

Métodos Nodais Aplicados ao Transporte de Nêutrons

Disciplina: Técnicas de Computação Aplicadas à Engenharia Nuclear

Docente: Clarysson Alberto Mello da Silva

Discente: Thalles Oliveira Campagnani

Resumo: A Teoria do Transporte de Nêutrons tem por objetivo o estudo da migração desses nêutrons através de meios materiais, fornecendo uma descrição quantitativa da distribuição espacial, direcional, energética e temporal das partículas. Devido a dificuldade de solucionar este tipo de equações, foram criados vários métodos numéricos como o método da diferença finita, dos elementos finitos, e métodos nodais. O presente trabalho visa apresentar a principal metodologia empregada nos métodos nodais para a solução de equações de transporte de nêutrons. Para isso foi escolhido e apresentado a metodologia para o caso do método Espectro Nodal de Difusão (END) para um grupo de energia e uma dimensão (END1D1G), bem como os resultados.

1 - Introdução

O conhecimento do comportamento dos nêutrons dentro de um reator nuclear é fundamental para o desenvolvimento do sistema, mas tal comportamento (movimento, distribuição, etc) ainda não foi bem descrito, embora existam complexas teorias a respeito. Cada vez são exigidos mais detalhes a respeito da movimentação e distribuição da população neutrônica dentro dos reatores, com o objetivo de produzir de sistemas mais eficientes.

A Teoria do Transporte teve sua origem no estudo da difusão da luz na atmosfera, o que levou a estudos elementares da chamada equação de transporte, posteriormente foi formulado um modelo para o estudo da distribuição angular da radiação emitida por uma estrela baseada nesta teoria. Com a descoberta do nêutron e da fissão nuclear, esta teoria foi generalizada para o estudo da distribuição neutrônica.

A Teoria do Transporte de Nêutrons tem por objetivo o estudo da migração desses nêutrons através de meios materiais. Essa migração envolve um grande número de colisões aleatórias entre nêutrons e núcleos dos átomos do meio. Para estudá-la deve-se primeiro conhecer as leis que governam as colisões individuais e, então, resolver o problema da determinação do resultado líquido de um grande número dessas interações aleatórias.

A equação do transporte integro-diferencial fornece uma descrição quantitativa da distribuição espacial, direcional, energética e temporal de partículas em meios materiais. Mas a estrutura dessa equação de transporte é bem diferente e mais complicada do que as normalmente encontradas na física e matemática clássica, então suas soluções só são possíveis para problemas bem simples ou situações ideais, sendo capaz de fornecer soluções exatas para vários problemas básicos.

Dada a dificuldade de solução deste tipo de equações, foram criados vários métodos numéricos para solucionar essas equações (principalmente) usando computadores, como o método da diferença finita, método dos elementos finitos, e métodos nodais. No caso específico dos métodos nodais, estes facilitam a abordagem analítica e melhoram a precisão e eficiência na modelagem computacional, eles consistem em dividir o domínio espacial em nodos, e resolver um problema médio em

cada nodo, com isso temos a redução da dimensão do problema, porém não temos a solução em cada ponto do intervalo espacial, apenas uma solução média.

2 - Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma pesquisa bibliográfica a fim de apresentar a principal metodologia empregada nos métodos nodais.

O objetivo específico é descrever como métodos nodais solucionam equações de transporte de nêutrons.

3 - Metodologia

Ao aplicar métodos nodais ao núcleo de um reator, se parte do pressuposto que possa ser decomposto em sub-regiões relativamente grandes denominadas nodos, e que os parâmetros nucleares são uniformes no interior do nodo. Geralmente é analisado neste nodo os fluxos médios de nêutrons dependentes do grupo de energia no interior de grandes regiões espaciais (nodos) e as correntes médias nas faces dos nodos.

O método Espectro Nodal de Difusão (END) pertence à classe dos métodos nodais analíticos de malha grossa. Quando é desenvolvido em uma dimensão e um grupo de energia, é abreviado como método END1D1G, já para dois grupos de energia é abreviado como END1D2G, e em duas dimensões a um grupo de energia é abreviado como END2D1G, e assim sucessivamente.

Dado problema de difusão neutrônica, será desenvolvido no escopo deste trabalho a Reconstrução Intra-Nodal Analítica de Fluxo (RINAF), pelo método END1D1G, onde será analisado os fluxos escalares de nêutrons nos cantos dos nodos em malha grossa. O tamanho do nodo é o tamanho da região multiplicativa, ou seja, no caso do reator nuclear o tamanho do elemento combustível.

