LOGIKA FUZZY

FUNGSI KEANGGOTAAN

FUNGSI KEANGGOTAAN (*Membership function*)

adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai/derajat keanggotaannya yang memiliki interval antara 0 sampai 1.

Salah satu cara untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi.

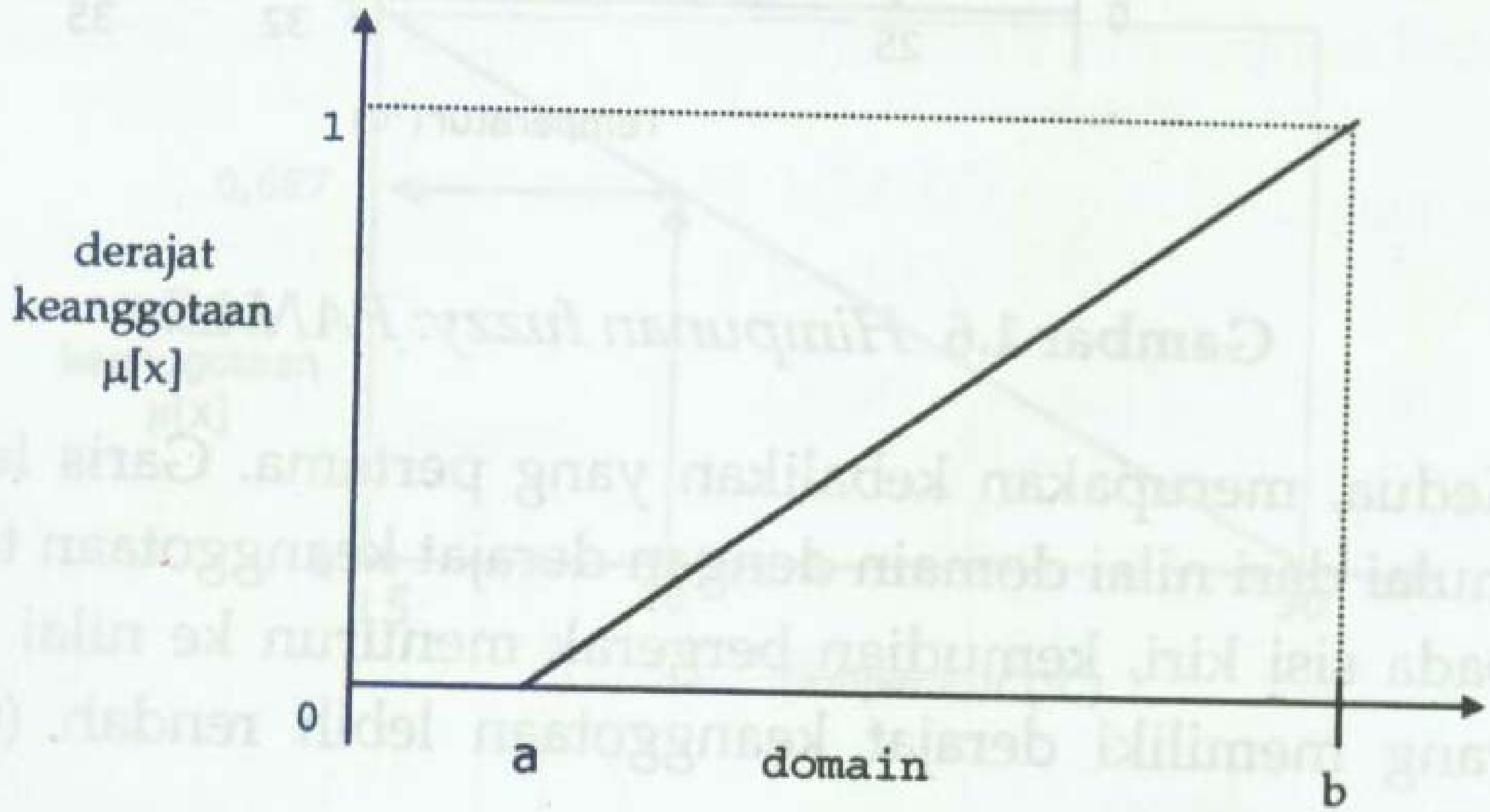
Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan:

a. Representasi Linear
b. Representasi Kurva Segitiga
c. Representasi Kurva Trapesium
d. Representasi Kurva bentuk Bahu
e. Representasi Kurva-S
f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng, ada 3 jenis, Kurva PI, Kurva Beta dan Kurva GAUSS
g. Koordinat Keanggotaan

a. Representasi Linear

Ada 2 kemungkinan himpunan fuzzy linear yaitu :

1. Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.

