Non-Gaussian component analysis with generative adversarial networks

Задача:

- Мы хотим решить следующую минимаксиную задачу: найти GAN (h, D):

$$L_n(h, D) \equiv \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\log D(X_i) + \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\log\left(1 - D(Z_j^h)\right) \longrightarrow \min_{h\in\mathscr{G}}\max_{D\in\mathscr{D}}.$$

Предполагая, что истинная плотность имеет вид:

$$p^*(x) = g^*(T_0 x)\phi_\Gamma(x),$$

где, g — гладкая функция, принимающая значения на [a, b], T — m x d матрица, а phi_Г(x) ~N(0, Г)

Пусть плотность генератора имеет вид:

$$p_{g,T}(x) = g(Tx)\phi_\Gamma(x),$$

Где, g — гладкая функция(нейронная сеть), T — m x d матрица с ортонормированными столбцами

Цель: получить хорошее приближение к истинной плотности

Процедура обучения

- На каждом шаге мы семплировали с помощью(Unadjusted Langevin Algorithm):

$$X_{k+1} = X_k - \gamma_{k+1} \nabla U(X_k) + \sqrt{2\gamma_{k+1}} Z_{k+1} \,,$$

Z_k i.i.d. ~ N(0, I)

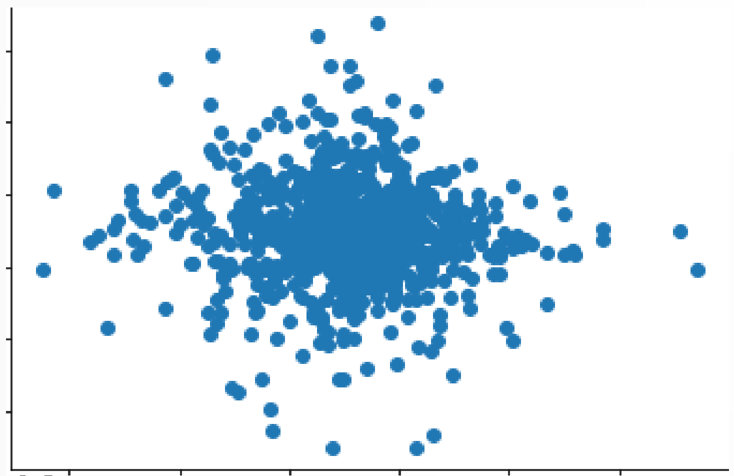
U(x) = $\|x\|^2$

А потом шагали оптимизатором Adam, изменяя параметры модели.

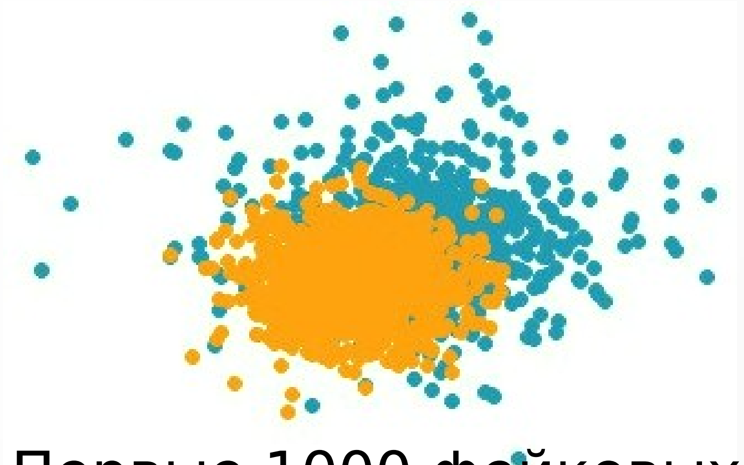
$$(\widehat{g}, \widehat{T}, \widehat{D}) \in \operatorname*{argmin}_{T} \operatorname*{argmin}_{g \in \mathcal{G}} \max_{D \in \mathcal{D}} L_n(g, T, D)$$

$$\equiv \operatorname*{argmin}_{T} \operatorname*{argmin}_{g \in \mathcal{G}} \max_{D \in \mathcal{D}} \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} \log D(X_i) + \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n} \log \left(1 - D(Z_j^{g,T}) \right) \right\},$$

