树上搜索及相关应用

更多的相关题目

汪直方

宁波市镇海蛟川书院

2024 年 4 月 9 日

1 树上搜索入门

2 搜索序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门
- 树上深度优先搜索
- 树上广度优先搜索
- 树形动规

2 搜索序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1. 树上搜索入门
   - 树上深度优先搜索
   - 树上广度优先搜索
   - 树形动规
2. 搜索序
3. 常见考察结构
4. 树上差分
5. 树链剖分

1 树上搜索入门
- 树上深度优先搜索
- 树上广度优先搜索
- 树形动规

2 搜索序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门
- 树上深度优先搜索
- 树上广度优先搜索
- 树形动规

2 搜索序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门

2 搜索序
- dfs 序
- bfs 序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门

2 搜索序

- dfs 序
- bfs 序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门
2 搜索序
- dfs 序
- bfs 序
3 常见考察结构
4 树上差分
5 树链剖分

1 树上搜索入门
- 树的直径
- 树的重心
- 最近公共祖先

2 搜索序

3 常见考察结构
- 虚树

4 树上差分

5 树链剖分

1. 树上搜索入门
2. 搜索序
3. 常见考察结构
   - 树的直径
   - 树的重心
   - 最近公共祖先
   - 虚树
4. 树上差分
5. 树链剖分

1 树上搜索入门

2 搜索序

3 常见考察结构
- 虚树
- 树的直径
  - We Need More Bosses
  - Choosing Two Paths
- 树的重心
- 最近公共祖先

4 树上差分

5 树链剖分

Problem (We Need More Bosses)

给一张无向图，要求找一对 S 和 T，使得其路径上的割边是最多的，输出其数量。

数据范围：$2 \leqslant n \leqslant 3 \times 10^5, n-1 \leqslant m \leqslant 3 \times 10^5$。

Problem (We Need More Bosses)

给一张无向图，要求找一对 S 和 T，使得其路径上的割边是最多的，输出其数量。

数据范围：$2 \leqslant n \leqslant 3 \times 10^5, n-1 \leqslant m \leqslant 3 \times 10^5$。

Solution

将边双缩点后求树的直径端点即可。

Problem (Choosing Two Paths)

有一棵树，从中选取 2 条链，其中任何一条链的端点不能被另一条链包含，求这两条链，使这两条链的公共的点的部分最长，若有相同解，使得总长度最长。

数据范围：$6 \leqslant n \leqslant 2 \times 10^5$。

Solution

我们找到树中有两个或更多儿子的结点。显然只有这些结点才能为公共部分点的端点。以这些点为新的叶子结点，树的直径即可。

Solution

我们找到树中有两个或更多儿子的结点。显然只有这些结点才能为公共部分点的端点。以这些点为新的叶子结点，树的直径即可。

关于总长度最长，可以在最长路的基础上优先选择从端点向外两条最长链之和最长的一个即可。

1 树上搜索入门

2 搜索序

3 常见考察结构
- 虚树
- 树的直径
- 树的重心
- 最近公共祖先

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门

2 搜索序

3 常见考察结构

- 虚树
- 树的直径
- 树的重心
- 最近公共祖先

4 树上差分

5 树链剖分

1 树上搜索入门
2 搜索序
3 常见考察结构
4 树上差分
- 例题
- Vasya and a Tree
5 树链剖分

Problem (Vasya and a Tree)

给定一棵点集为 V 的树，初始时 $\forall u \in V, a_u = 0$。q 次操作：给定 $u \in V, d \in \mathbb{N}, x$，对满足 $\operatorname{dist}(v, u) \leqslant d$ 的 $v \in \operatorname{subtree}(u)$ 执行 $a_v \leftarrow a_v + x$。在所有操作后对每个 $u \in V$ 求 a_u。

$1 \leqslant n, q \leqslant 3 \times 10^5$。

Problem (Vasya and a Tree)

给定一棵点集为 V 的树，初始时 $\forall u \in V, a_u = 0$。q 次操作：给定 $u \in V, d \in \mathbb{N}, x$，对满足 $\operatorname{dist}(v, u) \leqslant d$ 的 $v \in \operatorname{subtree}(u)$ 执行 $a_v \leftarrow a_v + x$。在所有操作后对每个 $u \in V$ 求 a_u。

$1 \leqslant n, q \leqslant 3 \times 10^5$。

Solution

对非根结点 u 令 $b_u = a_u - a_{\operatorname{par}(u)}$，对根节点 r 令 $b_r = a_r$。考虑一次操作对 b 的影响：$b_u \leftarrow b_u + x$，对 $\operatorname{dist}(v, u) = d + 1$ 的 $v \in \operatorname{subtree}(u)$ 执行 $b_v \leftarrow b_v + x$。

Solution

注意到最终的 b_u 只与其到根链中结点的操作有关，我们令 $f_{u,i}$ 表示 u 到根链中结点的操作使 $\mathrm{dep}(v) = i$ 的 $v \in \mathrm{subtree}(u)$ 的 b_v 加的值，在 dfs 的过程中维护当前结点的 f，我们只需在递归和回溯时进行 $\Theta(q)$ 次修改即可。

Solution

注意到最终的 b_u 只与其到根链中结点的操作有关，我们令 $f_{u,i}$ 表示 u 到根链中结点的操作使 $\mathrm{dep}(v) = i$ 的 $v \in \mathrm{subtree}(u)$ 的 b_v 加的值，在 dfs 的过程中维护当前结点的 f，我们只需在递归和回溯时进行 $\Theta(q)$ 次修改即可。

根据 b 我们可以在 $\Theta(n)$ 的时间复杂度求出 a。

Solution

注意到最终的 b_u 只与其到根链中结点的操作有关，我们令 $f_{u,i}$ 表示 u 到根链中结点的操作使 $\mathrm{dep}(v) = i$ 的 $v \in \mathrm{subtree}(u)$ 的 b_v 加的值，在 dfs 的过程中维护当前结点的 f，我们只需在递归和回溯时进行 $\Theta(q)$ 次修改即可。

根据 b 我们可以在 $\Theta(n)$ 的时间复杂度求出 a。

时间复杂度 $\Theta(n + q)$。

1 树上搜索入门

2 搜索序

3 常见考察结构

4 树上差分

5 树链剖分