la banda z , con sus datos experimentales y el ajuste lineal de la forma $y = a \cdot x + b$, donde a es $1.102[adimensional]$ y b es $3.149[1e - 6Jy]$.

En las figuras 5 y 6 se presentan los histogramas para a y b respectivamente, con sus intervalos de confianza al 95%.

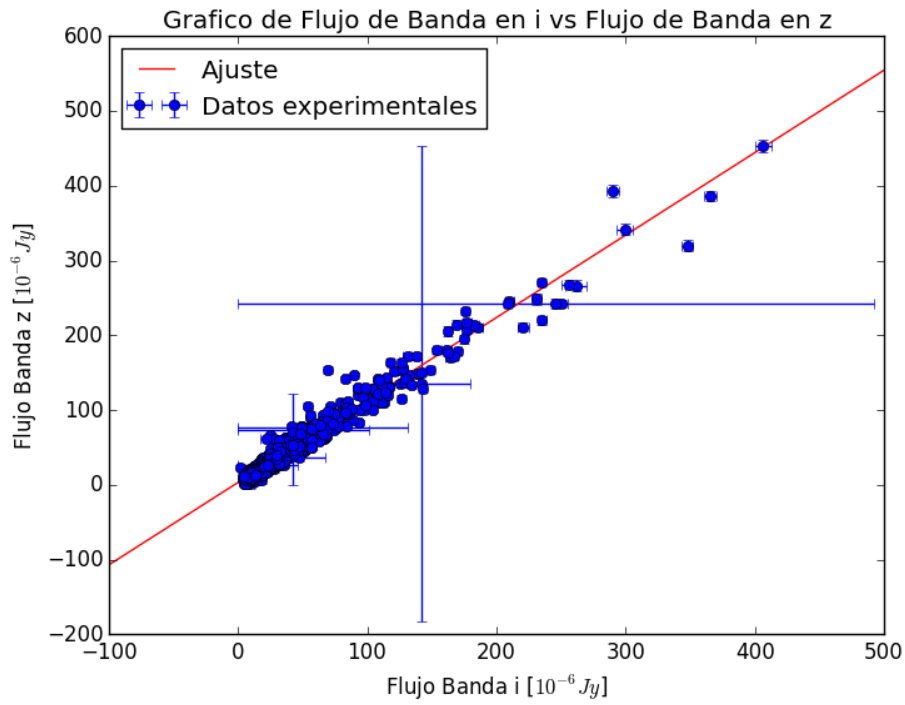


Figure 4: Gráfico flujo banda i versus flujo banda z. Datos experimentales y ajuste lineal.

