

# Corrigé révision 3

Note : le corrigé suivant comprenne seulement le corrigé des exercices qui ne sont pas marqués comme bonus ou complémentaire.

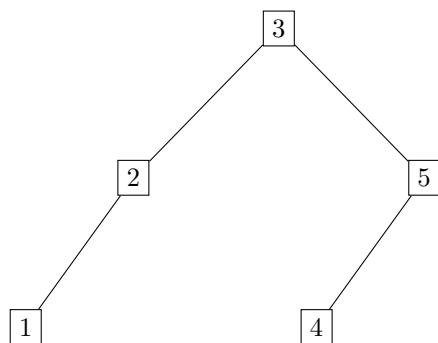
## 1 Programmation dynamique

### 1.1 Exercice 1

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0,1 & 0,35 & 0,85 & 1,25 & 2,05 \\ 0 & 0,15 & 0,55 & 0,95 & 1,75 & \\ 0 & 0,25 & 0,65 & 1,3 & \\ 0 & 0,20 & 0,7 & \\ 0 & 0,30 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix}$$

$$\text{racine} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2,3 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & \\ 3 & 3 & 3,4 & & \\ 4 & 5 & & & \\ 5 & & & & \end{bmatrix}$$

Résultat de l'arbre :

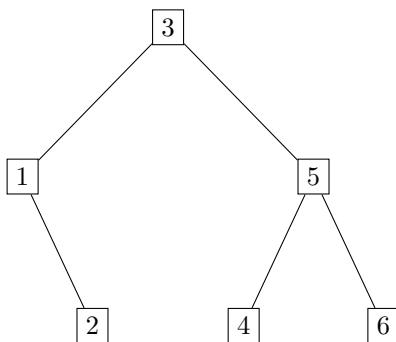


## 1.2 Exercice 2

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0,22 & 0,42 & 0,92 & 1,14 & 1,54 & 2,23 \\ & 0 & 0,10 & 0,4 & 0,6 & 1,00 & 1,61 \\ & & 0 & 0,20 & 0,4 & 0,8 & 1,31 \\ & & & 0 & 0,10 & 0,35 & 0,81 \\ & & & & 0 & 0,15 & 0,53 \\ & & & & & 0 & 0,23 \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{racine} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 5 & \\ 3 & 3 & 3,4 & 5 & & \\ & 4 & 5 & 5 & & \\ & & 5 & 6 & & \\ & & & 6 & & \end{bmatrix}$$

Résultat de l'arbre :



## 2 Algorithme glouton

### 2.1 Exercice 1

Code obtenu :

- a : 010
- b : 011
- c : 111
- d : 00
- e : 10
- f : 110

Longueur moyenne : 2,55

## 2.2 Exercise 2

Valeur du sac : 1575

Poids du sac : 525

## 2.3 Exercise 3

### 2.3.1 Question A

Solution obtenu :

$$[(15, 6), (10, 1), (7, 0), (5, 0), (3, 0), (1, 2)]$$

Nombre de pièces échangées : 9 pièces

### 2.3.2 Question B

Solution obtenu :

$$[(25, 8), (10, 1), (6, 0), (5, 1), (4, 0), (2, 0)]$$

Nombre de pièces échangées : 10 pièces

## 3 Algorithmes sur les graphes

### 3.1 Exercise 1

#### 3.1.1 Graphe 1

##### Parcours en largeur

Sommet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Parent	null	8	6	6	10	1	8	1	8	1
Distance	0	2	2	2	2	1	2	1	2	1

##### Parcours en profondeur

Sommet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Parent	null	8	6	9	10	1	8	5	3	4
Distance	0	8	2	4	6	1	8	7	3	5

#### 3.1.2 Graphe 2

##### Parcours en largeur

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Parent	null	A	F	E	A	A	B	B	E	F
Distance	0	5	16	18	6	12	6	13	2	1

##### Parcours en profondeur

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Parent	null	A	G	C	D	J	B	J	E	I
Distance	0	5	7	22	34	50	6	52	38	45

## 3.2 Exercice 2

### 3.2.1 Graphe 1

**Important** : dans l'ancienne version du premier graphe, le graphe devait être un graphe non orienté et non un graphe orienté. On ne peut pas faire Prim ou Kruskal sur un graphe orienté !!! Donc, voici la solution pour le cas où le graphe est un graphe non orientée.

#### Prim

Coût de l'arbre de recouvrement minimale : 28

#### Kruskal

Coût de l'arbre de recouvrement minimale : 28

### 3.2.2 Graphe 2

#### Prim

Coût de l'arbre de recouvrement minimale : 60

#### Kruskal

Coût de l'arbre de recouvrement minimale : 60

## 3.3 Exercice 3

### 3.3.1 Graphe 1

Légende :

- Bone Bottom : BB
- The Marrow : TM
- Bellhart : Be
- Shellwood : Sh
- Blasted steps : Bs
- The Slab : TS
- Deep Docks : DD
- Far Fields : FF

- Greymoor : Gr
- Bilewater : Bi
- Putrified ducts : Pd
- Grand Bellway : GB

Tour 1 : BB → TM → Be → Gr → Bi → GB

Flot maximal : 9

Tour 2 : BB → TM → Sh → TS → GB

Flot maximal : 12

Tour 3 : BB → TM → DD → FF → Gr → Bi → GB

Flot maximal : 15

Au prochain tour, il n'est plus possible d'atteindre le sommet puit et donc, le flot maximal est de 15.