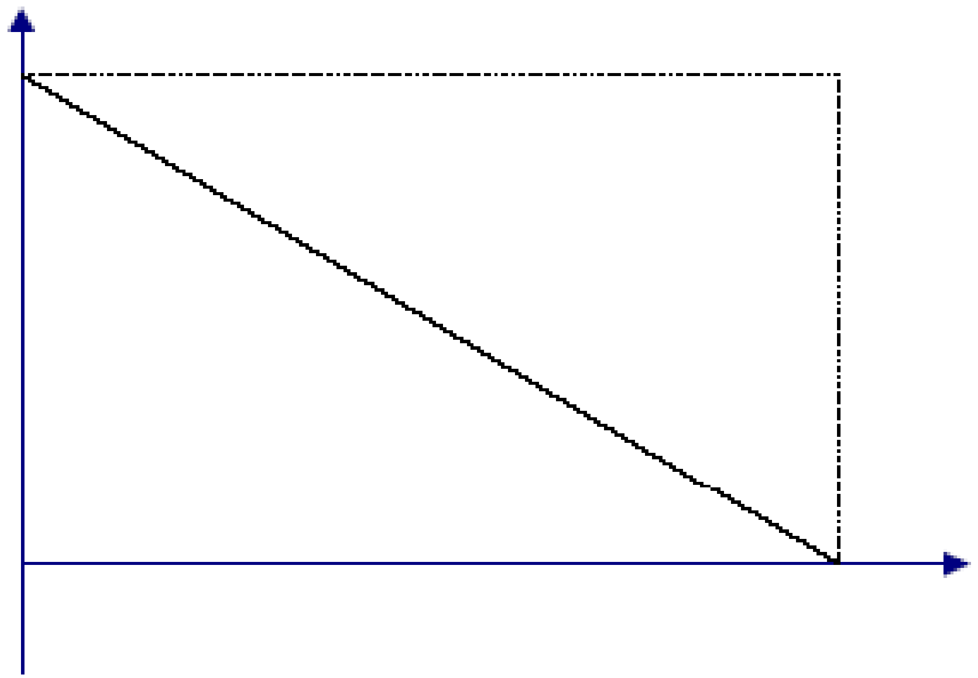


Gambar 1.5 *Representasi Linear Naik.*

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases}$$

2. Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah



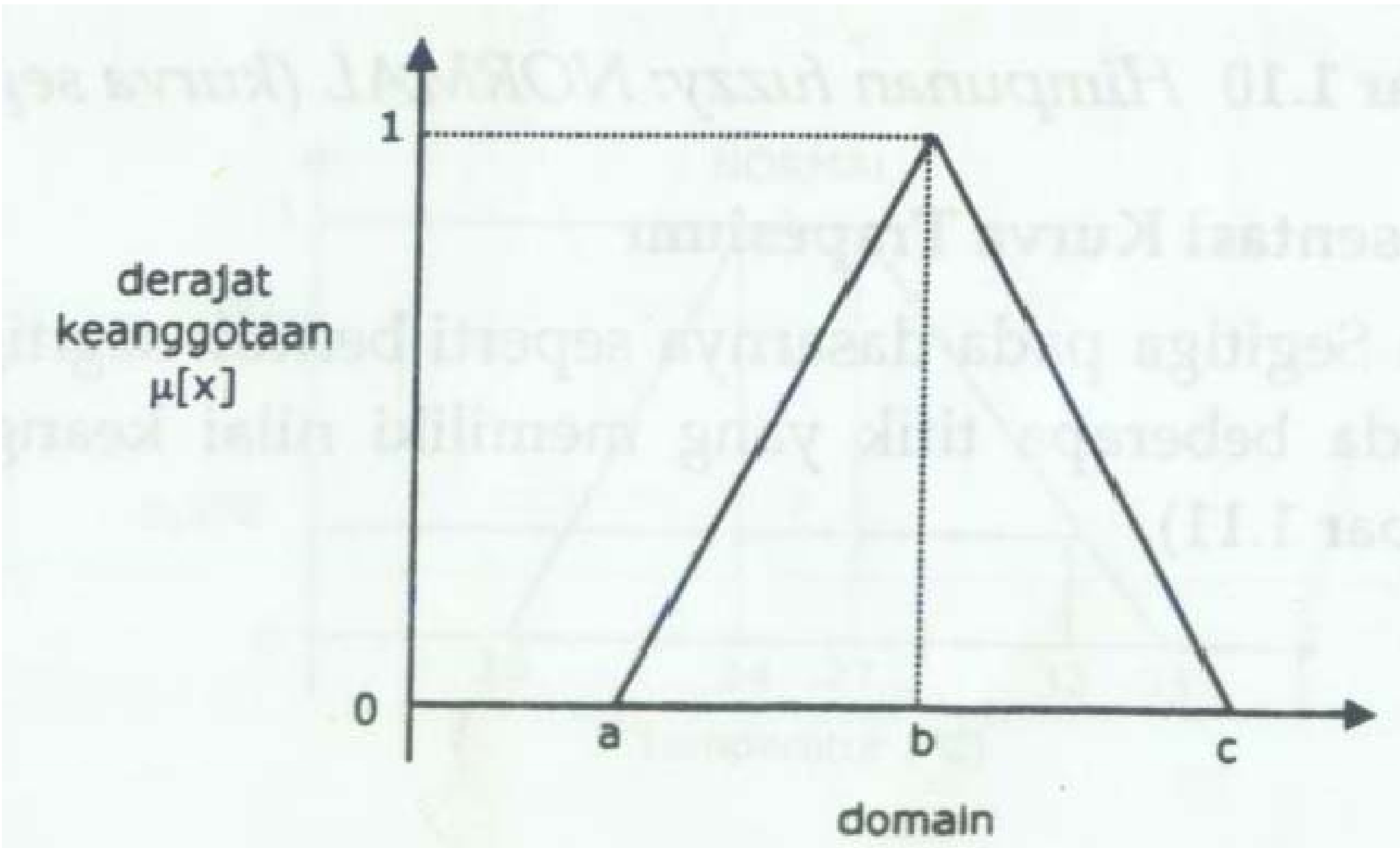
Representasi Linear Turun

Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} (x-a)/(b-a)\,; & a \le x \le b \\ 0; & x \ge b \end{cases}$$

b. Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan **antara** 2 garis (linear)

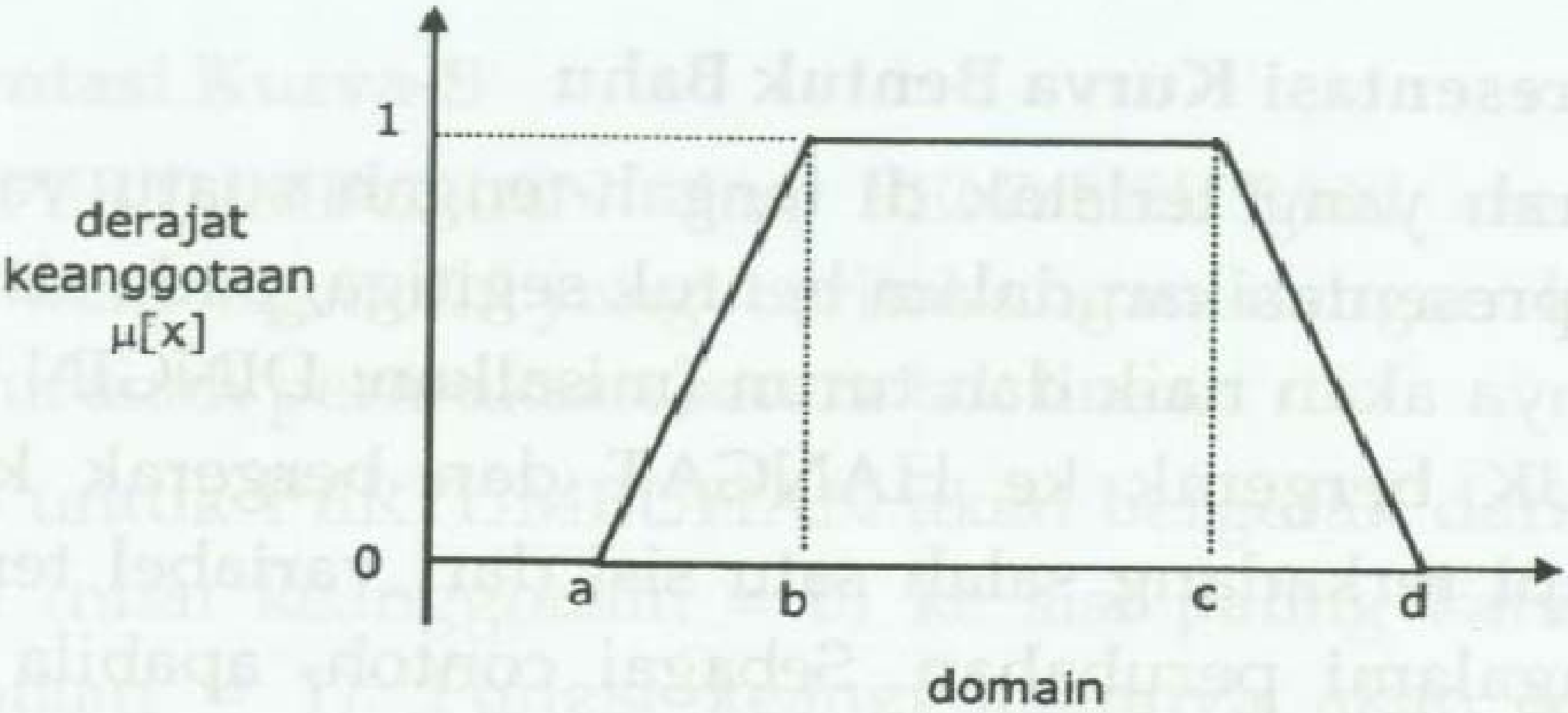


Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \le a \text{ atau } x \ge c \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ (c-x)/(c-b); & b \le x \le c \end{cases}$$

c. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1

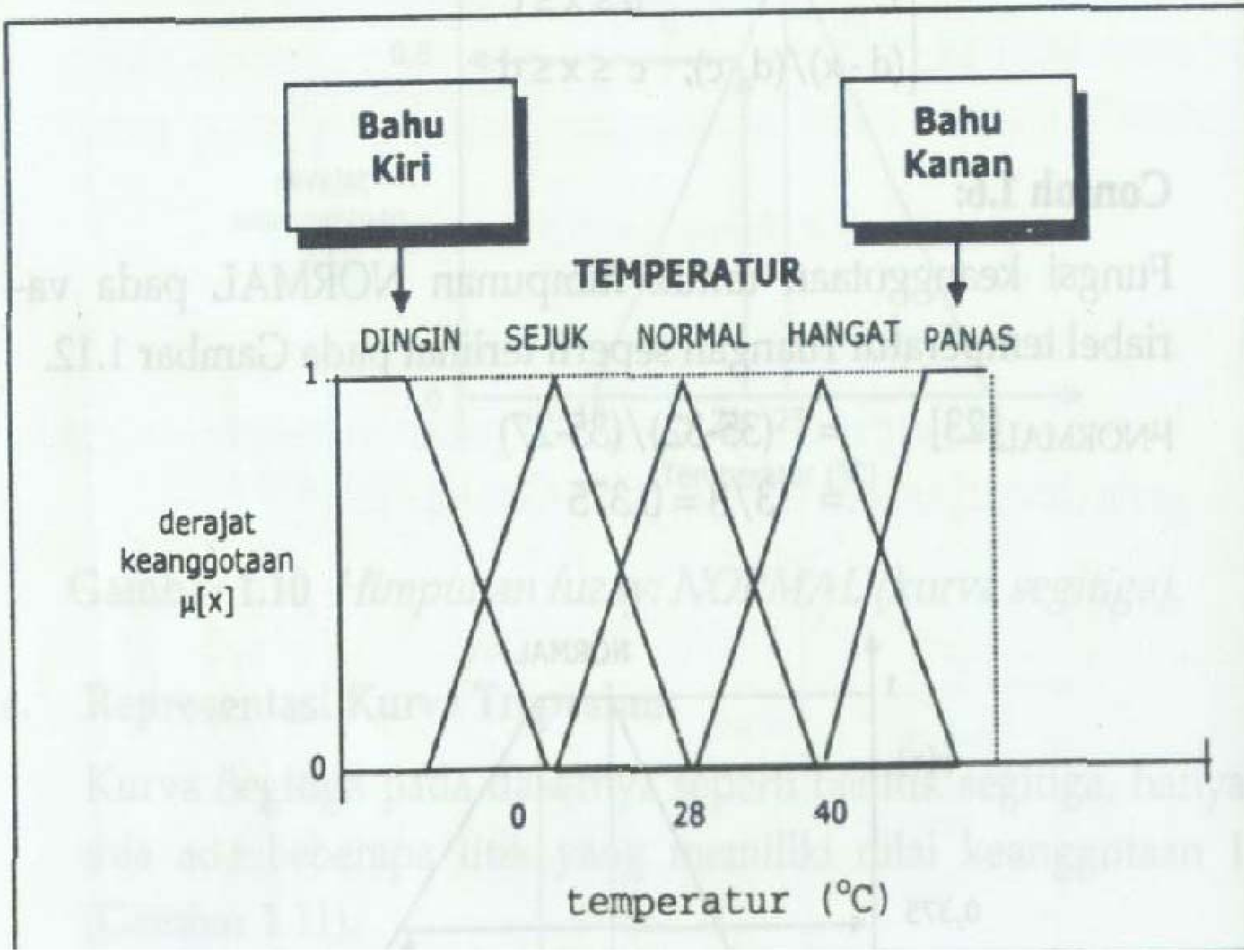


Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \le a \text{ atau } x \ge d \\ (x-a)/(b-a); & a \le x \le b \\ 1; & b \le x \le c \\ (d-x)/(d-c); & c \le x \le d \end{cases}$$

d. Representasi Kurva bentuk Bahu

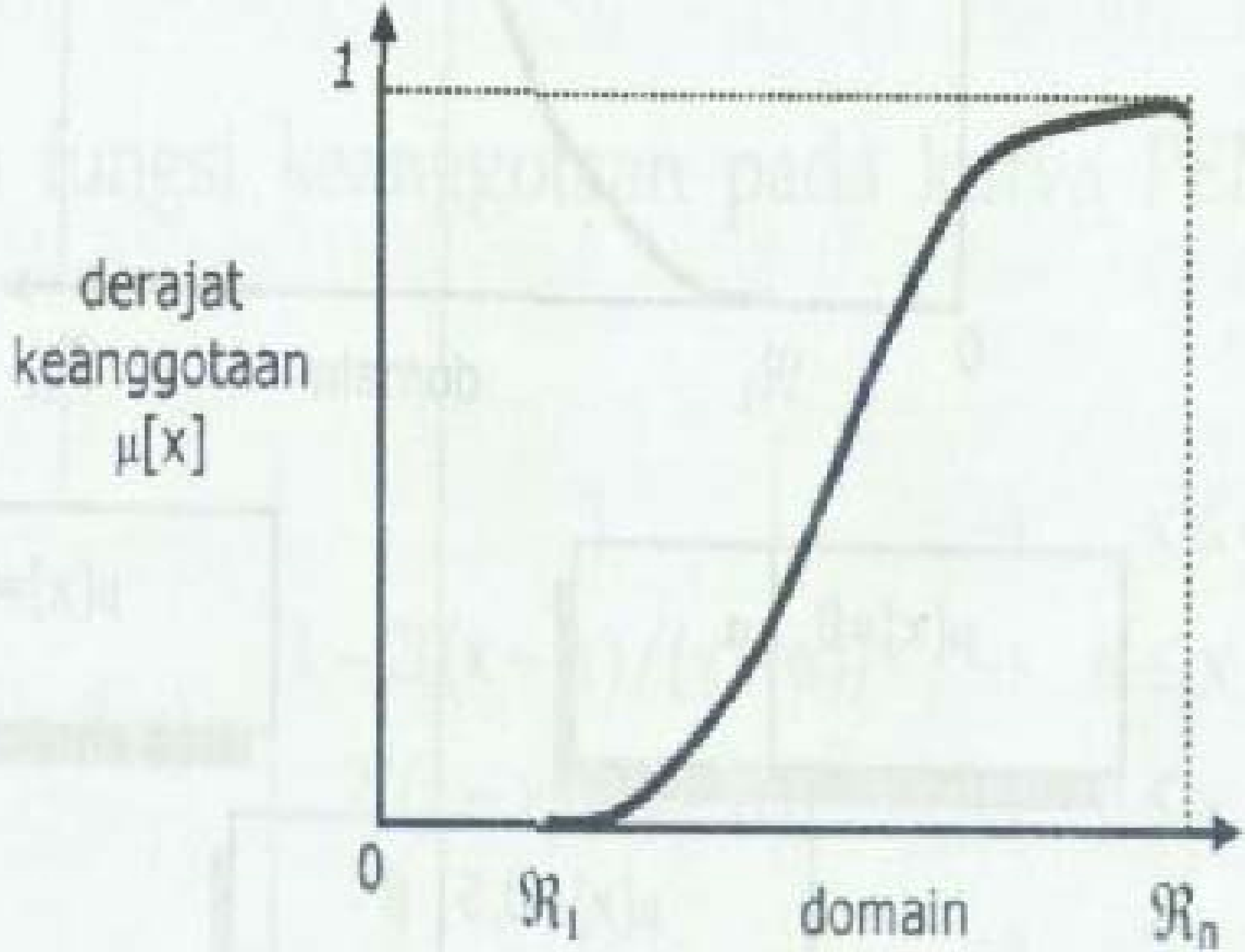
Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.


Bahu
Kiri
Bahu
Kanan
TEMPERATUR
DINGIN
SEJUK
NORMAL
HANGAT
PANAS
1
0
derajat
keanggotaan
μ[x]
0
28
40
temperatur (°C)

e. Representasi Kurva-S

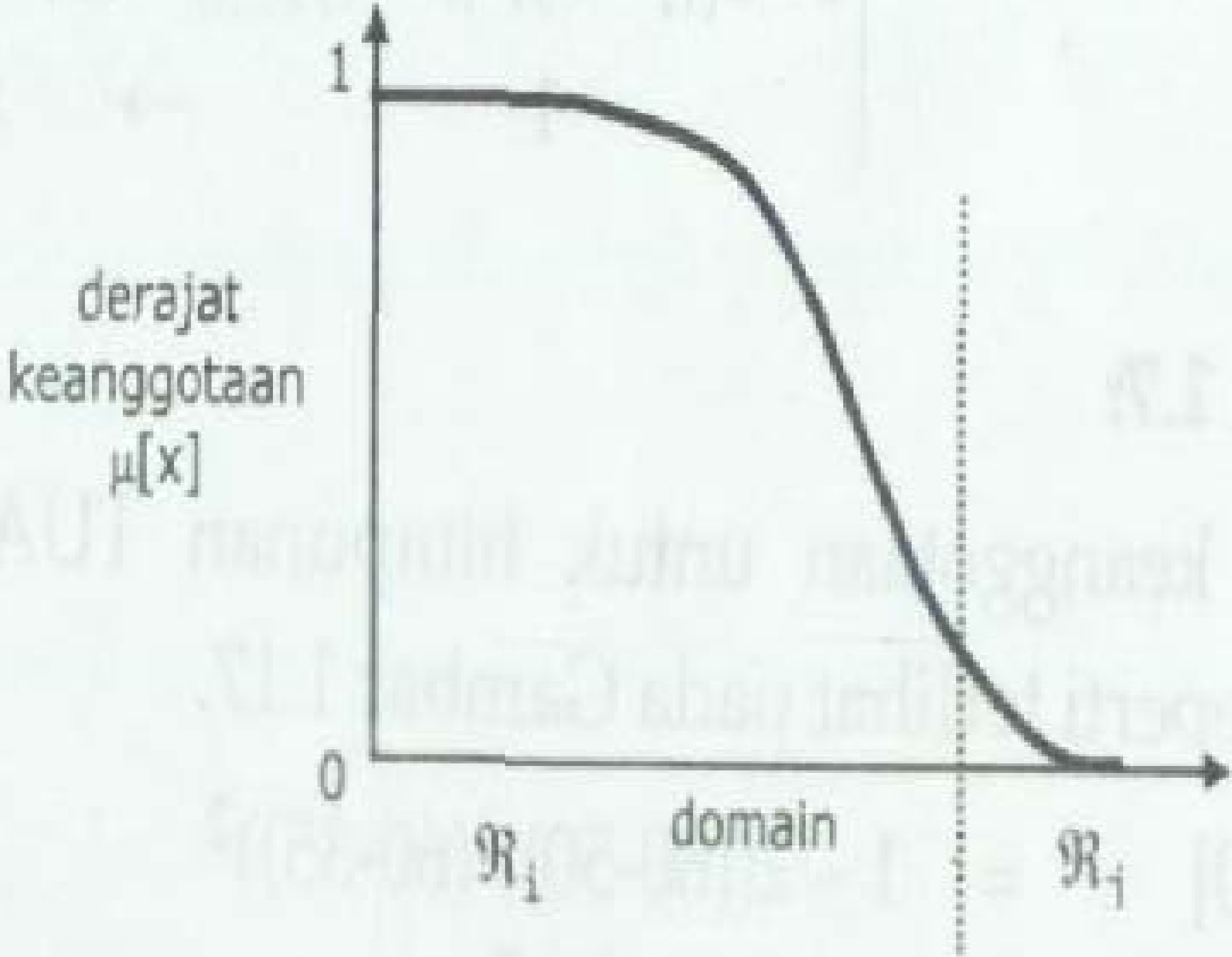
Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi pa-ling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi



