

Simone Canevarolo  
S269893  
24 gennaio 2025  
s269893@studenti.polito.it

## ESAME DI LABORATORIO COMPUTAZIONALE DI SCAMBIO TERMICO

### Descrizione del problema

Il problema riguarda la sezione di un conduttore cavo, con passaggio di fluido all'interno e lambito esternamente da un altro fluido con i quali si trova in stato di convezione termica.

Periodicamente, vi è un'alterazione delle condizioni del problema iniziale: per un tempo di 30 secondi, internamente scorre infatti un fluido a temperatura minore ma con stesso coefficiente convettivo. Dopo questo tempo e fino al periodo seguente, della durata di 250 s, le condizioni iniziali vengono ripristinate nei tubi.

### Discretizzazione

Al fine di rispondere alle richieste del problema, si deve partire dalla discretizzazione dell'equazione generale.

Conoscendo infatti la seguente formulazione in derivate parziali, valida per qualsiasi problema:

$$\rho \, cp \, \frac{\partial T}{\partial t} = \ddot{q} + \frac{\partial T}{\partial x} \left( k(T) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) - h \frac{As}{V} (T - T_f)$$

posso discretizzare e ottenere la seguente equazione

$$T_{i+1}^{m+1} \left( -aa \cdot \left( 1 + \frac{\Delta r}{2 \cdot rr} \right) \right) + T_i^{m+1} (1 + 2 \cdot aa) + T_{i-1}^{m+1} \left( -aa \cdot \left( 1 + \frac{\Delta r}{2 \cdot rr} \right) \right) = T_i^m$$

con

$$aa = \frac{k \cdot \Delta t}{\Delta r^2 \cdot \rho \cdot cp}$$

## Periodicità

Dalla formula del tau, in secondi:

$$\tau = \frac{\rho \, c_p \, V}{h \, A_s}$$

ricavo per il caso corrente, applicando il coefficiente di scambio termico al raggio interno e lo stesso raggio interno ottenuto da semplificazioni della formula, un valore di  $\tau = 5850$  s, all'incirca di 1 ora e 37minuti.

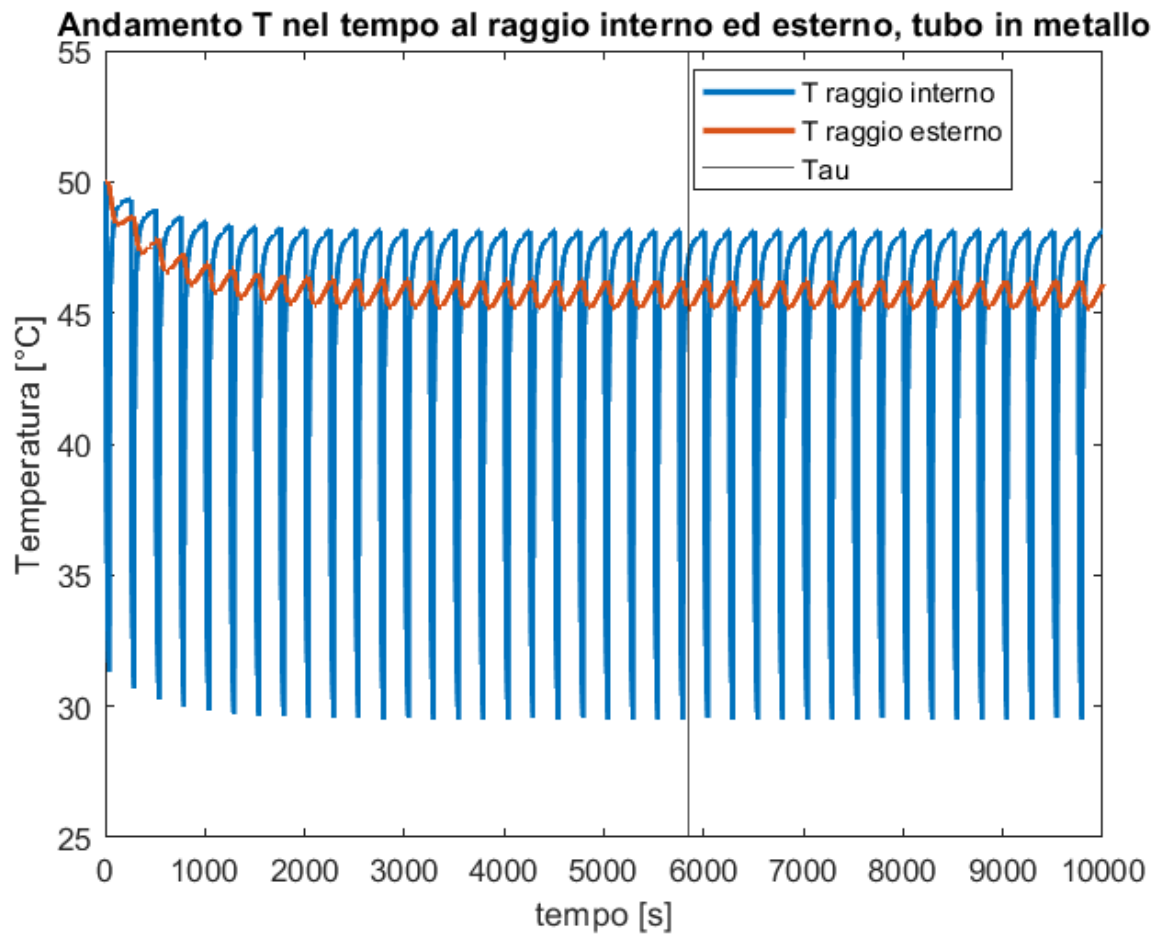
Ciò significa che dopo tale istante di tempo si può considerare l'impianto a regime periodico, dopo oltre 23 cicli di funzionamento. Nel nostro codice, lo considereremo effettivo dal 24esimo nei calcoli.

