

Introdução aos limites – [Aula 1](#)

Exercício 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x+1) = 3 \quad (1)$$

Exercício 2

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x+2}{x+1} \right) = 2 \quad (2)$$

Exercício 3

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ x^2+2 & x < 1 \end{cases} \quad (3)$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$$

Exercício 4

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3x & x \geq 2 \\ 3x+1 & x < 2 \end{cases} \quad (4)$$
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 10$$
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7$$

Indeterminação de limites – [Aula 2](#)

Exercício 1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2+2x}{x} \right) = \frac{0^2+2 \cdot 0}{0} = \frac{0}{0} \rightarrow (x=0) \quad (5)$$
$$\frac{(x^2+2x) \div x}{x \div x} = x+2$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2+2x}{x} \right) = 0+2 = 2$$

Exercício 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 2 \rightarrow x - 2 = 0)$$

$$\frac{(x^2 - 4) \div (x - 2)}{(x - 2) \div (x - 2)} = x + 2 \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = 2 + 2 = 4$$

Exercício 3

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 - 2x - 4}{x - 2} \right) = \frac{2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 4}{2 - 2} = \frac{8 - 4 - 4}{0} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 2 \rightarrow x - 2 = 0)$$

$$\frac{(2x^2 - 2x - 4) \div (x - 2)}{(x - 2) \div (x - 2)} = 2x + 2 \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 - 2x - 4}{x - 2} \right) = 2 \cdot 2 + 2 = 6$$

Indeterminação de limites – [Aula 3](#)

Exercício 1

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right) = \frac{3^2 - 9}{3 - 3} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 3 \rightarrow x - 3 = 0)$$

$$\frac{(x^2 - 9) \div (x - 3)}{(x - 3) \div (x - 3)} = x + 3 \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right) = 3 + 3 = 6$$

Exercício 2

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x + 2}{x^2 - 4} \right) = \frac{-2 + 2}{(-2)^2 - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = -2 \rightarrow x + 2 = 0)$$

$$\frac{(x + 2) \div (x + 2)}{(x^2 - 4) \div (x + 2)} = \frac{1}{x - 2} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x + 2}{x^2 - 4} \right) = \frac{1}{-2 - 2} = \frac{1}{-4}$$

Exercício 3

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x^3 - 6x^2 + x - 3}{x - 3} \right) = \frac{54 - 54 + 3 - 3}{3 - 3} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 3 \rightarrow x - 3 = 0)$$

$$\begin{aligned} \frac{(2x^3 - 6x^2 + x - 3) \div (x - 3)}{(x - 3) \div (x - 3)} &= 2x^2 + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x^3 - 6x^2 + x - 3}{x - 3} \right) &= 2 \cdot 3^2 + 1 = 19 \end{aligned} \quad (10)$$

Indeterminação de limites 0/0 – [Aula 3a](#)

Exercício 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - x}{2x^2 + 5x - 7} \right) = \frac{1^2 - 1}{2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 7} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 1 \rightarrow x - 1 = 0)$$

$$\begin{aligned} \frac{(x^2 - x) \div (x - 1)}{(2x^2 + 5x - 7) \div (x - 1)} &= \frac{x}{2x + 7} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - x}{2x^2 + 5x - 7} \right) &= \frac{1}{2 \cdot 1 + 7} = \frac{1}{9} \end{aligned} \quad (11)$$

Exercício 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \right) = \frac{2^3 - 8}{2^2 - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow (x = 2 \rightarrow x - 2 = 0)$$

$$\begin{aligned} \frac{(x^3 - 8) \div (x - 2)}{(x^2 - 4) \div (x - 2)} &= \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} \right) &= \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{2 + 2} = \frac{12}{4} = 3 \end{aligned} \quad (12)$$

Indeterminação polinomial de limites – [Aula 4](#)

Exercício 1

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \right) = \frac{(x+0)^3 - x^3}{0} = \frac{x^3 - x^3}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} &= \frac{(x+h)^2(x+h) - x^3}{h} = \frac{(x^2 + 2xh + h^2)(x+h) - x^3}{h} = \\ \frac{x^3 + 2x^2h + xh^2 + x^2h + 2xh^2 + h^3 - x^3}{h} &= \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2 \\ \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \right) &= 3x^2 + 3x \cdot 0 + 0^2 = 3x^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Exercício 2

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3+1}{x^2-1} \right) = \frac{(-1)^3+1}{(-1)^2-1} = \frac{-1+1}{1-1} = \frac{0}{0} \rightarrow (x=-1 \rightarrow x+1=0)$$

$$\frac{(x^3+1) \div (x+1)}{(x^2-1) \div (x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x-1} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^3+1}{x^2-1} \right) = \frac{(-1)^2-(-1)+1}{-1-1} = \frac{1+1+1}{-2} = -\frac{3}{2}$$