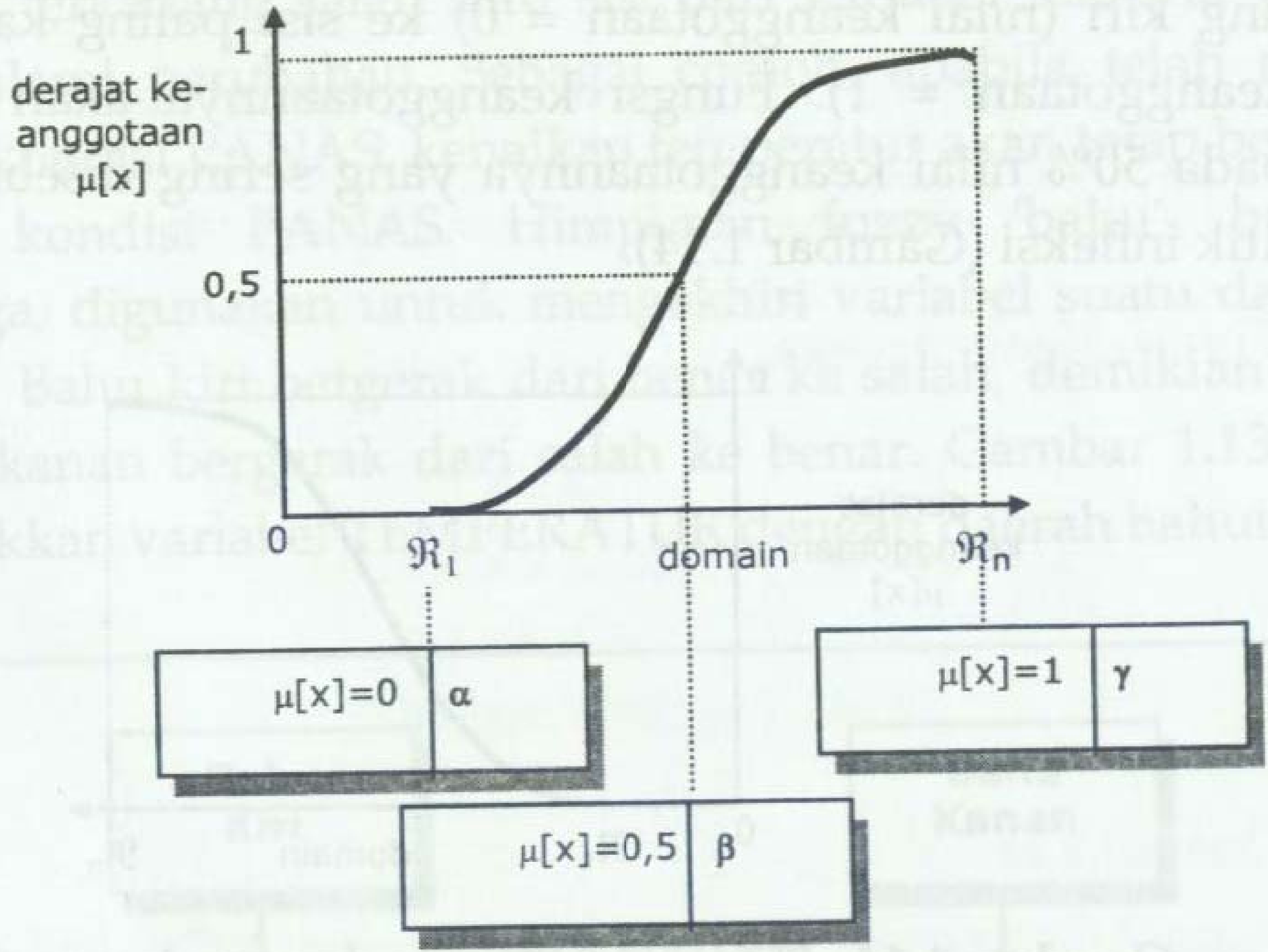
1
derajat
keanggotaan
μ[x]
0
$\Re_1$
domain
$\Re_n$

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan - 0)


1
derajat
keanggotaan
μ[x]
0
domain
ℜ1
ℜj

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu:

- nilai keanggotaan nol (a)
- nilai keanggotaan lengkap (y)
- titik infleksi atau crossover (p) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar.


1
derajat ke-
anggotaan
μ[x]
0,5
0
ℜ1
domain
ℜn
μ[x]=0
α
μ[x]=1
γ
μ[x]=0,5
β

keangotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x;\alpha,\beta,\gamma)=\begin{cases} 0 & \rightarrow \quad x\leq\alpha \\ 2((x-\alpha)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \alpha\leq x\leq\beta \\ 1-2((\gamma-x)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \beta\leq x\leq\gamma \\ 1 & \rightarrow \quad x\geq\gamma \end{cases}$$

Sedangkan fungsi keanggotaan pada kurva PENYUSUTAN adalah

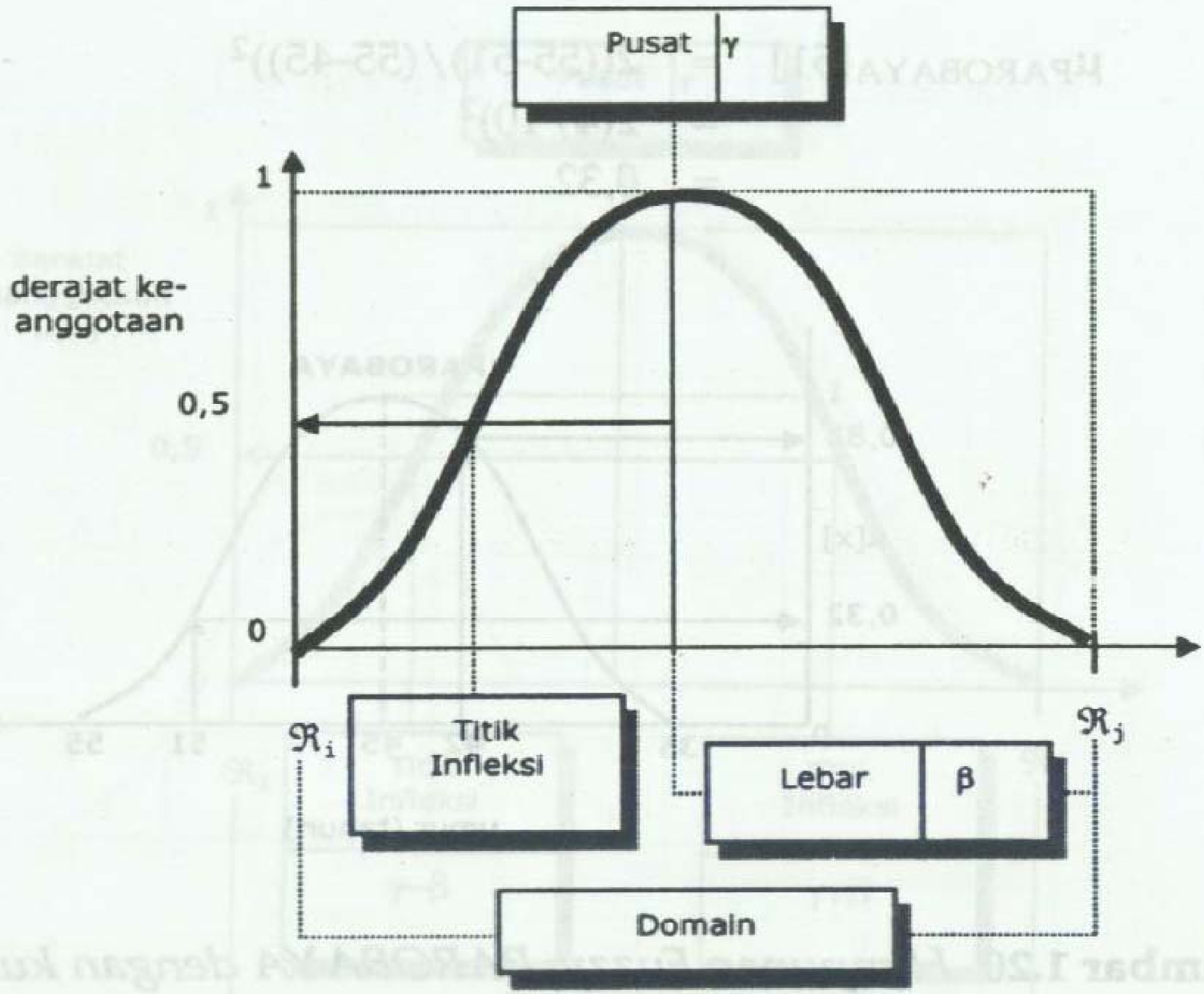
$$S(x;\alpha,\beta,\gamma)=\begin{cases} 1 & \rightarrow \quad x \leq \alpha \\ 1-2((x-\alpha)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((\gamma-x)/(\gamma-\alpha))^2 & \rightarrow \quad \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 & \rightarrow \quad x \geq \gamma \end{cases}$$