## Grafici

- **Evoluzione della temperatura al raggio interno ed esterno nel tempo**

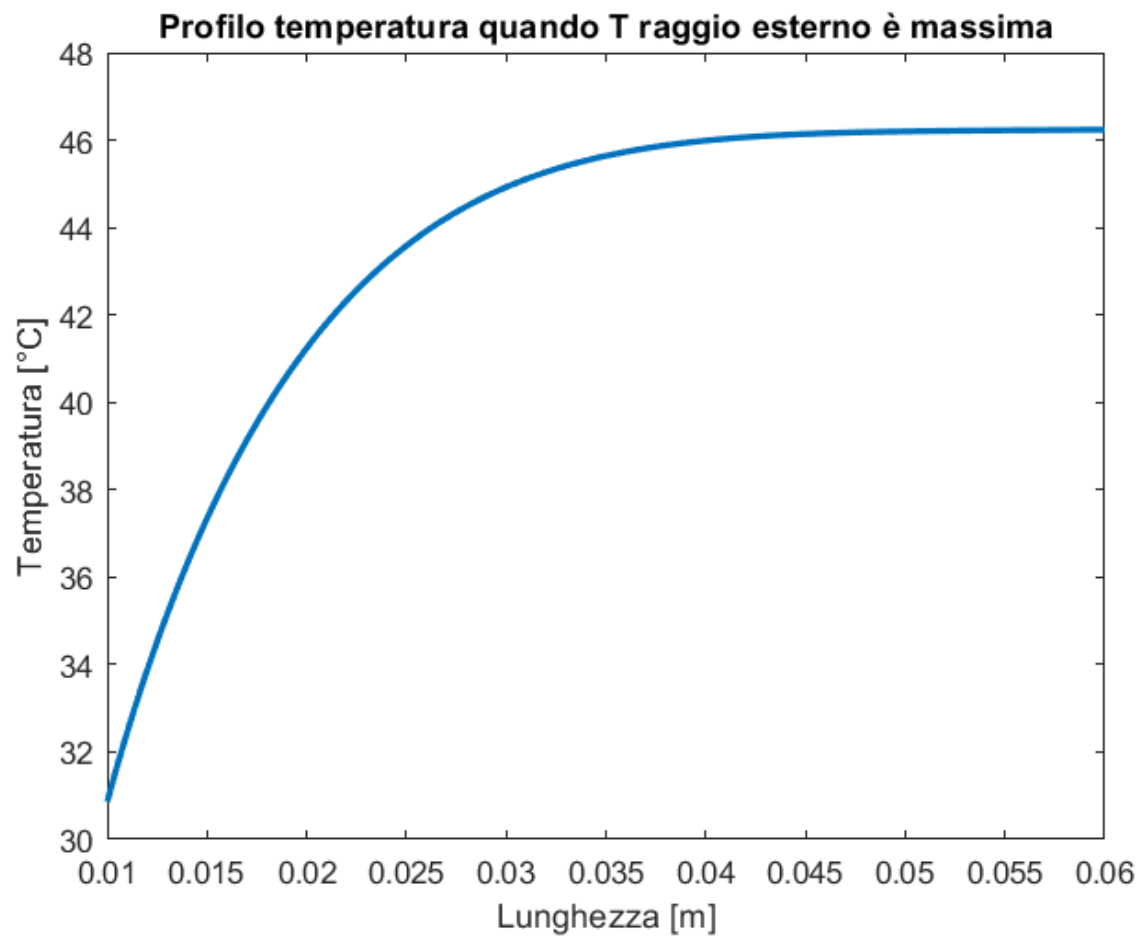
Sono stati operati 40 cicli di funzionamento. All'istante  $t = 5850$  s è stata posizionata una linea verticale che illustra il momento in cui l'impianto funziona a regime.

