

Introdução as Derivadas – Aula 1

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = D_x f(x) = f'(x)$$

- 1) $f(x) = c \rightarrow f'(x) = 0$
- 2) $f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$
- 3) $f(x) = x^p \rightarrow f'(x) = p \cdot x^{p-1}$
- 4) $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$
- 5) $f(x) = \ln(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- 6) $f(x) = g(x) \cdot h(x) \rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$
- 7) $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{h(x)^2}$
- 8) $f(x) = g(x)^p \rightarrow f'(x) = p \cdot g(x)^{p-1} \cdot g'(x)$

Exercício I

- a) $y = 8 \rightarrow y' = 0$
 - b) $y = \sqrt{3} \rightarrow y' = 0$
 - c) $f(x) = \pi \rightarrow f'(x) = 0$
 - d) $g(x) = (\pi - 1)^\pi \rightarrow g'(x) = 0$
- (1)

Exercício II

- a) $y = x^5 \rightarrow y' = 5x^{5-1} = 5x^4$
 - b) $h(x) = x^{-5} \rightarrow h'(x) = -5x^{-5-1} = -5x^{-6} = -5 \cdot \frac{1}{x^6} = -\frac{5}{x^6}$
 - c) $g(x) = 5x^3 \rightarrow g'(x) = 5 \cdot 3x^{3-1} = 15x^2$
- (2)

Exercício III

$$h(x) = 8x \rightarrow h'(x) = 8 \cdot 1 = 8$$
(3)

Exercício IV

$$\begin{aligned} f(x) &= 7x^3 - 2x - 400 \\ f'(x) &= 7 \cdot 3x^{3-1} - 2 \cdot 1 - 0 = 21x^2 - 2 \end{aligned}$$
(4)

Derivada com X no Denominador – [Aula 2](#)

Exercício I

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{3}{x^5} = 3x^{-5} \\g'(x) &= 3(-5x^{-5-1}) = -15x^{-6} = -\frac{15}{x^6}\end{aligned}\tag{5}$$

Exercício II

$$\begin{aligned}h(x) &= 3x^5 - \frac{2}{x^4} = 3x^5 - 2x^{-4} \\h'(x) &= 3(5x^{5-1}) - 2(-4x^{-4-1}) = 15x^4 + 8x^{-5} = 15x^4 + \frac{8}{x^5}\end{aligned}\tag{6}$$

Derivada de Função Raiz – [Aula 3](#)

Exercício I

$$\begin{aligned}y &= \sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}} \\y' &= \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}\end{aligned}\tag{7}$$

Exercício II

$$\begin{aligned}g(x) &= 7\sqrt[3]{x} = 7x^{\frac{1}{3}} \\g'(x) &= 7\left(\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1}\right) = \frac{7}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{7}{3\sqrt[3]{x^2}}\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}\right) = \frac{7\sqrt[3]{x}}{3x}\end{aligned}\tag{8}$$

Derivada de uma Função Potência – [Aula 4](#)

Exercício I

$$y = x^3 \rightarrow y' = 3x^2\tag{9}$$

Exercício II

$$\begin{aligned}y &= \frac{5x^4x^3}{x^2} = 5x^{4+3-2} = 5x^5 \\y' &= 5(5x^{5-1}) = 25x^4\end{aligned}\tag{10}$$

Derivada de uma Função Potência – [Aula 5](#)

Exercício I

$$y = \frac{x^2 \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} = x^2 \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = x^{\frac{12+3-2}{6}} = x^{\frac{13}{6}}$$
$$y' = \frac{13}{6} x^{\frac{13}{6}-1} = \frac{13}{6} x^{\frac{7}{6}} = \frac{13}{6} \sqrt[6]{x^7}$$
(11)

Derivada de Função Exponencial e Logarítmica – [Aula 6](#)

Exercício I

$$f(x) = 3e^x + 10 \cdot \ln(x)$$
$$f'(x) = 3e^x + \frac{10}{x} = \frac{3xe^x + 10}{x}$$
(12)

Exercício II

$$g(x) = 7e^x + 9 \cdot \ln(x) + 3x^4 - 4x + 100$$
$$g'(x) = 7e^x + \frac{9}{x} + 12x^3 - 4 = \frac{7xe^x + 9 + 12x^4 - 4x}{x}$$
(13)

Derivada de um Produto de Funções – [Aula 7](#)

Exercício I

$$f(x) = x \cdot \ln(x)$$
$$\begin{cases} g(x) = x & \rightarrow g'(x) = 1 \\ h(x) = \ln(x) & \rightarrow h'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$
(14)
$$f(x) = g(x) \cdot h(x) \rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x) = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

Derivada de uma Divisão de Funções – [Aula 8](#)