f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng

ada 3 jenis yaitu:

- Kurva Pi (π)
- Kurva Beta
- Kurva GAUSS

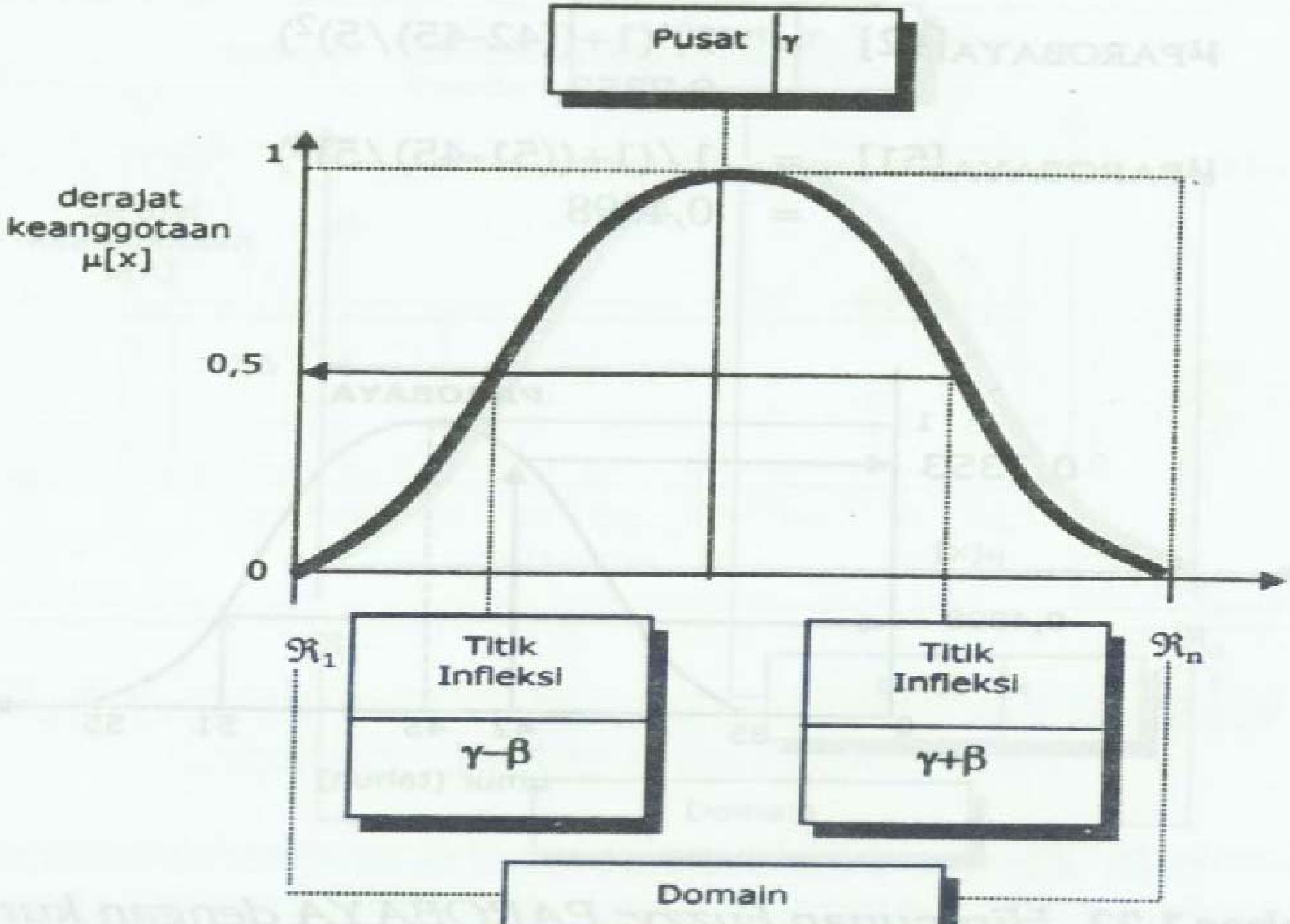
- Kurva π berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β)


Pusat γ
1
derajat ke-anggotaan
0,5
0
ℜi
Titik Infleksi
Lebar β
ℜj
Domain

- Fungsi Keanggotaan:

$$\Pi(x,\beta,\gamma)=\begin{cases} S\left(x;\gamma-\beta,\gamma-\dfrac{\beta}{2},\gamma\right) & \rightarrow \quad x\leq\gamma \\ 1-S\left(x;\gamma,\gamma+\dfrac{\beta}{2},\gamma+\beta\right) & \rightarrow \quad x>\gamma \end{cases}$$

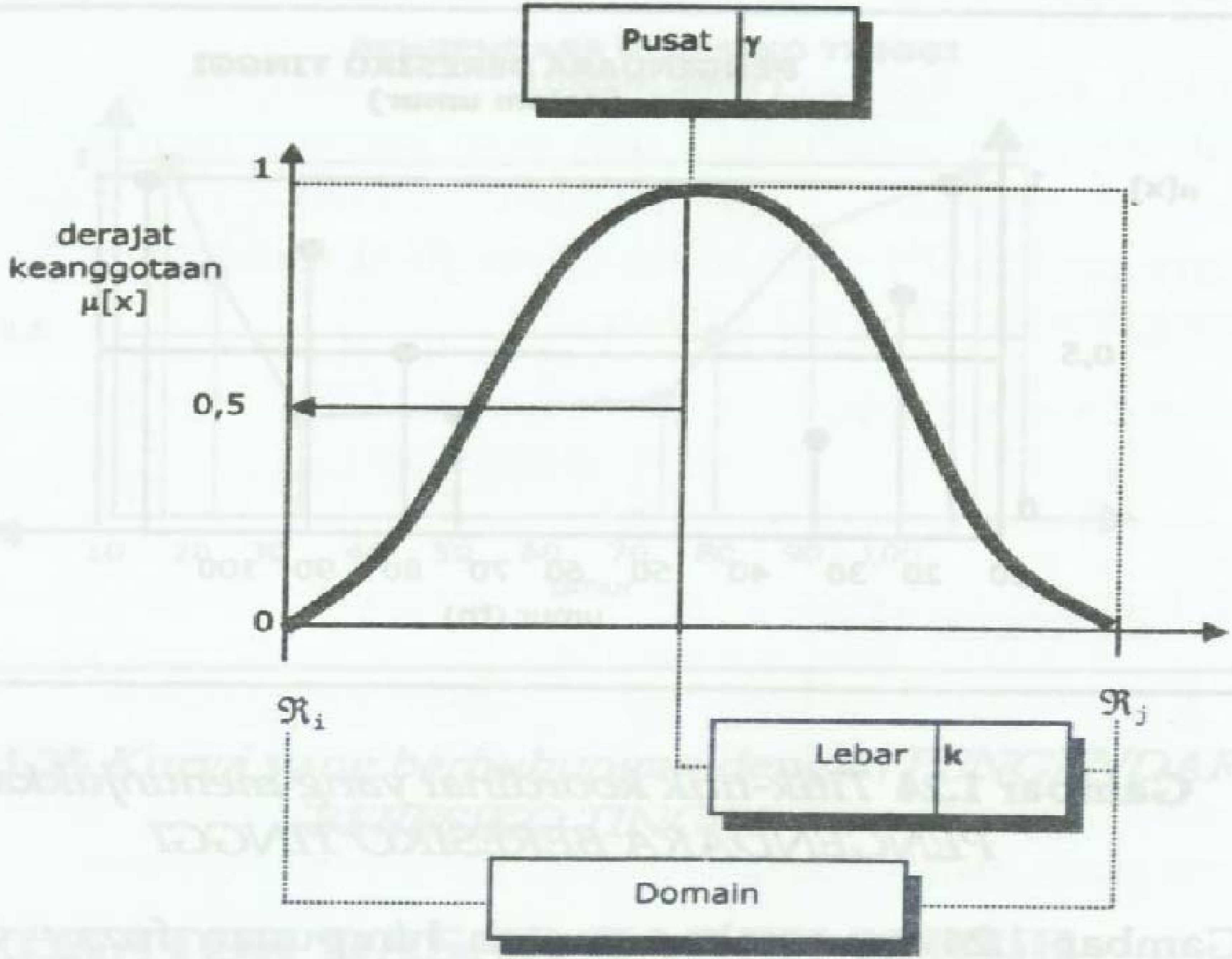
- Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β)