Si osserva un andamento periodico molto accentuato al raggio interno mentre le variazioni di temperatura sono sensibilmente ridotte al raggio esterno.



- **Profilo di temperatura del condotto a regime quando la temperatura del raggio esterno è massima**

Abbiamo da questo grafico la conferma di quanto ipotizzato prima: per via di un coefficiente di scambio termico diverso di due ordini di grandezza, l'andamento della temperatura a regime della sezione del tubo conduttore assume un andamento quasi logaritmico. Infatti, è il principale motivo per cui la variazione di temperatura sul bordo sinistro è nettamente maggiore di quella sul bordo destro durante un periodo.

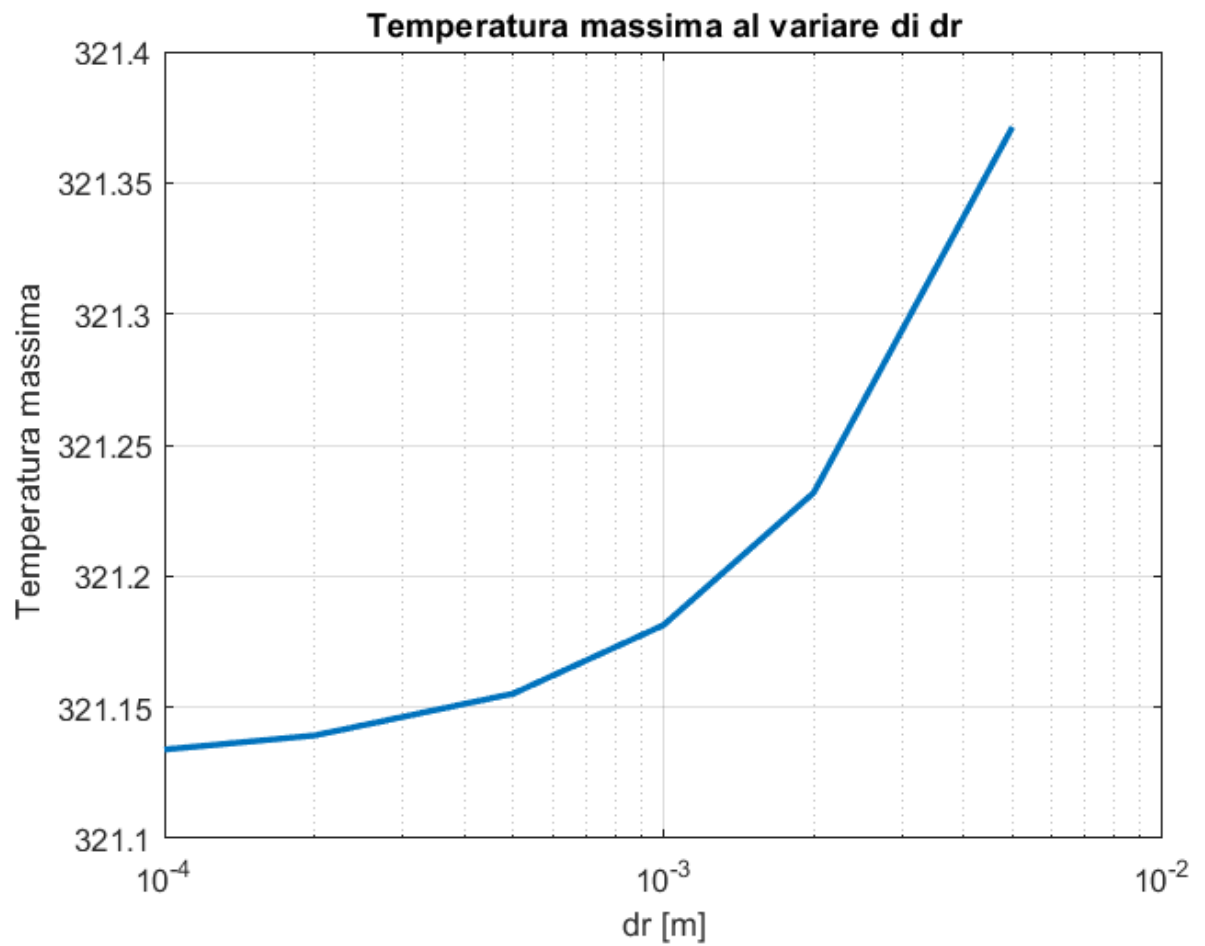


**Temperatura massima al raggio esterno in condizioni di funzionamento a regime**

La temperatura massima al raggio esterno del tubo di metallo in condizioni di regime è 319.23793 K.

- **Accuratezza numerica del valore massimo di temperatura**

Usando un opportuno vettore con i vari delta di raggio da utilizzare nel problema che rendono più o meno accurata la soluzione, otteniamo questo andamento della temperatura massima nell'impianto a regime.



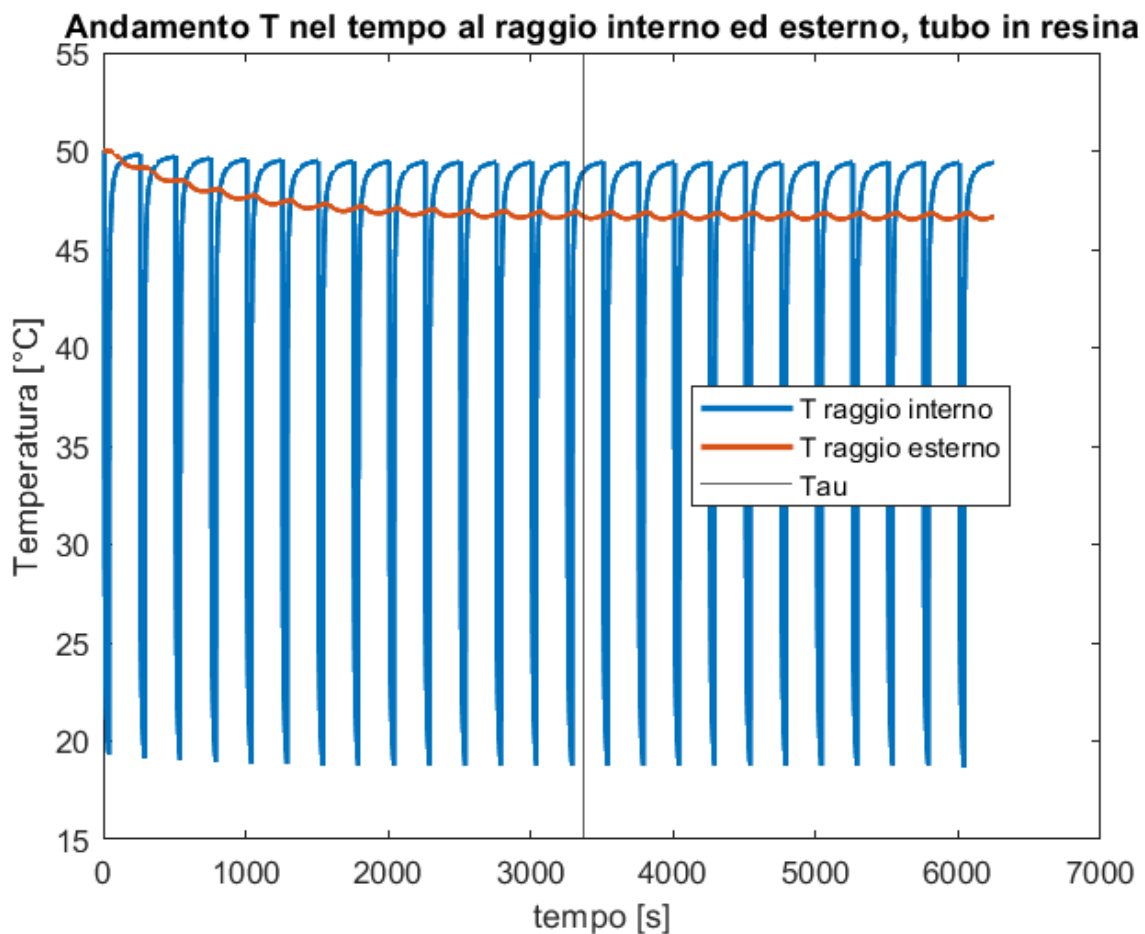
- **Confronto con un caso analogo di tubo in resina**