Exercício I

$$f(x) = \frac{e^x}{3x} = e^x \cdot \frac{1}{3x} = e^x \cdot x^{-1}$$

$$\begin{cases} g(x) = e^x & \rightarrow g'(x) = e^x \\ h(x) = \frac{x^{-1}}{3} = \frac{1}{3x} & \rightarrow h'(x) = \frac{-x^{-2}}{3} = -\frac{1}{3x^2} \end{cases}$$

$$f'(x) = g(x) \cdot h'(x) + g'(x) \cdot h(x) = e^x \cdot \frac{1}{3x} + e^x \cdot \left(-\frac{1}{3x^2}\right) = \frac{e^x}{3x} - \frac{e^x}{3x^2} = \frac{x \cdot e^x - e^x}{3x^2} = \frac{e^x(x-1)}{3x^2}$$

(15)

$$f(x) = \frac{e^x}{3x}$$

$$\begin{cases} g(x) = e^x & \rightarrow g'(x) = e^x \\ h(x) = 3x & \rightarrow h'(x) = 3 \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{h(x)^2} = \frac{e^x \cdot 3x - e^x \cdot 3}{(3x)^2} = \frac{3e^x(x-1)}{9x^2} = \frac{e^x(x-1)}{3x^2}$$

Derivadas Básicas – [Aula 9](#)

Exercício I

$$y = \frac{2x^2 + 5x}{x} = \frac{2x^2}{x} + \frac{5x}{x} = 2x + 5$$

$$y' = 2$$

(16)

Exercício II

$$h(x) = \frac{3(x^2 - 1)}{x} = \frac{3x^2 - 3}{x} = \frac{3x^2}{x} - \frac{3}{x} = 3x - 3x^{-1}$$

$$h'(x) = 3 - (-3x^{-2}) = 3 + \frac{3}{x^2} = \frac{3x^2 + 3}{x^2} = \frac{3(x^2 + 1)}{x^2}$$

(17)

Exercícios de Derivada – [Aula 10](#)

Exercício I

$$h(x) = 3x^3(2 + 4x) = 6x^3 + 12x^4$$

$$h'(x) = 18x^2 + 48x^3 = 6x^2(8x + 3)$$

(18)

Exercício II

$$\begin{aligned}g(x) &= (x^2 - 1)(x^3 + 4) = x^5 + 4x^2 - x^3 - 4 \\g'(x) &= 5x^4 + 8x - 3x^2 = x(5x^3 - 3x + 8)\end{aligned}\quad (19)$$

Curso básico de derivadas – [Aula 12](#)

Exercício I

$$\begin{aligned}g(x) &= x^4 + 2e^x + e^2 \\g'(x) &= 4x^3 + 2e^x = 2(2x^3 + e^x)\end{aligned}\quad (20)$$

Exercício II

$$\begin{aligned}g(x) &= \sqrt[3]{x^7} + \frac{3}{x^2} + 5 = x^{\frac{7}{3}} + 3x^{-2} + 5 \\g'(x) &= \frac{7x^{\frac{4}{3}}}{3} + (-6x^{-3}) = \frac{7\sqrt[3]{x^4}}{3} - \frac{6}{x^3} = \frac{7x^3\sqrt[3]{x^4} - 18}{3x^3} = \frac{7\sqrt[3]{x^{13}} - 18}{3x^3}\end{aligned}\quad (21)$$

Derivada de um Produto de Funções – [Aula 13](#)

Exercício I

$$\begin{aligned}y &= 8x \cdot \ln(x) \\y' &= 8 \cdot \ln(x) + 8x \cdot \frac{1}{x} = 8 \cdot \ln(x) + 8 = 8(\ln(x) + 1)\end{aligned}\quad (22)$$

Derivada de função composta, raiz, polinomial – [Aula 14](#)

Exercício I

$$y = x^3 \rightarrow y' = 3x^2 \quad (23)$$

Exercício II

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 - 1)^3 \\g(x) &= 2x^2 - 1 \rightarrow g'(x) = 4x \\f'(x) &= g(x)^p \rightarrow f'(x) = p \cdot g(x)^{p-1} \cdot g'(x) = 3(2x^2 - 1)^2 \cdot 4x = 12x(2x^2 - 1)^2\end{aligned}\quad (24)$$

Exercício III

$$\begin{aligned}y &= (3 - x^2)^3 \\y' &= 3(3 - x^2)^2(-2x) = -6x(3 - x^2)^2\end{aligned}\quad (25)$$

Exercício IV

$$y = \frac{3}{(2x^2-1)^4} = 3(2x^2-1)^{-4}$$

$$y' = 3(-4)(2x^2-1)^{-5} \cdot 4x = -48x(2x^2-1)^{-5} = -\frac{48x}{(2x^2-1)^5} \quad (26)$$

Exercício V

$$y = \sqrt{(2x^2-1)^3} = (2x^2-1)^{\frac{3}{2}}$$

$$y' = \frac{3}{2}(2x^2-1)^{\frac{1}{2}} \cdot 4x = 6x(2x^2-1)^{\frac{1}{2}} = 6x\sqrt{2x^2-1} \quad (27)$$