Pusat γ
1
derajat
keanggotaan
μ[x]
0,5
0
ℜ1
Titik
Infleksi
γ–β
Titik
Infleksi
γ+β
ℜn
Domain

Fungsi Keanggotaan:

$$B(x;\gamma,\beta) = \frac{1}{1+\left(\dfrac{x-\gamma}{\beta}\right)^2}$$

- kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva


Pusat
γ
1
derajat
keanggotaan
μ[x]
0,5
0
ℜi
ℜj
Lebar
k
Domain

Fungsi Keanggotaan:

$$G(x;k,\gamma) = e^{-k(\gamma - x)^2}$$

g. Koordinat Keanggotaan

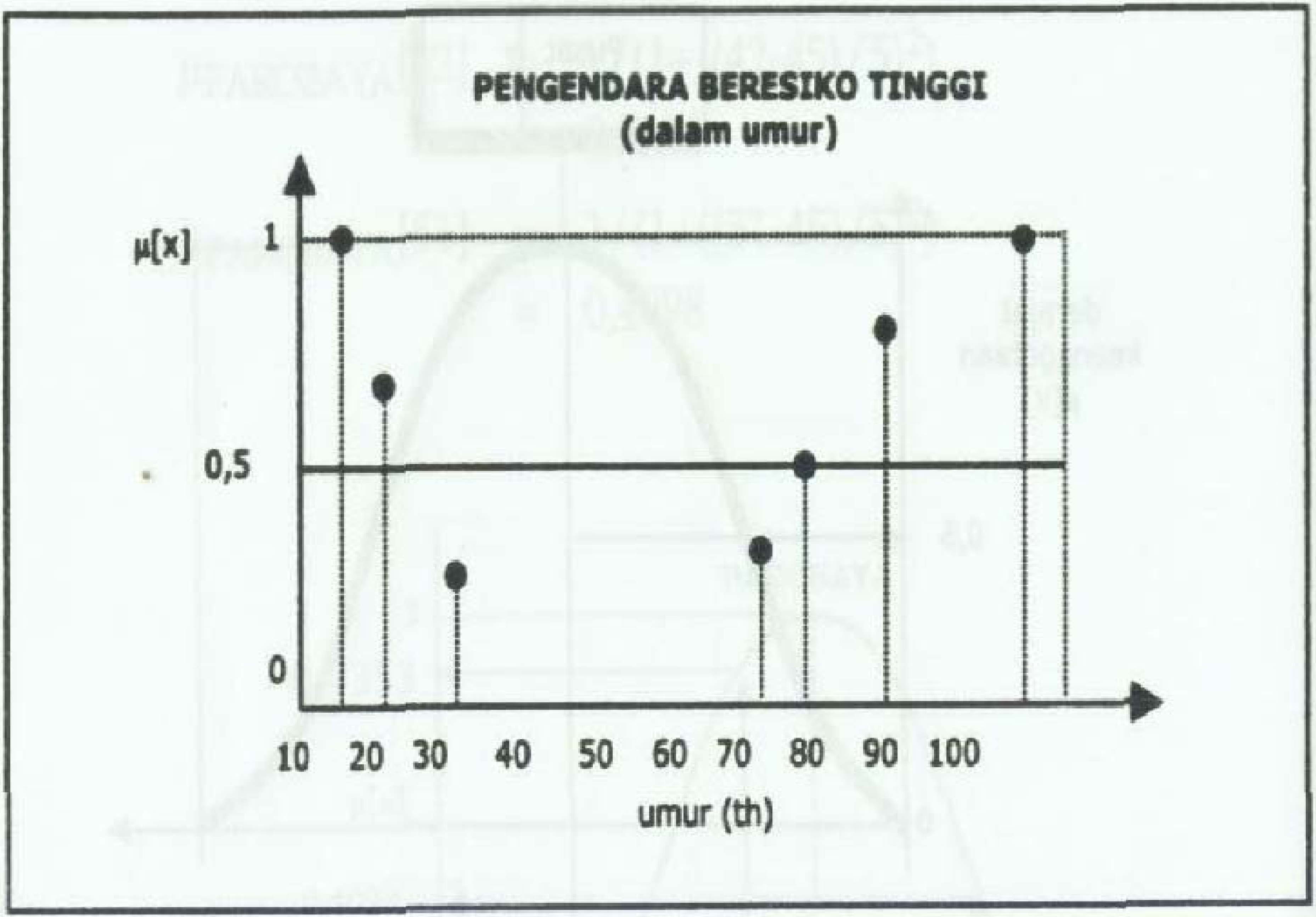
Himpunan fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Nilai keanggotaan:

Skalar(i)/Derajat(i)

Skalar: nilai yang digambar dari domain himpunan

Derajat: derajat keanggotaan himpunan fuzzynya


PENGENDARA BERESIKO TINGGI
(dalam umur)
μ[x]
1
0,5
0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
umur (th)

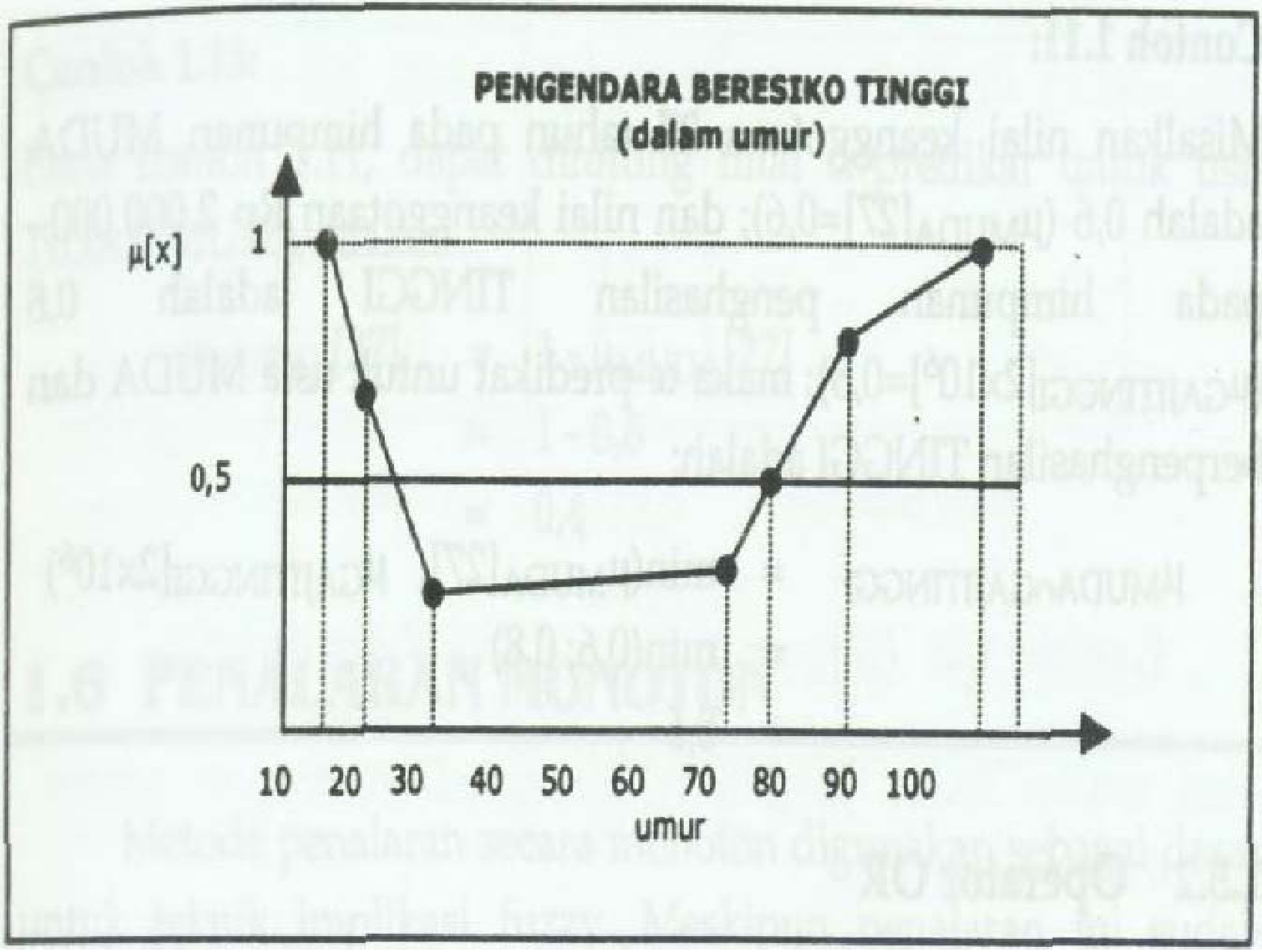
Gambar tsb. merupakan contoh himpunan fuzzy yang diterapkan pada sistem asuransi yang akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usia-nya, akan berbenruk 'U'.

