Taller 31 de Octubre

Series Temporales

Introducción al análisis de series temporales utilizando procesos estocásticos

Juego de la ruleta.

Suponga que se encuentra en el casino. Llega con una cantidad inicial de $100.000. El jugador apuesta cierta cantidad del dinero que tiene en cada turno. Tiene dos opciones para apostar, jugar al negro o al rojo. Cuando al apostar a un color y en la ruleta sale ese color, el jugador recupera su apuesta y recibe del banco la misma cantidad. Si sale el otro color, pierde el dinero apostado.

Estudiando el proceso estocástico

Proponga un proceso estocástico que estudia el numero de turnos que sale cierto color:

Suponga una distribución de probabilidad de que salga cada color en cada intento: Por ejemplo, 0.5 de que salga rojo y 0.5 de que salga negro.

Proponga un proceso estocástico sobre la ocurrencia de colores. Si sale rojo, este proceso suma 1 y si sale negro, el proceso suma 0. Simule 1000 trayectorias de 100 turnos cada una y observe como se comporta esta serie. Compare el diagrama de líneas verticales de los resultados con la distribución binomial.

Apostando sobre el proceso estocástico

Escoja los siguientes esquemas de apuestas:

Apuesta aleatoria

Suponga que se realiza una apuesta aleatoriamente con una distribución de probabilidad que usted considere (La apuesta no depende de turnos anteriores.) Supongamos que la apuesta es del mismo dinero $1000 en cada apuesta. Si llega a tener menos de $1000, se declarará en bancarrota y genere 1000 trayectorias del dinero para 100 turnos.

Suponga que usted se levanta de la mesa cuando ha cuadruplicado su dinero inicial. Es decir, cuando gana $400.000 o más. Al ganar este dinero, guarde el turno al que llego a este valor. Genere 1000 trayectorias de 100 turnos. Cuantas de estas trayectorias llegan a ganar $400.000, observe el turno en el que llegan. ¿Cuántas llegan a bancarrota? Observe el histograma de turnos al que llegan.

Apuesta tipo Martingala

Un tipo de apuestas muy famosa es la de tipo martingala. Consiste en empezar con una apuesta base y cada vez que pierde, se apuesta el doble de lo que aposto al principio. Si gana, regresa a la apuesta base el siguiente turno. Suponga que empezó con una apuesta de 1.000. Genere 1000 trayectorias de 100 puntos. Se retira de la mesa al ganar el dinero objetivo $400.000 o cuando llega a tener menos de $1.000. ¿Cuántas trayectorias terminan ganando el dinero objetivo? ¿Cuántas se retiran en bancarrota? ¿Cuántas continúan en juego después de 100 turnos? Observe la distribución de los tiempos de ganancia y de los tiempos de bancarrota.

Apuesta tipo Martingala inversa

Este tipo de apuesta consiste en empezar comuna apuesta módica ($1.000) y duplicarla, esta vez, después de ganar una apuesta. Suponga que empezó con una apuesta de 1.000. Genere 1000 trayectorias de 100 puntos. Se retira de la mesa al ganar el dinero objetivo $400.000 o cuando llega a tener menos de $1.000. ¿Cuántas trayectorias terminan ganando el dinero objetivo? ¿Cuántas se retiran en bancarrota? ¿Cuántas continúan en juego después de 100 turnos? Observe la distribución de los tiempos de ganancia y de los tiempos de bancarrota.

Proceso geométrico

Suponga que usted va por un camino donde hay infinitos retenes. Cada vez que pase un retén, la probabilidad de que sea retenido y le descubran imperfecciones mecánicas en el carro es de 0.1. Si le descubren estas imperfecciones, le detienen el vehículo y no puede seguir avanzando. Realice 1000 eventos y registre el turno en el que fue detenido. Observe el histograma de estos turnos. Calcule de función cumulativa de la probabilidad de ser detenido.

Suponga ahora que la probabilidad de ser detenido empieza en 0.01 aumenta multiplicándose por 1.1 cada turno. Realice 1000 eventos y registre el turno en el que fue detenido. Observe el histograma de estos turnos. Calcule de función cumulativa de la probabilidad de ser detenido. Calcule el numero de retenes promedio a los que se envía el carro a los patios.

Proceso continuo de un solo paso

Suponga un sistema de dos estados 1 y 0. Suponga que usted empieza en el estado "0" y definimos una tasa de ocurrencia por unidad de tiempo k=0.1 tal que la probabilidad de que ocurra el evento (transición de 0 a 1) en un pequeño intervalo de tiempo sea $\approx kdt$. Calcule la distribución de tiempos de ocurrencia del evento y compárela con la función exponencial con constante $-k$.

El proceso continuo puede modificarse en modelos de esperanza de vida suponiendo que la tasa de ocurrencia de un evento. En este caso, el fallecimiento de una persona, aumenta en el tiempo. Suponga que la tasa de ocurrencia de la muerte aumenta linealmente con el tiempo. Siguiendo $k = 0.1t$ Calcule la distribución de tiempos de ocurrencia del evento. Calcule el tiempo promedio en el cual el evento sucede.