Série 6
partie 2

1 Exercise 1

Exercise 2 de la série 6 partie 1.

2 Exercise 2

Soit les séquences d'ADN $X = ACGTC$ et $Y = GACTCAGT$. Trouver la distance de Levenshtein pour les coûts suivants :

(a) $sub = 1, del = 1, ins = 1$

(b) $del = 3, ins = 4$ et $sub(X_i, Y_i)$ est une des valeurs de la matrice suivante :

	A	G	C	T
A	0	2	2	1
G	2	0	3	3
C	2	3	0	2
T	1	3	2	0

3 Exercise 3

Considérez le problème qui consiste à remettre un certain montant d'argent en utilisant le plus petit nombre de pièces ou billets disponible.

Par exemple, si nous disposons de pièces de $1, 5, 11$ et 25 unités et que nous devons faire la monnaie de 29 unités, la solution est de remettre une pièce de 25 unités, la solution est de remettre une pièce de 25 unités et quatre pièces à d'une unité, un total de cinq pièces.

Soit n, le nombre de pièces distinctes (4 dans l'example) et soit P, un tableau de nombres naturels non nuls, dont les indices vont de 1 à n contenant les valeurs des n pièces. On suppose ici que nous disposons d'un nombre illimité de chaque type de pièce. Soit L le montant dont on veut obtenir la monnaie. Dans ce problème, les valeurs des pièces sont strictement positives. Le montant à remettre est un nombre entier non négatif. On assume que le tableau P est en ordre croissant. Nous allons utiliser une matrice C de n lignes numérotées de 1 à n et $L+1$ colonnes numérotées de 0 à L où $C[i,j]$ contient le nombre minimal de pièces pour rendre la monnaie d'un montant j si l'on se limite seulement qu'aux pièces de valeur $P_1, P_2, ..., P_i$. Si la monnaie ne peut être rendue, $C[i,j]$ sera égal à l'infini.

3.1 Question A

Peu importe P, que vaut $C[1,j]$ pour $0 \leq j \leq L$

3.2 Question B

Peu importe P, que vaut $C[i,0]$ pour $1 \leq j \leq n$

3.3 Question C

Peu importe P, que vaut $C[i,1]$ pour $1 \leq j \leq n$

3.4 Question D

Supposons que $P = [1,5,7,11]$ et que $L = 20$, donnez le contenu de la matrice C.

3.5 Question E

Donnez une équation de récurrence pour $C[i,j]$. N'oubliez pas les conditions initiales (cas de base).

3.6 Question F

Décrivez un algorithme de programmation de dynamique pour calculer tous les éléments de la dernière ligne de la matrice C, c'est-à-dire les $C[n,j]$ pour $0 \leq j \leq L$. Votre algorithme ne doit utiliser qu'un seul tableau à une dimension de longueur $L+1$ et non pas une matrice comme la matrice C.

3.7 Question G

Donnez la complexité de votre algorithme en fonction de n le nombre de pièces et L le montant à échanger.