Koordinatnya dapat digambarkan dengan 7 pasangan berurutan sebagai berikut:

- 16/1 21/.6 28/.3 68/.3 76/.5 80/.7 96/1

Gambar tsb memperlihatkan koordinat yang menspesifikasikan titik-titik sepanjang domain himpunan fuzzy. Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yang memiliki nilai kebenaran sama dengan 1.

Apabila titik-titik tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linear untuk mendapatkan permukaan fuzzy-nya


PENGENDARA BERESIKO TINGGI
(dalam umur)
μ[x]
1
0,5
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
umur

WATAK KEKABURAN

Perhatikan pernyataan dibawah ini :

Mesin yang digunakan terus-menerus akan cepat panas

→ kita tidak dapat menentukan dengan tepat batasan terus-menerus, cepat, dan panas

Jika air pancuran terlalu panas maka naikkan aliran air dingin perlahan-lahan

→ kita tidak dapat menentukan dengan tepat batasan terlalu panas, menaikkan, air yang dingin, dan perlahan-lahan

maka solusinya dengan menggunakan
LOGIKA FUZZY *(logika samar)*

VARIABEL LINGUSTIK

- Variabel linguistik = sebuah variabel yang memiliki nilai berupa kata-kata dalam bahasa alamiah bukan angka.
- Mengapa menggunakan kata/kalimat daripada angka ?

  → karena peranan linguistik memang kurang spesifik dibandingkan angka, namun informasi yang disampaikan lebih informatif.

  Contoh, jika "KECEPATAN" adalah variabel linguistik, maka nilai linguistik untuk variabel kecepatan adalah, misalnya "LAMBAT", "SEDANG", "CEPAT". Hal ini sesuai dengan kebiasaan manusia sehari-hari dalam menilai sesuatu, misalnya: "Ia mengendarai mobil dengan cepat", tanpa memberikan nilai berapa kecepatannya.

- Setiap variabel lingustik berkaitan dengan sebuah fungsi keanggotaan.
- Menurut Wang (1997) definisi formal dari variabel linguistik diberikan sebagai berikut:

  Sebuah variabel linguistik dikarakterisasi oleh (X, T(x), U, M), dimana :
  - X = Nama variabel (variabel linguistik) yang menjadi objek
  - T(x) = Himpunan semua istilah (nilai-nilai) linguistik yang terkait dengan (nama) variabel (X) yang menggambarkan objek tersebut
  - U = Domain fisik aktual/ruang lingkup dimana variabel linguistik X mengambil nilai-nilai kuantitatifnya/nilai numeris (crisp) → himpunan semesta
  - M = Suatu aturan semantik yang menghubungkan setiap nilai linguistik dalam T dengan suatu himpunan fuzzy dalam U.

Dari contoh diatas, maka diperoleh:

- X = kecepatan
- U = [0 , 100] → maksudnya domain/ruang lingkup kecepatan misal dari 0 sampai 100 km/jam
- T(kecepatan) = {lambat, sedang, cepat} → maksudnya variabel kecepatan terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy yaitu lambat, sedang, cepat

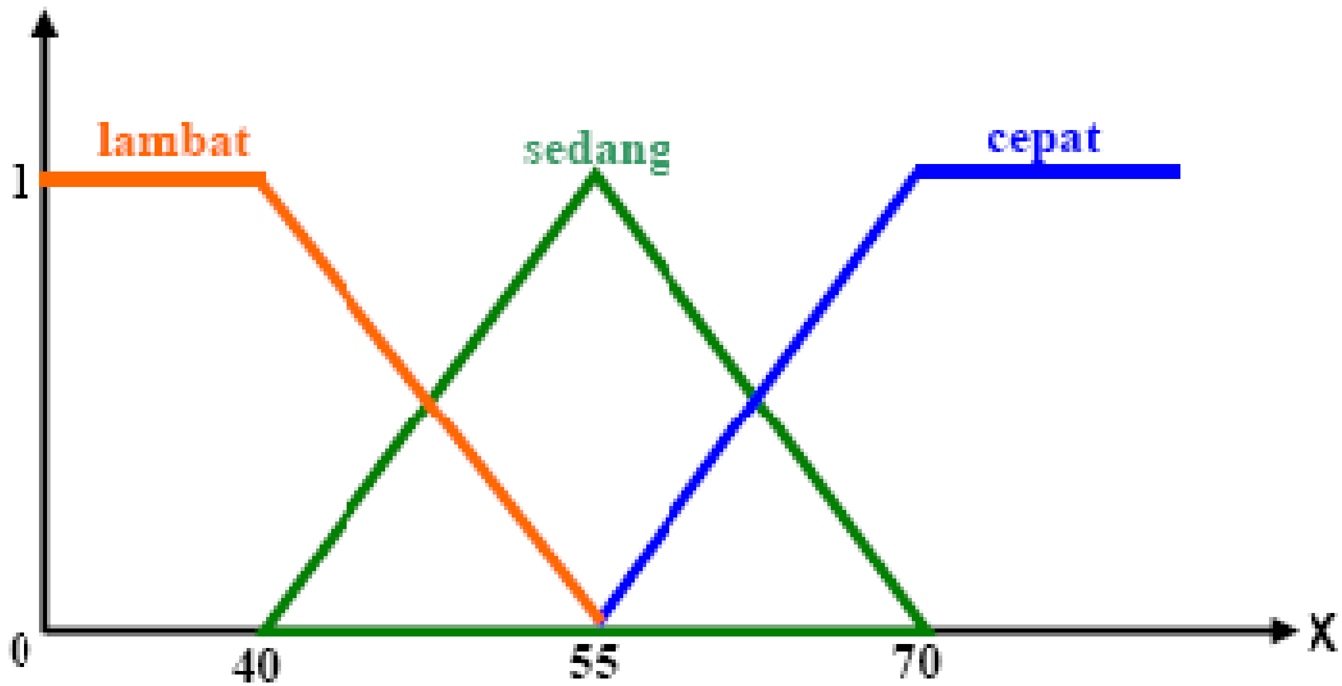
  Maka M untuk setiap X, M(x) adalah: M(lambat), M(sedang), M(cepat)

  M(lambat) = himpunan fuzzynya "kecepatan dibawah 40 Km/jam" dengan fungsi keanggotaan μ_{lambat}

  M(sedang) = himpunan fuzzynya "kecepatan mendekati 55 Km/jam" dengan fungsi keanggotaan μ_{sedang}.

  M(cepat) = himpunan fuzzynya "kecepatan diatas 70 Km/jam" dengan fungsi keanggotaan μ_{cepat}.

