

# Resumen Artículo científico: Generación de $\beta$ -esqueletos con cómputo paralelo [Kowaluk and Majewska, 2015]

Camilo Andrés Rivera

12 de Junio de 2015

Los  $\beta$ -esqueletos son grafos, en la mayoría de casos 2-D, en el cual dos puntos estarán conectados dependiendo de su ubicación relativa (satisfaciendo ciertas condiciones geométricas) y del parámetro  $\beta$ . Este tipo de algoritmos es usado en una gran variedad de aplicaciones, entre ellas el aprendizaje de máquinas para problemas de clasificación geométrico, y para la generación de mallas de triangulación, por ejemplo para simulaciones de elementos finitos. Este método también es usado ampliamente en el tratamiento de imágenes para la reconstrucción de formas a partir de puntos sobre la frontera.

Dado que la cantidad de puntos puede aumentar de gran manera dependiendo de la aplicación, es importante la generación de algoritmos óptimos para la obtención del grafo. Este es el caso de [Lingas, 1994] en donde se muestra un algoritmo óptimo para la construcción del *Relative Neighborhood Graph* para el caso  $1 \leq \beta \leq 2$  con un tiempo de  $\mathcal{O}(n)$ , usando una triangulación Delaunay, en la cual ningún punto puede estar dentro de la circunferencia circunscrita por cada triángulo. Por otro lado, en [Hurtado et al., 2003] se muestra un algoritmo  $\mathcal{O}(n^2)$  para el caso de  $\beta < 1$ .

Los procesadores usados para la programación en paralelo seguían un modelo CREW-PRAM, el cual quiere decir que múltiples procesadores podían leer una celda de memoria simultáneamente pero sólo uno podía escribirla (*Concurrent read exclusive write*: CREW). El término PRAM viene de Parallel RAM. El pseudo-algoritmo diseñado para la generación del  $\beta$ -spectrum (o la lista de todos los vértices de un esqueleto) fue: construir la triangulación de Delaunay, construir el conjunto de árboles de eliminación (bosque de eliminación), extraer los polígonos conectados a cada árbol de eliminación, extracción de polígonos centrales y finalmente la estructura de Voronoi.

Para el caso del uso de paralelismo para la generación de esqueletos, se asignan los vértices de los árboles de eliminación a procesadores, alternando una clasificación entre procesadores “blancos” y “negros”. La idea es que en cada iteración para cada árbol de eliminación, eliminar grupos de procesadores negros o blanco. Al eliminar un grupo, se realiza la conexión de los grupos adyacentes (ya sean blancos o negros). Para el caso a  $\beta \in [1, 2]$  se demuestra que este algoritmo tiene una velocidad de convergencia de  $\mathcal{O}(\log^2 n)$ .

## Referencias

- [Hurtado et al., 2003] Hurtado, F., Liotta, G., and Meijer, H. (2003). Optimal and suboptimal robust algorithms for proximity graphs. *Computational Geometry*, 25(1-2):35–49.
- [Kowaluk and Majewska, 2015] Kowaluk, M. and Majewska, G. (2015). New sequential and parallel algorithms for computing the  $\beta$ -spectrum. *Theoretical Computer Science*, 590(0):73 – 85. Fundamentals of Computation Theory.
- [Lingas, 1994] Lingas, A. (1994). A linear-time construction of the relative neighborhood graph from the delaunay triangulation. *Computational Geometry*, 4(4):199–208.