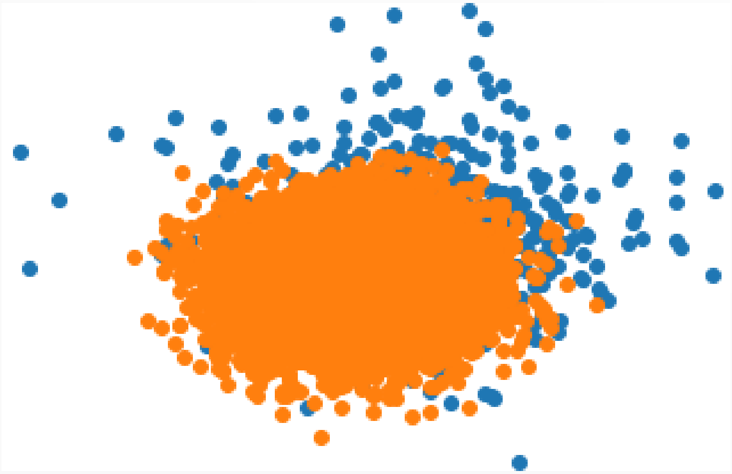
Случай двумерного распределения Лапласа



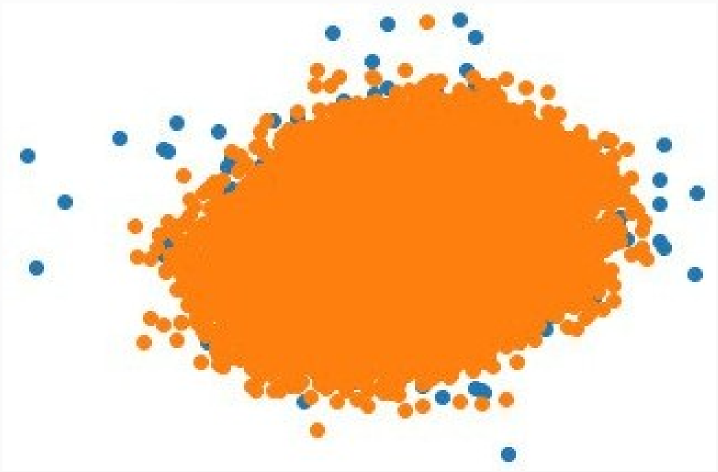
Исходные семплы



Первые 1000 фейковых семплов



Первые 10000 фейковых семплов

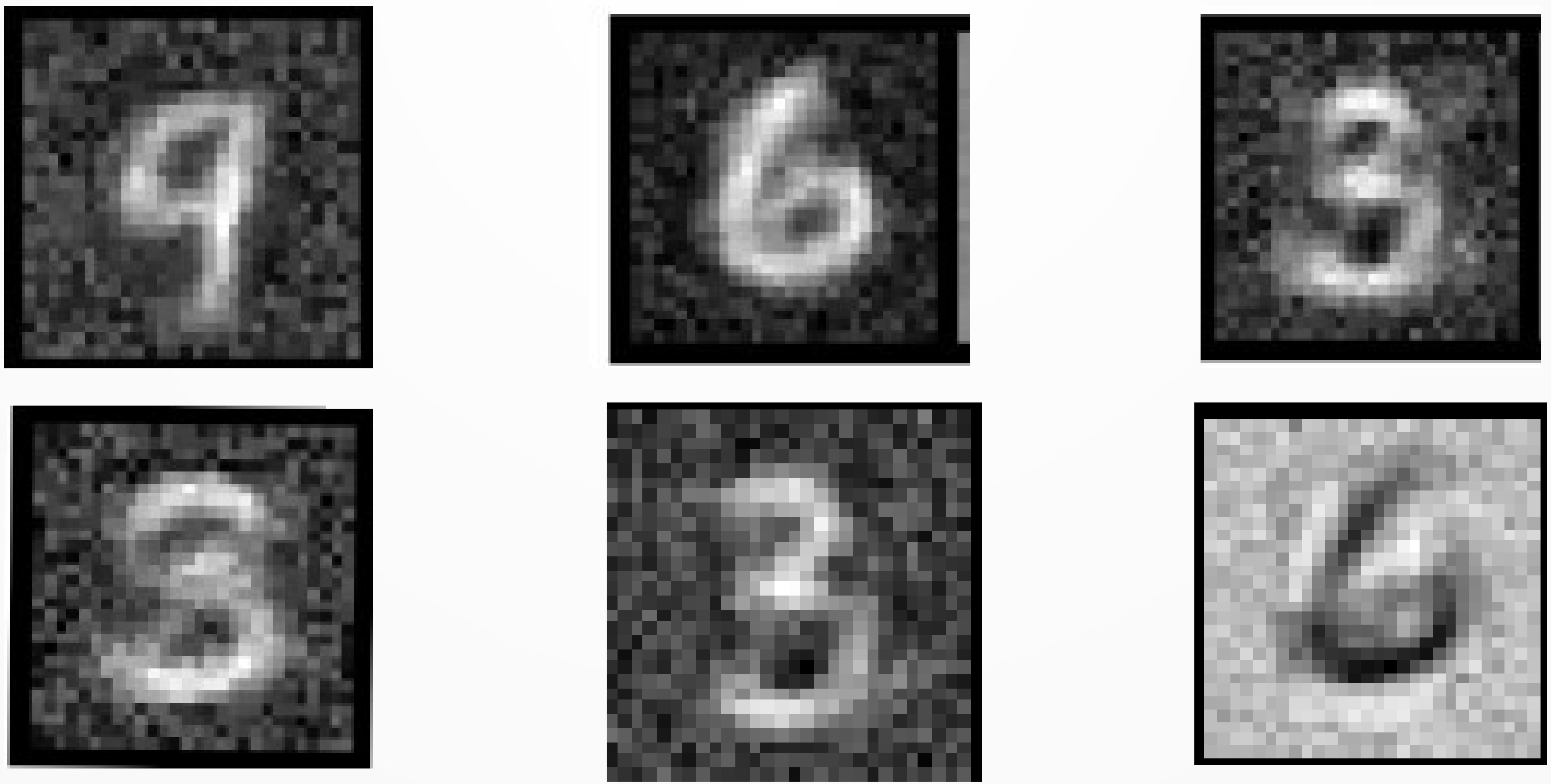


Все 100000 семплов