Gambar grafik fungsi keanggotaannya sebagai berikut :



Grafik fungsi keanggotaan kecepatan

Sehingga himpunan fuzzy untuk :

M(lambat) = {(0,1),(1,1),(2,1), … , (40,1), …,
(47,0.533), …, (55,0), (56,0), …,(100,0)}

M(sedang) = {(0,0),(1,0),(2,0), … , (40,0), …,(47,0.533),
…, (55,1), (56,0.933), … ,(100,0)}

M(cepat) = {(0,0),(1,1),(2,1), … , (40,1), …,(47,0), …,
(55,0), (56,0.066),…,(68,0.866) (70,1),…,
(100,1)}

OPERASI DASAR HIMPUNAN FUZZY (Operator Zadeh)

Digunakan untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan disebut *fire strength* atau *α predikat.*

- Operator AND
- Operator OR
- Operator NOT

Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu A \cap B = \min(\mu A[x], \mu B[y])$$

Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan

α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu AUB = \max(\mu A[x], \mu B[y])$$

Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen himpunan.

α-predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu A' = 1 - \mu A[x]$$

Operator	Operasi	Fungsi keanggotaan
AND	Intersection	$\mu_{(A \cap B)}(x) = \min[\mu A(x), \mu B(x)]$
OR	Union	$\mu_{(A \cup B)}(x) = \max[\mu A(x), \mu B(x)]$
NOT	Complement	$\mu_A{}^c(x) = 1 - \mu A(x)$

Contoh :

$U = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{(1,0), (2,0.2), (3,0.6), (4,0.9), (5,1), (6,0.8)\}$

$B = \{(1,0.8), (2,1), (3,0.7), (4,0.4), (5,0.1), (6,0)\}$

Maka α predikat untuk :

$A^c = \{(1,1), (2,0.8), (3,0.3), (4,0.1), (5,0), (6,0.2)\}$

$B^c = \{(1,0.2), (2,0), (3,0.3), (4,0.6), (5,0.9), (6,1)\}$

$A \cap B = \{(1,0), (2,0.2), (3,0.6), (4,0.4), (5,0.1), (6,0)\}$

$A \cup B = \{(1,0.8), (2,1), (3,0.7), (4,0.9), (5,1), (6,0.8)\}$

Misal derajat keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0.6 ($\mu MUDA[27] = 0.6$)

Derajat keanggotaan Rp.2 juta pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0.8

($\mu GAJITINGGI[2juta] = 0.8$)

maka α predikat untuk usia MUDA dan berpenghasilan TINGGI :

$$\mu MUDA \cap \mu GAJITINGGI = \min(\mu MUDA[27], \mu GAJITINGGI[2juta]) = \min(0.6, 0.8) = 0.6$$

ATURAN (RULE) IF-THEN FUZZY

- Aturan IF-THEN fuzzy adalah penyataan IF-THEN dimana beberapa kata-kata dalam pernyataan tersebut ditentukan oleh fungsi keanggotaan.
- Aturan produksi fuzzy adalah relasi fuzzy antara dua proposisi fuzzy. Aturan tersebut dinyatakan dalam bentuk:

IF (proposisi fuzzy 1) THEN (proposisi fuzzy 2)

Disebut anteceden/premis Disebut consequent/kesimpulan

- Proposisi fuzzy adalah memiliki derajat kebenaran yang dinyatakan dalam suatu bilangan dalam bentuk interval [0,1], dimana benar dinyatakan oleh nilai 1 dan salah dinyatakan oleh nilai 0.

- Premis dari aturan fuzzy dapat memiliki lebih dari satu bagian (premis1, premis2, …dst), semua bagian dari premis dihitung secara simultan dan diselesaikan untuk sebuah nilai tunggal dengan penggunakan operator fuzzy dalam himpunan fuzzy.

IF premis 1 AND premis 2 THEN kesimpulan 1 AND kesimpulan 2

Dimana : AND adalah operator fuzzy

Premis 1 dan premis 2 berupa variabel masukan

Kesimpulan 1 dan kesimpulan 2 berupa variabel keluaran

Contoh :

IF permintaan turun AND persediaan banyak THEN produksi barang berkurang

IF permintaan naik AND persediaan sedikit THEN produksi barang bertambah

dimana :

Permintaan, persediaan : variabel masukan

Produksi barang : variabel keluaran

Turun, naik : kategori himpunan fuzzy dari permintaan

Banyak, sedikit : kategori himpunan fuzzy dari persediaan

Berkurang, bertambah : kategori himpunan fuzzy dari produksi barang

PENALARAN MONOTON

Metode ini digunakan sebagai dasar untuk teknik implikasi fuzzy. Jika 2 daerah fuzzy direalisasikan dengan implikasi sederhana sebagai berikut:

IF x is A THEN y is B

transfer fungsi:

$$Y = f((x, A), B)$$

Maka sistem fuzzy dapat berjalan tanpa harus melalui komposisi dan dekomposisi fuzzy. Nilai output dapat diestimasi secara langsung dari nilai keanggotaan yang berhubungan dengan antesedennya.

FUNGSI IMPLIKASI

Bentuk umum aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi:

IF x is A THEN y is B

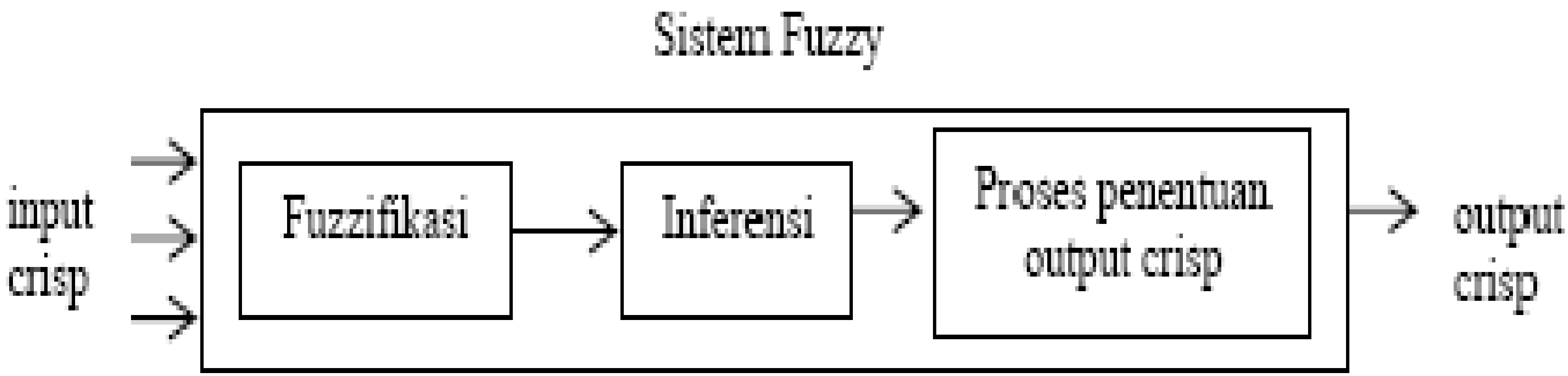
Dengan x dan y adalah skalar, A dan B adalah himpunan fuzzy. Proposisi yang mengikuti IF disebut anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut konsekuen.

Secara umum, ada dua fungsi implikasi, yaitu:

1. Min (minimum), fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy
2. Dot *(product)*, fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy

TAHAPAN MEMBANGUN SISTEM FUZZY

Tahapan membangun sistem fuzzy tergantung metode yang digunakan, karena banyak teori/metode untuk membangun sistem fuzzy. Namun secara garis besar dapat disimpulkan sebagai berikut :



Fuzzifikasi

adalah mengambil masukan nilai crisp dan menentukan derajat dimana nilai-nilai tersebut menjadi anggota dari setiap himpunan fuzzy yang sesuai

→ membuat fungsi keanggotaan

Contoh : masukan crisp 75 derajat ditransformasikan sebagai panas dalam bentuk fuzzy dengan derajat keanggotaan 0.80.

Inferensi

- mengaplikasikan aturan pada masukan fuzzy yang dihasilkan dalam proses fuzzyfikasi
- mengevaluasi tiap aturan dengan masukan yang dihasilkan dari proses fuzzyfikasi dengan mengevaluasi hubungan atau derajat keanggotaan anteceden/premis setiap aturan.
- derajat keanggotaan/nilai kebenaran dari premis digunakan untuk menentukan nilai kebenaran bagian consequent/kesimpulan

Proses penentuan Output Crisp

- Tergantung teori/metode yang digunakan