A equação da difusão constitutiva do método é uma equação diferencial homogênea de segunda ordem, a qual sua solução geral analítica permite ser uma combinação linear de exponenciais. As constantes arbitrárias que sustentam a solução e podem ser determinadas a partir das condições de contorno do problema, que são os próprios fluxos nos cantos dos nodos que serão determinados numericamente pelo método END1D1G, permitindo se obter a distribuição integral do fluxo neutrônico. Esse artifício é feito independentemente a cada nodo, cada um com suas características: coeficiente de difusão, seção de choque de fissão e de absorção. A Eq. 1 é a equação da difusão para o método END1D1G.

$$-D_i \frac{d^2}{dz^2} \phi(z) + \Sigma_{ai} \phi(z) = \frac{1}{k} \nu \Sigma_{fi} \phi(z) \quad (1)$$

A Eq. 2 é a equação da Lei de Fick,

$$J(z) = -D_i \frac{d}{dz} \phi(z) \quad (2)$$

Já a Eq. 3 é uma solução para a Eq. 1,

$$\phi_m(z) = a_m(\xi_l) \exp(z/\xi_l) \quad (3)$$

onde $a(\xi)$ são os autovetores e ξ são os autovalores. Estes valores podem ser reais ou imaginários puros, como pode ser visto na Eq. 4,

$$\xi_l = (-1)^{l+1} \sqrt{\frac{D_i}{(\sum a_i - \frac{1}{k} v \sum f_i)}} \quad (4)$$

Isso demonstra que os autovalores aparecem aos pares. Logo é possível chegar a Eq. 5, que é a solução geral analítica da equação da difusão,

$$\phi(z) = \sum_{l=1}^2 \beta_l \exp(z/\xi_l) \quad (5)$$

Esta solução é a base da reconstrução intra-nodal (RINAF), onde podemos determinar as constantes arbitrárias β que preservam a solução geral analítica e a partir dela podemos reconstruir os fluxos neutrônicos ao longo de toda a altura do nodo arbitrário.

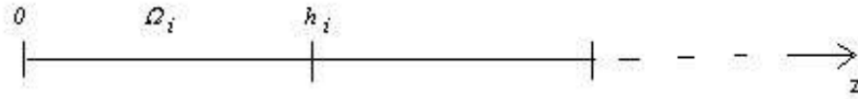


Figura 1. Nodo arbitrário em um dado domínio em z.

A Eq. 6 é a solução das constantes arbitrárias β ,

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(0/\xi_1) & \exp(0/\xi_2) \\ \exp(h_i/\xi_1) & \exp(h_i/\xi_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi(0) \\ \phi(h_i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Considerando os autovalores ξ imaginários puros, obtemos a seguinte expressão para a solução geral analítica

$$\phi(z) = \phi(0) \cos(z/\xi_1) - \frac{(\phi(0) \cos(h_i/\xi_1) - \phi(h_i))}{(\sin(h_i/\xi_1))} \sin(z/\xi_1) \quad (7)$$

Logo, as Eq. 5 e 7 descrevem a reconstrução intra-nodal analítica de fluxo para as regiões do domínio onde o autovalor assume valor real e imaginário puro, respectivamente.

4 - Resultados e Discussões

O problema usado para coletar os resultados simulados é um reator slab de domínio heterogêneo, que gera uma potência de 100 MWT, com 150 cm de altura dividido em três diferentes zonas materiais de 50 cm cada uma, conforme Figura 2. As condições de contorno utilizadas são:

- do tipo vácuo, em $x = 150$ cm e;
- do tipo reflexiva, em $x = 0$.

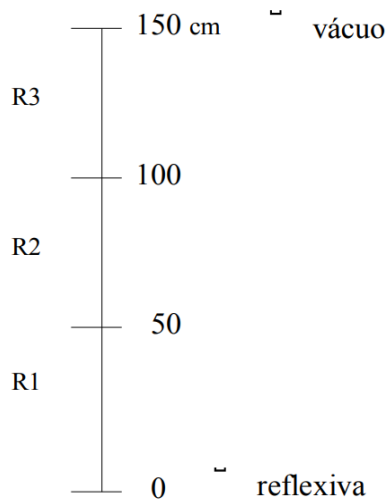


Figura 2. Regiões de divisão do reator.

Os materiais de cada região são apresentados na Tabela 1.

Região R_i	^a D (cm)	^b Σ_a (cm ⁻¹)	^c $\nu\Sigma_f$ (cm ⁻¹)
R ₁	1,333333	0,200000	0,220000
R ₂	1,333333	0,240000	0,250000
R ₃	2,777777	0,110000	0,080000

^a Coeficiente de difusão.

