# MPC框架

本研究中，我准备使用模型预测控制（MPC，Model Predictive Control）的思想建立匝道控制、可变限速和提前绕行3者自动的协调控制。模型预测控制的思路在于根据当前的系统状态和控制参数，预测系统将来一段时间内的状态变化过程，并对这一预测范围内的过程建立性能指标（PI，Performance Index），通过对性能指标进行优化，得到当前时刻应当采取的控制变量。

这一框架是在离散时刻上应用的。具体来说，这一框架是采取一种滚动机制来应用到系统中的。为了确定k时刻应当采取的控制变量，需要建立从k时刻预测k+1时刻系统状态的状态转移模型，根据当前时刻的系统状态和控制参数，滚动地预测k、k+1、……、k+Np-1时刻的系统状态和控制参数，此处Np为预测的时间长度范围。每相隔一个时间间隔，进行一次对性能指标的优化。需要注意的是，Np是相对于当前时刻而言的，在下一次对性能指标进行优化时，滚动预测的时间范围起点是会随着当前时刻的移动而移动的。

至此，MPC框架的设计涉及两个问题，其一是Np的取值，其二是离散时刻之间相隔的时间，也就是每执行一次对PI的优化之间的时间间隔（Interval）T的取值。对于第一个问题，预测时间范围的长度必须使得模型预测所得的数据能够完整地覆盖做出合理决策所需要的信息。在本研究中，应当选用车辆通过路网所需的典型最大时间；对于第二个问题，如果取值过疏，系统无法及时感知扰动的发生或变化，控制效果不佳；如果取值过密，一来系统不一定有能力对这些过密的扰动产生反应，二来增加了计算上的复杂性，由此计算机计算能力的投入产出比可能会下降。这两个值的取值体现的是对模型计算复杂度和控制效果之间的权衡。暂定取T=2min，Np=30min。

在MPC框架的语境下，所有对系统进行描述的变量可以归为3组。第1组表征系统的状态，包括各路段的密度、平均速度和各匝道排队上高速车辆的排队长度，这些变量全部可以通过测量获得；第2组表征系统中的控制措施，包括可变限速值和匝道控制的信号控制参数；第3组表征系统中的扰动，包括各匝道的上匝道需求、各出口匝道的下高速车辆比例和各路段的可用车道数。扰动一般被认为是进行缓慢而微小变化的。

MPC框架的主要组成部分主要有状态转移模型、约束和性能指标（PI）等。下文先介绍METANET模型，再介绍如何对METANET模型进行改造以体现匝道控制和可变限速对系统带来的影响。接下来，再讨论如何把车辆的路径选择作为扰动计算入下匝道转向车辆比例中，以及转向控制信息的触发对MPC框架的影响。最后，讨论目标函数的建立。

# METANET模型

本研究采用经过改造的METANET模型作为预测模型。首先介绍原版METANET模型，然后再根据研究的需要，对其进行改造。

## 原版METANET模型

原版的METANET模型把路网作为一个有向图考虑。在这一模型中，“链路”（Link）指没有明显几何变化和上下匝道的路段，“路段”指对链路进行分割后的小段。由以上定义可知，高速公路的上下匝道处就是链路之间的分界点，这一分界点被称作“节点”（Node），通过对节点建立模型，考虑车辆上下匝道对系统状态的影响。

首先考虑流量—速度—密度关系。式中为k时刻对应时间间隔的链路m路段i的驶出流量，为k时刻该路段密度，为k时刻该路段的平均速度，为链路的可用车道数。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （1） |

对于下一时刻的链路密度，认为该值与当前时刻的链路密度，以及在时间间隔内驶入和驶出的交通量有关。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （2） |

上面两个式子都是对交通流本来的物理性质进行描述的。对于下一时刻的路段平均速度，由下式估算。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （3） |

其中、和为待标定的参数，标定后对于所有的链路全部适用。为一个时间常数，是一个预测常数。上式中函数的定义如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （4） |

其中是链路m的自由流速度，为待标定参数，为链路m的流量达到最大时的密度，也称为关键密度。

## 上匝道排队模型

根据上述对链路和节点的定义，上匝道接入的路段标记一定有形如的形式，其中是接入主线的链路编号，1是该链路中第一个路段，根据定义该编号只可能为1。

对于上匝道交通流的物理特性，有如下的基于排队的模型：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （5） |

其中，为k时刻上匝道的排队长度（veh）。

如果匝道控制实施，令为k时刻离开上匝道的交通流中允许进入高速公路的部分的占比，也称作匝道控制率。对于上匝道o，有，其中是允许的最小匝道控制率；当时，相当于匝道控制没有正在该匝道实施。根据匝道控制率的定义，有下式：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （6） |

