Révision 2

1 Méthode ”diviser pour régner” et équation de récurrence aux divisions finis

1.1 Exercise 1

Résolvez les équations de récurrence suivantes :

1. $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n$
2. $T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \log n$
3. $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + 4n$
4. $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$
5. $T(n) = 64T(\frac{n}{8}) + n \log^2 n$

1.2 Exercise 2

Considerer l'équation suivante de récurrence suivante :

$$T(n) = 4T(\lceil \frac{n}{3} \rceil) + n^2$$

a) Trouver le travail total effectué pour $n = 81$

b) Trouver le nombre de noeuds pour $n = 81$

c) Résolver cette équation de récurrence sans utiliser le théorème général

1.3 Exercise 3

Soit l'équation de récurrence suivante :

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n \log n$$

a) Trouver le nombre de noeuds pour $n = 64$

b) Résolver cette équation de récurrence sans utiliser le théorème général.

1.4 Exercise 4

Écriver un algorithme qui permet d'obtenir l'entier le plus proche d'un logarithme en base b.

2 Programmation dynamique

2.1 Exercise 1

Trouver le paranthèsage optimale pour les matrices suivantes :

1. $A_1 : 4 \times 2$
2. $A_2 : 2 \times 6$
3. $A_3 : 6 \times 3$
4. $A_4 : 4 \times 8$
5. $A_5 : 8 \times 8$

2.2 Exercise 2

Construisez l'arbre optimale avec les clés suivantes :

k	1	2	3	4	5
P_i	$0,10$	$0,15$	$0,25$	$0,30$	$0,20$

2.3 Exercise 3

Effectuer la distance de Levenshteing sur les séquences suivantes :

1. $X = ACTCTAG$
2. $Y = GCGGATCGTAT$

si on a les coûts des opérations suivantes :

1. insertion : 2
2. delete : 3
3. substitution :

	A	G	C	T
A	0	4	2	5
G	4	0	2	2
C	2	2	0	3
T	5	2	3	0

2.4 Exercise 4

Soit un robot qui commence à la coordonnée $(1, 1)$ dans une matrice $n \times m$ et les déplacement qui peut se faire est soit aller à droite ou en bas. Son but est de ce rendre à la case (n, m).

Exemple de problème :

D				
				A

2.4.1 Question A

Faite un schéma récursif pour savoir combien de chemins possibles le robot peut prendre.

2.4.2 Question B

Écrivez l'algorithme qui permet de résoudre ce problème.

2.5 Question 5

2.5.1 Question A

Trouver le paranthèsage optimale si on a 4 matrices et qu'ils sont toutes des tailles 2×2.

2.5.2 Question B

Refaire la même chose, mais avec 5 matrices.

2.6 Question C

Refaire la même chose pour les deux question, mais en utilisant l'algorithme d'exponentiation à la russe.

Note : on suppose qu'on redéfinit l'exponentiation à la russe de sorte à pouvoir multiplier des matrices de même tailles et carrés.

$$\prod_{i=1}^{n} A_{i_{(m \times m)}} = (A_{1_{(m \times m)}})^n$$

3 Algorithme glouton

3.1 Exercise 1

Construisez l'arbre du code Hufmann pour les valeurs suivantes et donner sa longueur:

Lettre	a	b	c	d	e	f
Fréquence	$0,05$	$0,25$	$0,10$	$0,03$	$0,55$	$0,02$

3.2 Exercise 2

Dans quel ordre effectuer les tâches pour minimiser la somme des pénalités des tâches en retard ? On suppose que les tâches ont une durée de 1 et que les échéances et les pénalités sont données dans le tableau suivant :

Tâche	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Échéance	3	2	2	3	4	5	1	5	4
Pénalité	40	100	30	45	3	10	5	100	90

3.3 Exercise 3

Exercises 3 du chapitre 7

3.4 Exercise 4

Déterminer la valeur et le poids du sac alpin de taille 703 si on a les objets suivants avec leur poids et leur valeurs :

i	1	2	3	4	5	6
p_i	50	20	12	40	20	40
v_i	75	45	24	90	30	88