INF5130 - Algorithmique

Série d'exercises 4

Modifié par Andrey Martinez Cruz

Exercise 1. Pour chacune des équations suivantes, trouvez une fonction $f(n)$ aussi simple que possible telle que $T(n) \in \Theta(f(n))$.

(a) $T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + n^3$

(b) $T(n) = 4T(\frac{n}{3}) + n$

(c) $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + n^3$

(d) $T(n) = 8T(\frac{n}{4}) + n^3$

Exercise 2. Considérez une procédure récursive appelée mystère dont le temps d'exécution est donné par l'équation de récurrence $T(n) = 2T(\frac{n}{3}) + n$, n dénote lataille de l'entrée de MYSTÈRE. On suppose aussi que $T(1) = 1$.

(a) En supposant que $n = 27$, dessinez l'arborescence de tous les appels récursifs déclenchés par un appel de mystère. Dans chaque noeud de l'arborescence, indiquez la taille de l'entrée correspondant à ce noeud.

(b) Sous les mêmes hypothèses qu'en (a), donnez le travail non récursif effectué à chaque niveau de l'arborescence par tous les appels appartenant à ce niveau. Évaluez le travail effectué par un appel de mystère lorsque son entrée est de taille 27.

(c) Supposons maintenant que n est de la forme $3p$ pour un certain entier positif p. Donnez le travail non récursif effectué au niveau 0, au niveau 1, au niveau 2 et au niveau i (où i est une constante quelconque et anonyme).

(d) Sous les mêmes hypothèses qu'en (c), évaluez le travail effectué par mystère lorsque n est de la forme $3p$. Exprimez ce travail en fonction de n.

Exercise 3. Le temps d'exécution de l'algorithme A est donné par l'équation de récurrence $T_A(n) = 7T_A(\frac{n}{2})+n^2$, alors que celui de l'algorithme A' est donné par l'équation $T_{A'}(n) = cT_{A'}(\frac{n}{4}) + n^2$ (où c est un entier positif inconnu). Supposez que $T_{A'}(n)$ est dans $o(T_A(n))$. Quelle est la plus grande valeur possible pour c ?

Exercise 4. Pour chacune des équations suivantes, donnez une estimation aussi précise que possible de $T(n)$. Vous devez exprimer vos estimations à l'aide de la notation Θ. Justifiez brièvement chacune de vos réponses.

$(a)\ T(n) = T(\frac{n}{2}) + 1 \quad (b)\ T(n) = 3T(\frac{n}{3}) + \sqrt{n} \quad (c)\ T(n) = nT(n-1)$

$(d)\ T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n^2 \quad (e)\ T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \quad (f)\ T(n) = 4T(\frac{n}{8}) + n^2 \log^3 n$

Exercise 5. Considérez l'équation $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$, où le cas de base est $T(2) = 1$. En supposant que n est de la forme 2^{2^p} pour un entier p strictement positif, appliquez la méthode itérative afin de trouver la solution de cette équation.

Exercise 6. Écrivez une procédure qui prend en paramètre un nombre x telle que $x \in \mathbb{N}^+$, une base $b \geq 2$ et une pile vide P dans lequel elle contiendra le nombre x transformé en base b. Évaluer ensuite sa complexité.

Exercise 7. Écrivez une fonction qui prend en paramètre deux listes chaînées en entrée et retourne la seconde liste chaînée qui est la première liste chainée, mais inversé. Votre solution doit être récursive et doit se faire dans le pire des cas en temps linéaire.