

Basit Gauss Eleme

Problem. Aşağıdaki denklem sistemini çözmek için Gauss elemeyi kullanın.

$$3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \quad (\text{Ö9.5.1})$$

$$0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3 \quad (\text{Ö9.5.2})$$

$$0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4 \quad (\text{Ö9.5.3})$$

Hesaplarda altı anlamlı basamak kullanın.

Çözüm. İşlemin ilk kısmı ileriye doğru elemedir. (Ö9.5.1) eşitliğini $(0.1)/3$ ile çarpıp (Ö9.5.2) eşitliğinden çıkarın:

$$7.00333x_2 - 0.293333x_3 = -19.5617$$

Daha sonra (Ö9.5.1) eşitliğini $(0.3)/3$ ile çarpıp x_1 'i elemek için (Ö9.5.3) eşitliğinden çıkarın. Bu işlemlerden sonra denklem takımı,

$$3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \quad (\text{Ö9.5.4})$$

$$7.00333x_2 - 0.293333x_3 = -19.5617 \quad (\text{Ö9.5.5})$$

$$-0.190000x_2 + 10.0200x_3 = 70.6150 \quad (\text{Ö9.5.6})$$

halini alır. İleriye doğru elemeyi bitirmek için (Ö9.5.6) eşitliğinden x_2 elenmelidir. Bunu yapmak için, (Ö9.5.5) eşitliğini $-0.190000/7.00333$ ile çarpıp sonucu (Ö9.5.6) eşitliğinden çıkarın. Bu üçüncü denklemden x_2 'yi eler ve sistemi üst üçgen şekline getirir:

$$3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \quad (\text{Ö9.5.7})$$

$$7.00333x_2 - 0.293333x_3 = -19.5617 \quad (\text{Ö9.5.8})$$

$$10.0200x_3 = 70.0843 \quad (\text{Ö9.5.9})$$

Şimdi bu denklemleri geriye doğru yerine koyarak çözebiliriz. Önce (Ö9.5.9) eşitliğinden x_3 çözülebilir:

$$x_3 = \frac{70.0843}{10.0200} = 7.00003 \quad (\text{Ö9.5.10})$$

Bu sonuç (Ö9.5.8) eşitliğinde geriye doğru yerine konabilir:

$$7.00333x_2 - 0.293333(7.00003) = -19.5617$$

Bu denklemden de x_2 çözülebilir:

$$x_2 = \frac{-19.5617 + 0.293333(7.00003)}{7.00333} = -2.50000 \quad (\text{Ö9.5.11})$$

Son olarak, (Ö9.5.10) ve (Ö9.5.11) eşitlikleri (Ö9.5.4) eşitliğinde yerine konularak

$$3x_1 - 0.1(-2.50000) - 0.2(7.00003) = 7.85$$

elde edilir ve x_1 için çözülür.

$$x_1 = \frac{7.85 + 0.1(-2.50000) + 0.2(7.00003)}{3} = 3.00000$$

(Ö9.5.10) eşitliğinde küçük bir yuvarlatma hatası varsa da, sonuçlar gerçek çözüm olan $x_1 = 3$, $x_2 = -2.5$ ve $x_3 = 7$ 'ye çok yakındır. Bu durum, sonuçlar orijinal denklem takımında yerine konularak doğrulanabilir:

$$3(3) - 0.1(-2.5) - 0.2(7.00003) = 7.84999 \cong 7.85$$

$$0.1(3) + 7(-2.5) - 0.3(7.00003) = -19.3000 = -19.3$$

$$0.3(3) - 0.2(-2.5) + 10(7.00003) = 71.4003 \cong 71.4$$