其中，

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （7） |
|  |  | （8） |
|  |  | （9） |

式中是匝道的通行能力（veh/h），是路网中最大密度（veh/km/lane）。从式（7）~（9）可知，在不受控制的状态下离开匝道进入高速公路主线的情况下，匝道的流出交通量受到两方面的制约，一是原本匝道已经积压的排队和下一个时间间隔内产生的上匝道需求，另外一方面是主线的交通流状态。如果，代表主线交通流还没有处于饱和状态，流出交通量取决于匝道的通行能力；如果，代表主线已经发生拥堵，流出交通量将减少。

## 节点模型

节点是交通流发生分流和合流的地方。节点模型提出的目的在于建立链路和链路之间的交通流的关系，使得模型可以连贯地覆盖整个路网。

设节点编号为n，假设交通流从若干流入链路进入，从若干流出链路流出（两者不必对等）。交通流在下游的链路的分布情况可以由下面两个式子计算。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （10） |
|  |  | （11） |

是流入链路的集合，是流出链路的集合，是k时刻流入节点n的交通量的总和，是k时刻通过链路m离开节点n的交通量，是中的占比，也就是通过链路m离开节点n的转向比例。

在通过式（3）对未来的系统状态进行预测时，对于预测链路中最上游路段密度的情况，还需要考虑所有流入链路的影响。为了与式（3）的形式匹配，构造称为虚拟上游密度的量，把所有节点流入链路的密度纳入考虑。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （12） |

基于同样的理由，需要构造虚拟下游速度，以在通过式（3）进行预测时把所有节点流出链路的速度对上游造成的影响纳入考虑，以各流出链路的交通流为权重进行加权计算。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （13） |

## 对交通事件的模拟

无论是何种交通事件，其最终的效果都可以归结为若干条车道或者全部车道的关闭。反映在模型中，就是路段的可用车道数发生变化。在原版METANET模型中，可用车道数的概念使针对整个链路而言的，而对于在真实世界中发生的交通事件是点状分布的，不可能整个链路都发生车道关闭，为了在模型中体现这一小影响范围的特点，只能认为车道关闭的范围限制在某个路段内。

为了反映这种小范围的车道关闭，把原来的改为，把可用车道数的概念所描述的对象从整个链路缩小到单个路段上。由于可以发生突发式的变化，认为是MPC框架中扰动的一部分，停止在原版METANET中作为常数存在。

## 可变限速对速度的影响

可变限速值理论上是连续的，事实上为了在现实世界中实施的有效性，可变情报板给出的可变限速值一般来说是5的倍数。k时刻下链路m路段i的可变限速值由下式给出：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （14） |

对作出的限制保证了可变限速值在60km/h~120km/h范围内变化，且始终保持为5的倍数，符合我国对高速公路限速管理的有关规定。

Hegyi等人在论文中主张，在可变限速实施后，认为交通流的平均速度在式（4）和限速值之间简单去最小值即可，而Carlson等人在论文中通过考虑可变限速值和原限速值之间的比例，建立了推算这一比例值对自由流速度、关键密度和式（4）中参数的影响的模型。由于本研究的主要实验环境是VISSIM，而可变限速的实现方式实质是改变交通流服从的速度分布，这一特性是否可以用Hegyi和Carlson等人提出的模型进行预测还不清楚。下一步的工作是，通过在VISSIM内进行各速度分布下的实验，找出不同速度分布下自由流速度、关键密度和式（4）中参数的变化，从而提出适合本研究使用的模型。

## 目标函数

首先，对于可变限速和匝道控制协调控制，先建立目标函数。关于提前分流的考虑和处理方法，在建立目标函数之后再讨论。

目标函数共有5项，第一项是在高速公路主线上的车辆数，第二项是所有上匝道排队车辆数的总和，后面3项分别是对可变限速值的变化、匝道控制率的变化以及上匝道排队超过最大排队长度的罚函数，以抑制可变限速值和匝道控制率的变化，同时抑制各上匝道的排队长度。、和是权重值，是全体可变限速标志的集合，是全体上匝道的集合，是针对每一条上匝道的具体情况而设定的最大排队长度。这一目标函数的形式，和本研究所确立的缓解高速公路主线上发生的拥堵的目标是对应的。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （15） |

拟利用Microsoft Excel 2010软件中自带的规划求解模块，通过VBA编程进行调用。目标函数的形式中含有二次项，属于光滑函数，适合使用GRG线性模型进行求解。

