$U_{ij} = \langle e_i | f_j \rangle$

$|\psi\rangle$ 在 $\{|e_i\rangle\}$ 下系数组成列向量 $|\psi\rangle_e$ 或 $\vec{C}_e$

在 $\{|f_i\rangle\}$ 下 ——— $|\psi\rangle_f$ 或 $\vec{C}_f$

则 $|\psi\rangle_f = U^{\dagger} |\psi\rangle_e$

或 $\vec{C}_f = U^{\dagger} \vec{C}_e$

$E = (|e_1\rangle, |e_2\rangle, \cdots, |e_n\rangle)$

$F = (|f_1\rangle, |f_2\rangle, \cdots, |f_n\rangle)$

则 $F = EU$

且 U 必为酉矩阵

A在 $\{|e_i\rangle\}$ 下矩表为 A_e，元为 $A_{eij} = \langle e_i | A | e_j \rangle$

矩阵表示

A在 $\{|e_i\rangle\}$ 下为 A_e

$\{|f_i\rangle\}$ 下为 A_f

则 $A_f = U^{\dagger} A_e U$

$A|\phi\rangle = \lambda|\phi\rangle$

$(A - \lambda I)|\phi\rangle = 0$

$\det(A - \lambda I) = 0$

得 λ，代回得 x, y, z 关系，得 $|\phi\rangle$

对于厄米算符：本征基 正交归一，可作为基，而本征值组成 diag 为厄算在本征基下的矩表.

布洛赫球：

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

$\theta \in [0, \pi]$，与Z轴夹角

$\varphi \in [0, 2\pi]$，与X轴夹角

施特恩-格拉赫 双自旋纠缠的态

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) = |\Psi^+\rangle$$

密算：$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$　　纯态：$\rho^2 = \rho$ 或 $Tr(\rho^2) = 1$

最大混：$Tr(\rho^2) = \frac{1}{2}$

偏迹，约化密算

$$\cancel{\rho = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}}$$

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} \rho(A) & \rho(B) \\ \rho(C) & \rho(D) \end{pmatrix}$$

ρ_2 ? $\Rightarrow$ ρ的2、3行互换后

再2、3列互换后，

同样的 $\begin{pmatrix} \rho(A) & \rho(B) \\ \rho(C) & \rho(D) \end{pmatrix}$

Bell态：

$$\begin{cases} |\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle) \\ \text{或} \\ |\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle) \end{cases}$$

为最大纠缠态。

对Bell态第1比特	结果
I	$\|\Phi^+\rangle$
X	$\|\Psi^+\rangle$
Z	$\|\Phi^-\rangle$
$iY(XZ)$	$\|\Psi^-\rangle$

超密编码：略

量子隐形传态：略

各种门：略