Nel caso di un tubo in resina, che ha proprietà diverse quali una minore densità volumetrica, un maggiore calore specifico e una minore conducibilità termica, osserviamo alcune differenze.

In primis, è minore il  $\tau$ , che si attesta su un valore compreso tra 13 e 14 cicli invece di oltre 23. In pratica, l'impianto impiega molto meno tempo ad arrivare a regime.

Nel tubo in resina, l'oscillazione della temperatura al raggio interno è maggiore, arrivando nello stesso tempo all'incirca a gradi centigradi di temperatura in meno rispetto al caso del tubo visto in precedenza. Allo stesso modo, è ridotta anche l'oscillazione di temperatura al raggio esterno, risultando ancora minore di quella presente nel tubo in metallo.

Chiaramente ad influire su quest'ultimo aspetto è la minore conducibilità termica.



### **Energia trasferita al fluido all'interno del condotto**

Inserisco i valori delle perdite per unità di lunghezza interne al tubo, considerando tutto il calcolo al netto di una lunghezza di 1 metro per l'area di scambio.

Nel caso del tubo in metallo, ottengo una dissipazione di circa 2.5 MJ, mentre nel caso dello stesso tubo in resina ottengo poco meno di 1 MJ, 967 KJ, trasferito in un'ora di funzionamento a regime.

## Quale tubatura utilizzare?

In seguito allo studio effettuato, al fine di minimizzare le perdite di calore per unità di lunghezza nel tubo, il modello più conveniente termicamente è quello in resina.

In un ipotetico acquisto, vi sarebbero numerose variabili in più da considerare, quali il costo e la disponibilità dei materiali e se è conveniente rispetto al caso della tubatura in metallo, al netto di imprevisti e situazioni scomode che potrebbero verificarsi.