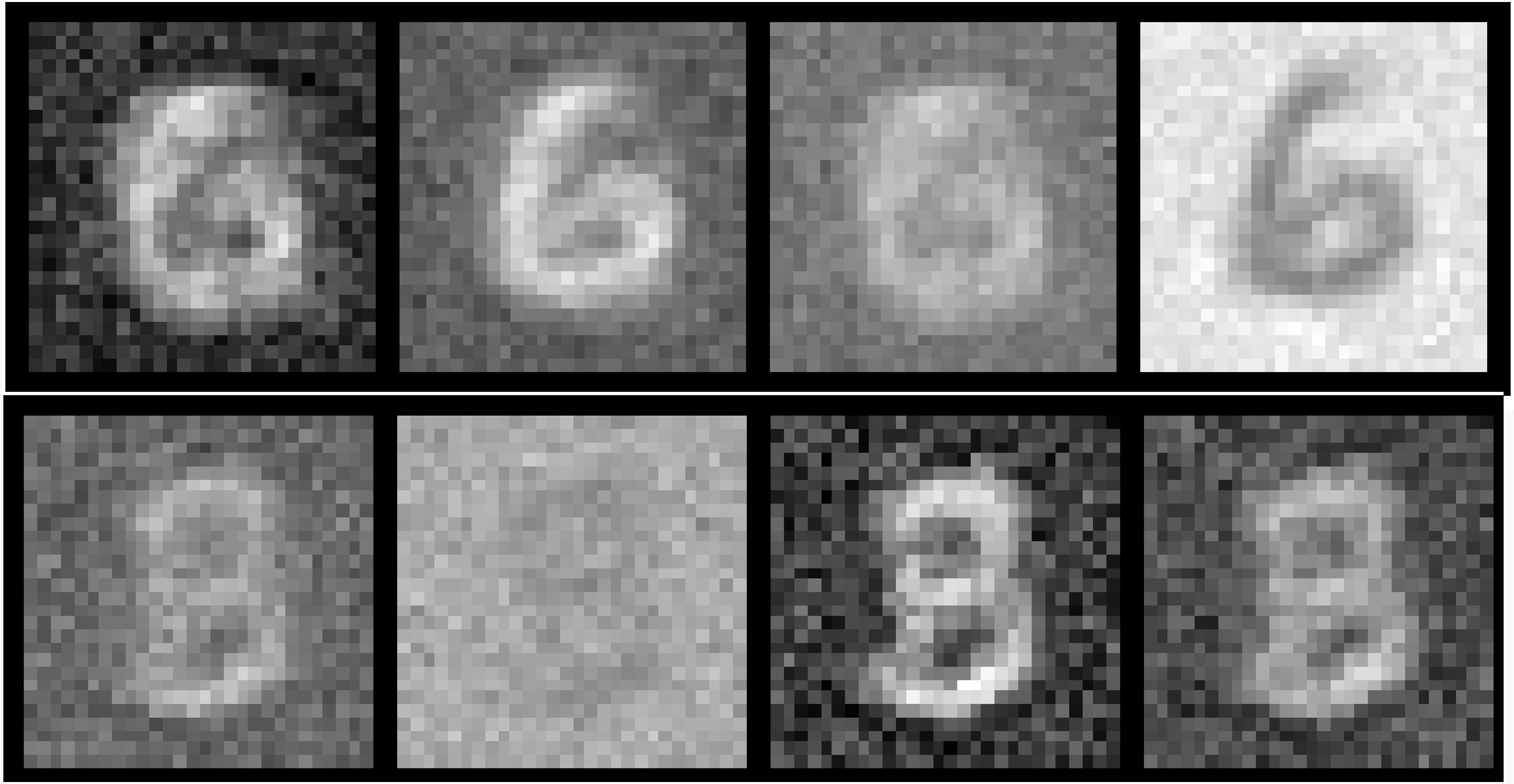
Про параметры на MNISTе

- В качестве дискриминатора использовалась нейронная сеть с 4-мя линейными слоями.
- В качестве функции g — полносвязная нейростеть с 3-мя линейными слоями.
- Размерность m = 10

Результаты на MNIST



Langevin Sampling



Спасибо за внимание!