## 关于提前分流的考虑

提前分流的形式是，由VMS给出分流建议或指令。建议和指令的区别在于，建议所给出的指引是非强制性的，驾驶员有权自己决定是否跟随VMS的建议；而指令是在道路中断等极端情况下使用的手段，此时VMS给出的分流指令，驾驶员必须服从，无权反抗。分流建议或指令可以在发生交通事件的上游附近的VMS中给出，不限于上游第1个VMS。

提前分流本质上是对车辆的路由控制。由于在现有条件下，只能由VMS简单给出分流建议，而不能精细地控制每一辆车的转向，由此也无法准确地得知分流建议给出后的分流率。同时，对于路网中存在的除了高速公路主线和匝道以外的其他道路，也缺乏流量资料，难以准确地计算各路径的成本进行交通分配。

由此，为了贴近驾驶员对于压缩出行时间的需求，设置如下的分流建议触发条件：估计从当前位置前往目的地各路径的出行时间，如果从当前位置离开高速公路对应的路径的出行时间小于留在高速公路主线上对应路径的出行时间，则触发分流建议。另外，为了照顾道路中断等极端情况，设置如下的分流指令触发条件：若某链路中断，则在该链路上游第1个节点处发出分流指令，上游的各节点发出分流建议。随着系统状态的变化，当系统不满足上述触发条件时，收回对应的分流建议或指令。

对于出行时间的估计，分成高速公路主线和地方道路两个方面。在高速公路方面，由于在计算目标函数J的过程中，通过改造的METANET模型已经获得了未来一段较长时间内高速公路各路段的平均速度的预测值，可以根据这些预测值方便地估计在高速公路上的路径的预计出行时间。而对于地方道路，由于现有数据只有其几何拓扑数据，并没有关于流量的统计数据，在本研究中假定这些道路的平均速度为某一个定值（如60km/h），再根据这一数据推算经过地方道路的路径的出行时间。

在分流建议或分流指令发出后，转向比例将发生变化。设在接收到VMS给出的分流建议后，驾驶员接受该建议的比例为。设变化后的转向比例为，VMS发出分流建议或指令后，原有的从节点n的下匝道（链路m）下高速的流量将变化为：

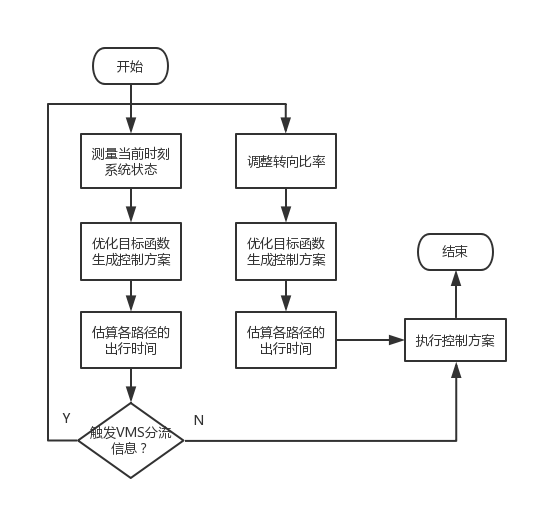
由此对式（11）移项可得

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （16） |

其中是节点n所有上匝道的集合（计算流入链路时排除高速公路主线流入链路）。给出信息的类别是分流指令时，；当信息类别为建议时，；当不给出分流信息时，，式（16）退化为。在建模过程中，拟假设几个离散的值进行仿真实验。

目标函数J的表达式中，只能计算所有在高速公路上的车辆数；对于在地方路上的车辆，由于缺少地方路的流量数据，无法估计地方路上所有车辆的数目。如果由VMS给出了分流建议或指令，高速公路上的车辆会减少，造成对高速公路系统的新的扰动，原来计算所得的所有控制变量都可能发生变化，需要重新进行计算；而在决定是否需要给出分流信息前，必须先进行一次对性能指标的优化，从而在过程中通过METANET模型获得关于未来一段时间内高速公路系统状态的预测。基于以上原因，如果对某一个时刻进行了性能指标优化得到了控制变量后，得出了需要触发分流信息的结论，就要在计入分流信息造成的扰动之后重新进行一次对性能指标的优化。

由此，对每个进行性能指标优化的时刻k，进行一次完整计算的过程框图如下。



## 接下来的工作

1. 标定VMS对交通流影响模型以及模型中其他的参数
2. 编程实现上述模型和控制逻辑
3. 设计实验方案
4. 进行实验，对模型中不合理的地方进行调整
5. 整理实验数据