

Série 5

Andrey Martinez Cruz

1 Exercice 1

Considérer le problème suivant : Un tableau de taille n , dont les indices vont de 0 à $n - 1$, contient tous les nombre entiers de 0, à n sauf un nombre. Les éléments du tableau sont triés de façon croissante. Le problème consiste à trouver l'entier qui n'est pas dans le tableau (un nombre entre 0 et n). Voici quelques exemples :

n	tableau	entier manquant
5	[0, 1, 3, 4, 5]	2
5	[1, 2, 3, 4, 5]	0
7	[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]	7
8	[0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8]	4

Voici une fonction qui permet de résoudre le problème :

1. **Fonction** ENTIERMANQUANT(t , n)
2. $reponse \leftarrow 0$
3. Si $t[0] = 0$ alors
4. $trouve \leftarrow \text{faux}$
5. Tant que $i < n$ et $\neg \text{trouver}$ faire
6. Si $t[i] = i$ alors
7. $i \leftarrow i + 1$
8. Sinon
9. $trouve \leftarrow \text{vrai}$
10. Fin Si
11. Fin Tant que
12. $reponse \leftarrow i$
13. Fin Si
14. Renvoyer $reponse$
15. Fin Fonction

1.1 Question 1

Donner le nombre d'exemplaire de problèmes possible pour $n \geq 1$.

1.2 Question 2

Identifier une opération barométrique

1.3 Question 3

1.3.1 Partie A

Identifier le meilleur et pire cas avec la notation Θ

1.3.2 Partie B

Donner la forme du tableau qui amènerai au meilleur cas et au pire cas respectivement.

1.4 Question 4

Proposer un algorithme s'exécutant dans le pire des cas en $\Theta(\log n)$

1.5 Question 5

Si le tableau n'était pas trié, est ce que l'algorithme trouvé à la quatrième question serait valide ? Expliquer

1.6 Question 6

Proposer un algorithme qui permet de résoudre en prenant en compte la contrainte de la question 4.

2 Exercice 2

Exercice 6 de la série 4

3 Exercice 3

Soit l'équation de récurrence suivante : $T(n) = 3T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + n$. Répondez aux questions suivantes :

3.1 Question A

Soit $n = 64$, donner le travail total effectué.

3.2 Question B

Donner le nombre noeuds dans l'arbre récursif si $n = 2048$.

3.3 Question C

Donner la complexité de cette équation de récurrence sans utiliser le théorème générale.

4 Exercise 4

4.1 Question A

Soit t un tableau trié avec des nombres distincts, écrire un algorithme qui vérifie s'il existe un nombre i tel que

$$1 \leq i \leq n, t[i] = i$$

4.2 Question B

Expliquer pourquoi votre algorithme est juste.

4.3 Question C

Est-ce que si le tableau n'était pas trié, est-ce que votre algorithme à la question A serait encore exact ?

5 Exercise 5

Résoudre les équations de récurrences suivantes :

1. $T(n) = 2T(\frac{n}{5}) + \log n$
2. $T(n) = 2T(\frac{n}{3}) + n \log n$
3. $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n \log^2 n$