### 3.3.2 Graphe 2

Tour 1

8 → 3 → 4 → 7

Flot maximal : 7

Tour 2

8 → 1 → 5 → 6 → 7

Flot maximal : 21

Tour 3

8 → 3 → 4 → 0 → 7

Flot maximal : 22

Tour 4

8 → 3 → 4 → 0 → 2 → 7

Flot maximal : 25

Au prochain parcours, il ne sera pas possible de se rendre au sommet puit et donc le flot maximal est de 25.

## 3.4 Exercice 4

### 3.4.1 Question A

Attribution des tâches optimal :  $a \rightarrow 3, b \rightarrow 4, c \rightarrow 2, d \rightarrow 1$ .

Coût : 45

### 3.4.2 Question B

Attribution des tâches optimal :  $a \rightarrow 3, b \rightarrow 4, c \rightarrow 2, d \rightarrow 1$ .  
 Coût : 45

Le nombre de feuilles explorés fut de 4 ou 5 si on inclut l'assignation de départ à la racine.

## 4 NP-complétude

### 4.1 Exercice 1

- $\phi_1''' :$

$$(y_1 \vee z_1 \vee z_2) \wedge (y_1 \vee z_1 \vee \neg z_2) \wedge (y_1 \vee \neg z_1 \vee z_2) \wedge (y_1 \vee \neg z_1 \vee \neg z_2)$$

- $\phi_2''' :$

$$(y_1 \vee \neg y_2 \vee \neg y_3) \wedge (\neg y_1 \vee y_2 \vee y_3) \wedge (\neg y_1 \vee y_2 \vee \neg y_3) \wedge (\neg y_1 \vee \neg y_2 \vee y_3)$$

- $\phi_3''' :$

$$(y_2 \vee x_3 \vee \neg x_1) \wedge (y_2 \vee \neg x_3 \vee x_1) \wedge (\neg y_2 \vee x_3 \vee x_1) \wedge (\neg y_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_1)$$

- $\phi_4''' :$

$$(y_3 \vee y_4 \vee b) \wedge (\neg y_3 \vee \neg y_4 \vee b) \wedge (y_3 \vee y_4 \vee \neg b) \wedge (\neg y_3 \vee \neg y_4 \vee \neg b)$$

- $\phi_5''' :$

$$(y_4 \vee x_1 \vee y_5) \wedge (y_4 \vee x_1 \vee \neg y_5) \wedge (y_4 \vee \neg x_1 \vee \neg y_5) \wedge (\neg y_4 \vee \neg x_1 \vee y_5)$$

- $\phi_6''' :$

$$(y_5 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg y_5 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg y_5 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg y_5 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$$

### 4.2 Exercice 2

1.  $\phi$  est satisfaisable
2.  $\phi$  est satisfaisable

### 4.3 Exercice 3

Clique possible :  $x_1, x_2, x_3 = 1$

## 5 Théorie de l'information

### 5.1 Exercice 1

#### 5.1.1 Question A

Code possible :

- a : 000
- b : 001
- c : 010
- d : 011
- e : 100
- f : 101
- g : 110

Longueur moyenne : 3

Efficacité : 56,28%

#### 5.1.2 Question B

- a : 1100
- b : 10
- c : 011
- d : 010
- e : 1101
- f : 111
- g : 00

Longueur moyenne: 2,71

Efficacité : 98,76%

#### 5.1.3 Question C

Code possible :

- a : 0001
- b : 01
- c : 101

- d : 001
- e : 0000
- f : 100
- g : 11

Longueur moyenne : 2,83  
Efficacité : 94,46%

## 5.2 Exercise 2

Mots	Mot-codes
0000	0000 00
0001	0001 10
0010	0010 01
0011	0011 01
0100	0100 01
0101	0101 11
0110	0110 11
0111	0111 00
1000	1000 11
1001	1001 01
1010	1010 00
1011	1011 10
1100	1100 10
1101	1101 00
1110	1110 01
1111	1111 11

### 5.2.1 Question A

Longueur : 6  
Dimension : 4  
Distance : 2

### 5.2.2 Question B

Taux :  $\frac{4}{6}$   
Capacité de détection : 2  
Capacité de correction : 0

### 5.2.3 Question C

Avec le mot 100110, une erreur s'est produite.

#### **5.2.4 Question D**

Son syndrome vaut : 11. Il n'est pas possible de corriger l'erreur.

### **5.3 Exercice 3**

Mots	Mot-codes
0000	0000 000
0001	0001 101
0010	0010 111
0011	0011 010
0100	0100 010
0101	0101 111
0110	0110 101
0111	0111 000
1000	1000 110
1001	1001 011
1010	1010 001
1011	1011 100
1100	1100 100
1101	1101 001
1110	1110 011
1111	1111 110

#### **5.3.1 Question A**

Longueur : 7

Dimension : 4

Distance : 2

#### **5.3.2 Question B**

Taux :  $\frac{4}{7}$

Capacité de détection : 1

Capacité de correction : 0

#### **5.3.3 Question C**

Avec le mot 1001101, une erreur s'est produite.

#### **5.3.4 Question D**

Son syndrome vaut : 110. Il n'est pas possible de corriger l'erreur.