## Script

```
% Esame di Lacoste - 24/01/2025
% Simone Canevarolo
% 24/01/2025
% s269893@studenti.polito.it

clear all
close all
clc

%% Punti 1, 2, 3

rin = 1e-2; % m
ss = 5e-2; % m
rout = rin+ss; % m

rovol = 7800; % kg/m^3
cp = 500; % J/kg/K
kk = 25; % W/m/K

Tin = 50+273; % K
Tout = Tin; % K

hout = 20; % W/m^2/K
hin = 2000; % W/m^2/K

tcon = 30; % s
freq = 0.004; % Hz

dr = 1e-4; % m
rr = (rin:dr:rout)';
Nr = length(rr);

dt = 1; % s
tper = 1/freq; % s
nper = 40;
tt = (0:dt:nper*tper);
Nt = length(tt);
timeper = 0; % secondo corrente all'interno del periodo
per = 1; % periodo corrente

Tm = Tin*ones(Nr,1);
Traggioin = Tin*ones(Nt,1);
Traggioout = Tout*ones(Nt,1);
```

```

Tmaxright = 0;
Tsave = Tm;

zz = 0;

for ii = 2:Nt

    timeper = timeper+dt;

    aa = kk*dt/dr^2/rovol/cp;

    sub_diag = -aa.*(1-dr./2./rr);
    main_diag = (1+2*aa)*ones(Nr,1);
    sup_diag = -aa.*(1+dr./2./rr);

    Band = [[sub_diag(2:end);0], main_diag, [0;sup_diag(1:end-1)]];

    AA = spdiags(Band,-1:1,Nr,Nr);

    bb = Tm;

    if timeper < 10

        Tin = 50+273; % K

        % Robin

        AA(1,1) = kk/dr+hin;
        AA(1,2) = -kk/dr;
        bb(1) = hin*Tin;

        % Robin

        AA(end,end-1) = -kk/dr;
        AA(end,end) = kk/dr+hout;
        bb(end) = Tout*hout;

    elseif timeper >= 10 && timeper <= 40

        Tin = 10+273; % K

        % Robin

        AA(1,1) = kk/dr+hin;
        AA(1,2) = -kk/dr;
        bb(1) = hin*Tin;

        % Robin

        AA(end,end-1) = -kk/dr;
        AA(end,end) = kk/dr+hout;
        bb(end) = Tout*hout;

    elseif timeper > 40

        Tin = 50+273; % K

        % Robin

```



```

AA(1,1) = kk/dr+hin;
AA(1,2) = -kk/dr;
bb(1) = hin*Tin;

```

```

% Robin

```

```

AA(end,end-1) = -kk/dr;
AA(end,end) = kk/dr+hout;
bb(end) = Tout*hout;

```

```

end

```

```

TT = AA\b;

```

```

Traggioin(ii) = TT(1);
Traggioout(ii) = TT(end);

```

```

if timeper == tper

```

```

    timeper = 0;
    per = per+1;

```

```

end

```

```

if per > 24

```

```

    if Traggioout(ii) > Tmaxright

```

```

        Tmaxright = Traggioout(ii);
        Tsave = TT;

```

```

    end

```

```

    zz = zz+1;

```

```

    if zz <= 3600

```

```

        qout(zz) = abs(hin*(TT(1)-Tin)*(2*pi*rin));

```

```

    end

```

```

end

```

```

Tm = TT;

```

```

end

```

```

tau = rovol*cp/hout*rout/2;
qouttot = sum(qout,'all');

```

```

figure(1)
plot(tt,Traggioin-273,'LineWidth',2)
hold on
plot(tt,Traggioout-273,'LineWidth',2)
title('Andamento T nel tempo al raggio interno ed esterno, tubo in metallo')
xlabel('tempo [s]')
ylabel('Temperatura [°C]')

```

```

hold on
xline(tau)
legend('T raggio interno', 'T raggio esterno','Tau','Location','best')

fprintf('La temperatura massima al raggio esterno del tubo di metallo in condizioni di
regime è %.5f K \n', Tmaxright)

figure(2)
plot(rr,Tsave-273,'LineWidth',2)
title('Profilo temperatura quando T raggio esterno è massima')
xlabel('Lunghezza [m]')
ylabel('Temperatura [°C]')

fprintf('Energia trasferita al condotto interno in una ora di funzionamento con
tubatura in metallo: %.5f J \n', qouttot)

%% Punto 4 - accuratezza numerica del valore massimo di temperatura

drvett = sort([5e-3 2e-3 1e-3 5e-4 2e-4 1e-4]);
errmax = zeros(length(drvett),1);

for jj = 1:length(drvett)

    dr = drvett(jj);
    rr = (rin:dr:rout)';
    Nr = length(rr);

    dt = 1; % s
    tper = 1/freq; % s
    nper = 50;
    tt = (0:dt:nper*tper);
    Nt = length(tt);
    timeper = 0; % secondo corrente all'interno del periodo
    per = 1; % periodo corrente

    Tm = Tin*ones(Nr,1);
    Traggioin = Tin*ones(Nt,1);
    Traggioout = Tout*ones(Nt,1);

    Tmax = 0;

    for ii = 2:Nt

        timeper = timeper+dt;

        aa = kk*dt/dr^2/rovol/cp;

        sub_diag = -aa.*(1-dr./2./rr);
        main_diag = (1+2*aa)*ones(Nr,1);
        sup_diag = -aa.*(1+dr./2./rr);

        Band = [[sub_diag(2:end);0], main_diag, [0;sup_diag(1:end-1)]];

        AA = spdiags(Band,-1:1,Nr,Nr);

        bb = Tm;

