

TAREA 4

INDICACIONES:

- Para resolver el problema 1, crear un archivo en Jupyter Notebook, y llámelo **hmw4_1**. Para escribir las respuestas a estas preguntas usen Markdown.
- Para resolver el problema 2, crear un archivo en Jupyter Notebook, y llámelo **hmw4_2**. Para escribir las respuestas a estas preguntas usen Markdown.
- Usted deberá realizar el PUSH a la carpeta github ECOP2037_NN, antes de la fecha indicada en esta tarea 4.

1. Contribución empírica del crecimiento económico: Estimaciones OLS, CLS y EMD

En su clásico artículo:

Mankiw, N.G., Romer, D., & Weil, D.N. (1992). *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*. Quarterly Journal of Economics, 107(2), 407–437.

Los autores evaluaron las predicciones del modelo de crecimiento de Solow mediante regresiones cross-country. La Tabla 8.1 del libro de Bruce Hansen reporta los estimadores por Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS), por Mínimos Cuadrados Restringidos (CLS) y por Minimum Distance Eficiente (EMD):

	$\hat{\beta}_{ols}$	$\hat{\beta}_{cls}$	$\hat{\beta}_{emd}$
$\log GDP_{1960}$	-0.29 (0.05)	-0.30 (0.05)	-0.30 (0.05)
$\log \frac{I}{GDP}$	0.52 (0.11)	0.50 (0.09)	0.46 (0.08)
$\log(n + g + \delta)$	-0.51 (0.24)	-0.74 (0.08)	-0.71 (0.07)
$\log(\text{School})$	0.23 (0.07)	0.24 (0.07)	0.25 (0.06)
Intercept	3.02 (0.74)	2.46 (0.44)	2.48 (0.44)

Standard errors are heteroskedasticity-consistent

Objetivo: Replicar los resultados de la Tabla 8.1 mediante programación explícita en Python. **No** está permitido usar métodos automáticos como `sm.OLS()`, `LinearRegression()` o `fit()`.

Datos: Use la base `MRW1992.dta`. Para una mayor descripción de cada una de las variables revise `MRW1992_description`.

Instrucciones

1. Carga la base de datos en un `DataFrame`.
2. Calcula las matrices X (con columna de 1s) y y a partir del `DataFrame`.
3. Implementa el estimador OLS y sus su matriz de varianza y covarianza HCO.
4. Implementa el estimador CLS y su matriz de varianza y covarianza.
5. Implementa el estimador EMD. Pondera por una matriz de varianza estimada eficiente \widehat{V} , siguiendo el mismo principio de CLS. Estima también la matriz de varianza y covarianza.
6. Implementa un código que genere una tabla de resumen de resultado como la Tabla 8.1.
7. Escriba un párrafo breve explicando las diferencias entre OLS, CLS y EMD en términos econométricos, y sobretodo su interpretación económica.

2. Estimación iterativa FGLS

Para realizar este ejercicio, use la base de datos del problema previo.

En el modelo clásico, los errores se asumen homocedásticos e independientes, pero en la práctica a menudo son heterocedásticos, lo que hace que el estimador OLS sea insesgado pero ineficiente y con errores estándar incorrectos. El estimador GLS corrige esta ineficiencia si se conoce la matriz de varianzas-covarianzas Ω , pero como esta suele ser desconocida, se usa el Feasible GLS (FGLS), que estima Ω a partir de los residuos y ajusta iterativamente hasta converger.

Objetivo: Estimar los estimadores FGLS, usando Python. **No está permitido usar métodos automáticos** como `sm.OLS()`, `LinearRegression()` o `fit()`.

Datos: Use los datos y la especificacion econometrica del problema previo.

Contexto teórico

Considera el modelo lineal clásico en forma matricial:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{e}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{e}|\mathbf{X}] = 0, \quad \mathbb{E}[\mathbf{e}\mathbf{e}'|\mathbf{X}] = \Omega,$$

donde:

- Ω es la matriz de varianzas-condicionales desconocida.
- Si los errores son heterocedásticos pero no correlacionados entre sí, entonces Ω es diagonal:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}.$$

Sabemos que:

- OLS es consistente para β , pero ineficiente si $\Omega \neq \sigma^2 I$.
- GLS es eficiente cuando Ω es conocida.

La fórmula teórica del estimador GLS es:

$$\tilde{\beta}_{GLS} = (\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{Y}$$

Como Ω es desconocida, podemos aproximarla iterativamente en un procedimiento llamado **Feasible GLS**. Puede asumir que Ω se estima como $\hat{\Omega} = \text{diag}(\hat{e}_1^2, \dots, \hat{e}_n^2)$.

Instrucciones

- Escriba un código claro y comentado paso a paso, para implementar el procedimiento iterativo FGLS que:
 1. Inicializa con OLS.
 2. Estima Ω a partir de los residuos.
 3. Calcula $\tilde{\beta}_{GLS}$ con la Ω estimada.
 4. Actualiza Ω y repite hasta convergencia.
 5. La condición de convergencia puede definirse como: $\|\beta^{(t)} - \beta^{(t-1)}\| < \text{tolerancia}$. t es el número de iteración.
- Usted debe claramente cuántas iteraciones hizo el código hasta converger, y los $\hat{\beta}$ final obtenido.