Derivada de funções quociente, produto, polinomial – [Aula 15](#)

Exercício I

$$y = 7x^4 - 2x^3 + 8x + 5$$

$$y' = 28x^3 - 6x^2 + 8 = 2(14x^3 - 3x^2 + 4) \quad (28)$$

Exercício II

$$y = (2x^3 - 4x^2)(3x^5 + x^2) = 6x^8 + 2x^5 - 12x^7 - 4x^4 = 6x^8 - 12x^7 + 2x^5 - 4x^4$$

$$y' = 48x^7 - 84x^6 + 10x^4 - 16x^3 = 2x^3(24x^4 - 42x^3 + 5x - 8) \quad (29)$$

Exercício III

$$h(x) = \frac{2x^3 + 4}{x^2 - 4x + 1}$$

$$\begin{cases} f(x) = 2x^3 + 4 & \rightarrow f'(x) = 6x^2 \\ g(x) = x^2 - 4x + 1 & \rightarrow g'(x) = 2x - 4 \end{cases}$$

$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2} = \frac{6x^2(x^2 - 4x + 1) - (2x^3 + 4)(2x - 4)}{(x^2 - 4x + 1)^2} =$$

$$\frac{6x^4 - 24x^3 + 6x^2 - (4x^4 - 8x^3 + 8x - 16)}{(x^2 - 4x + 1)^2} = \frac{6x^4 - 24x^3 + 6x^2 - 4x^4 + 8x^3 - 8x + 16}{(x^2 - 4x + 1)^2} =$$

$$\frac{2x^4 - 16x^3 + 6x^2 - 8x + 16}{(x^2 - 4x + 1)^2} = \frac{2(x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 4x + 8)}{(x^2 - 4x + 1)^2} \quad (30)$$

Exercício IV

$$y = \frac{3}{x^5} = 3x^{-5} \rightarrow y' = -15x^{-6} = -\frac{15}{x^6} \quad (31)$$

Exercício V

$$v(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow v'(r) = 4 \pi r^2 \quad (32)$$

Exercício VI

$$\begin{aligned} f(s) &= \sqrt{3}(s^3 - s^2) = \sqrt{3}s^3 - \sqrt{3}s^2 \\ f'(s) &= 3\sqrt{3}s^2 - 2\sqrt{3}s = s\sqrt{3}(3s - 2) \end{aligned} \quad (33)$$

Exercício VII

$$\begin{aligned} y &= (4x^2 + 3)^2 = 16x^4 + 12x^2 + 12x^2 + 9 = 16x^4 + 24x^2 + 9 \\ y' &= 64x^3 + 48x = 16x(4x^2 + 3) \end{aligned} \quad (34)$$

Derivadas de função quociente e produto – [Aula 16](#)

Exercício I

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^4 - 2x^2 + 5x + 1}{x^4} = \frac{x^4}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} + \frac{5x}{x^4} + \frac{1}{x^4} = 1 - 2x^{-2} + 5x^{-3} + x^{-4} \\ y' &= 4x^{-3} - 15x^{-4} - 4x^{-5} = \frac{4}{x^3} - \frac{15}{x^4} - \frac{4}{x^5} = \frac{4x^2 - 15x - 4}{x^5} \end{aligned} \quad (35)$$

Exercício II

$$\begin{aligned} y &= \frac{x}{x-1} \\ y' &= \frac{1(x-1) - x \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2} \end{aligned} \quad (36)$$

Exercício III

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{2x+1}{x+5} \right) (3x-1) = \frac{6x^2 - 2x + 3x - 1}{x+5} = \frac{6x^2 + x - 1}{x+5} \\ y' &= \frac{(12x+1)(x+5) - (6x^2 + x - 1) \cdot 1}{(x+5)^2} = \frac{12x^2 + 60x + x + 5 - 6x^2 - x + 1}{(x+5)^2} = \\ &= \frac{6x^2 + 60x + 6}{(x+5)^2} = \frac{6(x^2 + 10x + 1)}{(x+5)^2} \end{aligned} \quad (37)$$

Exercício IV

$$y = \frac{1}{8} x^8 - 4x^4 \rightarrow y' = x^7 - 16x^3 = x^3(x^4 - 16) \quad (38)$$

Exercício V

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 3x + \frac{1}{x^2} = x^2 + 3x + x^{-2} \\y' &= 2x + 3 - 2x^{-3} = 2x + 3 + \frac{2}{x^3} = \frac{2x^4 + 3x^3 + 2}{x^3}\end{aligned}\tag{39}$$

Exercício VI

$$y = \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^4} = 3x^{-2} + 5x^{-4} \rightarrow y' = -6x^{-3} - 20x^{-5} = -\frac{6}{x^3} - \frac{20}{x^5} = \frac{-6x^2 - 20}{x^5}\tag{40}$$