^b Seção de choque macroscópica de absorção.

^c Seção de choque macroscópica de fissão multiplicada pelo número médio de nêutrons produzido.

Tabela 1. Parâmetros materiais para cada região.

Para gerar resultados comparativos, foi solucionado este problema também pelo método de diferença finita (DF). Os resultados das aplicações do método END1D1G e DF este problema são apresentados na Tabela 2. É possível perceber que o método END1D1G é livre de erros de truncamento, independente da espessura da malha.

Grade Espacial	Posição	Fluxos		Iterações		^b k _{eff}	k _{eff}	^c E _F (%)
		Escalares END	Escalares DF	EN D	DF	END	DF	
800+800+800	0	^a 0,35279E+18	0,35279E+18					
	50	0,94341E+17	0,94341E+17					
	100	0,48907E+15	0,48907E+15	303	381	1,09506	1,09506	—
	150	0,11961E+13	0,11961E+13					
16+16+16	0	0,35279E+18	0,35332E+18					0,15
	50	0,94341E+17	0,94340E+17					0,74
	100	0,48907E+15	0,49192E+15	311	381	1,09506	1,09505	0,58
	150	0,11961E+13	0,12528E+13					4,74
4+4+4	0	0,35279E+18	0,36089E+18					2,30
	50	0,94341E+17	0,84785E+17					10,1
	100	0,48907E+15	0,53386E+15	308	383	1,09506	1,09585	9,16
	150	0,11961E+13	0,22234E+13					85,9
1+1+1	0	0,35279E+18	0,48096E+18					36,3
	50	0,94341E+17	0,40237E+17					57,4
	100	0,48907E+15	0,82955E+15	168	427	1,09506	1,09465	69,6
	150	0,11961E+13	0,31171E+14					2506

^a Leia como 0,35279 x 10⁺¹⁸.

^b Leia como fator de multiplicação efetivo.

^c Erros relativos nos fluxos escalares gerados pelo método de diferenças finitas

Tabela 2. Comparação dos resultados dos métodos END1D1G e DF

Os resultados foram condensados em no gráfico 1, o qual é possível ver as curvas de fluxo em todo o domínio do problema, de 0 a 150 cm. Uma curva é formada pelos fluxos de reconstrução obtidos nos 50 pontos intra-nodais, enquanto que a outra curva é formada pelo fluxos gerados numericamente pelo método END1D1G usando uma grade espacial fina de 50 nodos por região

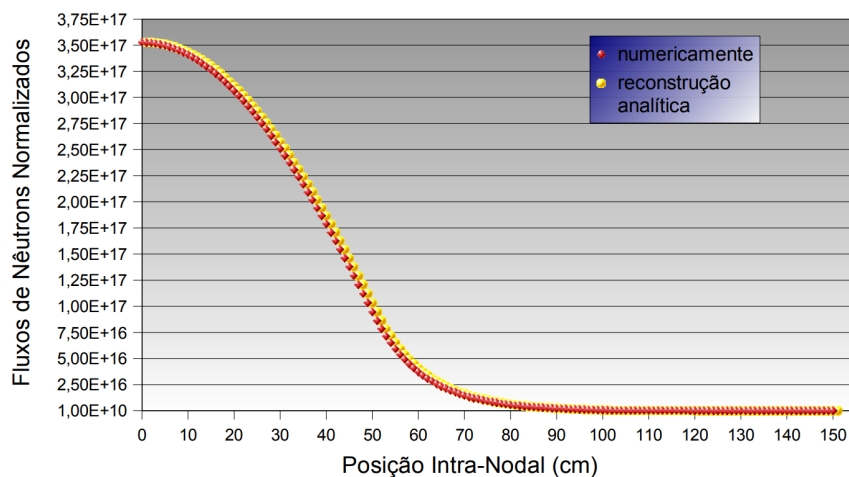


Figura 3. Fluxo em função da posição.

5 - Considerações Finais

Como esperado, a Teoria do Transporte de Nêutrons descreveu a migração de nêutrons através de meios materiais. O método Espectro Nodal de Difusão END1D1G solucionou as equações de transporte de nêutrons. Pela Figura 3, é possível verificar o grau de confiabilidade da reconstrução intra-nodal analítica dos fluxos de nêutrons normalizados pela potência do reator. O desvio relativo entre os valores dos fluxos das curvas foi de aproximadamente: um mínimo de 0,0004% e um máximo de 0,2821% . Esse baixo desvio atribui-se ao fato de ser o método END1D1G completamente livre de erro de truncamento espacial.