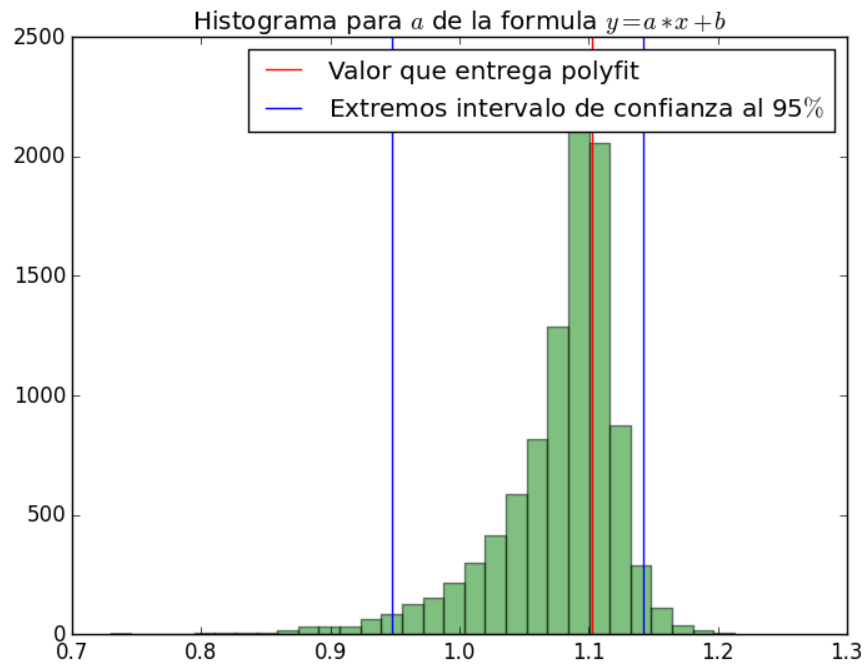


Figure 5: Histograma para a , con su intervalo de confianza al 95%.

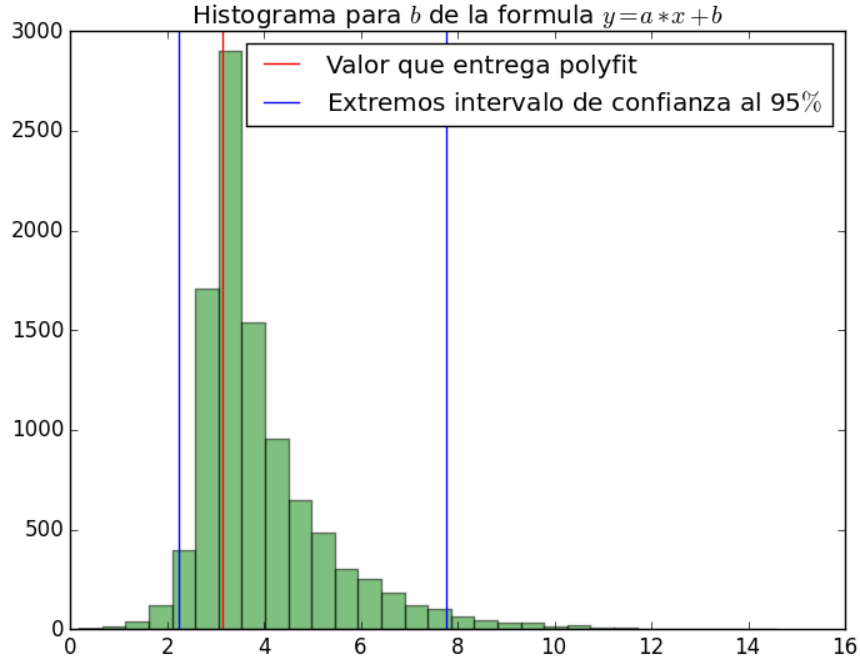


Figure 6: Histograma para b , con su intervalo de confianza al 95%.

6 Conclusiones

De la parte 1 se puede concluir que el valor resultante para H_o no es un buen resultado, ya que los datos experimentales usando presentan una gran dispersión (observable en la figura 1), lo cual se ve reflejado en los valores que se obtuvieron para el intervalo de confianza al 95%.

En la parte 2, se observó que, si bien el valor de H_o obtenido mediante el método de minimización de funciones corresponde a una buena estimación de la constante tal como se conoce hoy en día, el valor del intervalo de confianza no tiene nada que ver con el valor encontrado para H_o . Esto hace intuir que el método de bootstrap implementado presentaba algún tipo de falla, que lamentablemente no pudo ser encontrada y arreglada.

Cabe mencionar que el algoritmo implementado para la parte 2 de esta tarea fue el mismo que se utilizó para la parte 1, en donde se calculó un intervalo de confianza muy grande. Luego, si la falla estaba en la implementación de bootstrap también se vio afectado el resultado del intervalo para la parte 1. Sin embargo se cree que debido a la gran dispersión de los datos, esta falla no fue impedimento para que se encontrara un intervalo de confianza que tuviese sentido.

En la parte 3 se encontraron valores para la pendiente y el coeficiente de intersección que ajustaron bastante bien a los datos experimentales (ver figura 4). Los intervalos de confianza para estos dos parámetros tienen sentido con los valores obtenidos a partir del ajuste lineal.