```

```

if timeper < 10

    Tin = 50+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

elseif timeper >= 10 && timeper <= 40

    Tin = 10+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

elseif timeper > 40

    Tin = 50+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

end

TT = AA\bb;

if timeper == tper

    timeper = 0;
    per = per+1;

```

```

end

if per > 24
    if max(TT) > Tmax
        Tmax = max(TT);
    end
end

Tm = TT;

end

Tmaxvett(jj) = Tmax;

end

figure(3)
semilogx(drvett,Tmaxvett,'LineWidth',2)
title('Temperatura massima al variare di dr')
xlabel('dr [m]')
ylabel('Temperatura massima ')
grid on

%% Punto 5 - Tubo in resina

rovol = 1500; % kg/m^3
cp = 1500; % J/kg/K
kk = 5; % W/m/K

dr = 1e-4; % m
rr = (rin:dr:rout)';
Nr = length(rr);

dt = 1; % s
tper = 1/freq; % s
nper = 25;
tt = (0:dt:nper*tper);
Nt = length(tt);
timeper = 0; % secondo corrente all'interno del periodo
per = 1; % periodo corrente

Tm = Tin*ones(Nr,1);
Traggioin = Tin*ones(Nt,1);
Traggioout = Tout*ones(Nt,1);

Tmaxright = 0;
Tsave = Tm;

zz = 0;

for ii = 2:Nt
    timeper = timeper+dt;

```

```

aa = kk*dt/dr^2/rovol/cp;

sub_diag = -aa.*(1-dr./2./rr);
main_diag = (1+2*aa)*ones(Nr,1);
sup_diag = -aa.*(1+dr./2./rr);

Band = [[sub_diag(2:end);0], main_diag, [0;sup_diag(1:end-1)]];

AA = spdiags(Band,-1:1,Nr,Nr);

bb = Tm;

if timeper < 10

    Tin = 50+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

elseif timeper >= 10 && timeper <= 40

    Tin = 10+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

elseif timeper > 40

    Tin = 50+273; % K

    % Robin

    AA(1,1) = kk/dr+hin;
    AA(1,2) = -kk/dr;
    bb(1) = hin*Tin;

    % Robin

    AA(end,end-1) = -kk/dr;
    AA(end,end) = kk/dr+hout;
    bb(end) = Tout*hout;

```

end

TT = AA\b; %b;

Traggioin(ii) = TT(1);  
Traggioout(ii) = TT(end);

if timeper == tper

timeper = 0;  
per = per+1;

end

if per > 14

if Traggioout(ii) > Tmaxright  
Tmaxright = Traggioout(ii);  
Tsave = TT;

end

zz = zz+1;

if zz <= 3600

qout\_res(zz) = abs(hin\*(TT(1)-Tin)\*(2\*pi\*rin));

end

end

Tm = TT;

end

tau\_res = rovol\*cp/hout\*rout/2;  
qouttot\_res = sum(qout\_res,'all');

figure(4)  
plot(tt,Traggioin-273,'LineWidth',2)  
hold on  
plot(tt,Traggioout-273,'LineWidth',2)  
title('Andamento T nel tempo al raggio interno ed esterno, tubo in resina')  
xlabel('tempo [s]')  
ylabel('Temperatura [°C]')  
hold on  
xline(tau\_res)  
legend('T raggio interno', 'T raggio esterno','Tau','Location','best')

fprintf('Energia trasferita al condotto interno in una ora di funzionamento con  
tubatura in resina: %.5f J', qouttot\_res)