

ĐẠI HỌC ĐÀ NẮNG TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG VIỆT - HÀN

Vietnam - Korea University of Information and Communication Technology

CHƯƠNG 2 ÔTÔMÁT HỮU HẠN



Nội dung

- 1. Ôtômát hữu hạn đơn định (Deterministic Finite Automata-DFA)
- 2. Ôtômát hữu hạn không đơn định (Non Deterministic Finite Automata-NFA)
- 3. Sự tương đương giữa DFA và NFA



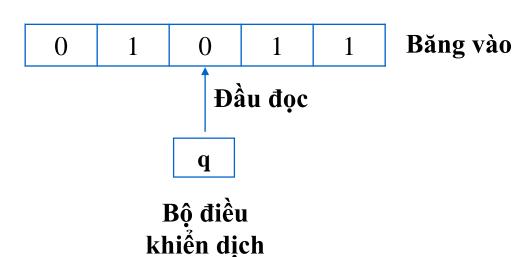
1.1. Mô tả

- □Ôtômát hữu hạn đơn định (DFA) là một "cái máy" cho phép đoán nhận xâu.
- □Một ôtômát hữu hạn đơn định gồm các thành phần:
 - Băng vào: được chia thành nhiều ô để ghi xâu vào, mỗi ô chứa một ký tự thuộc bảng chữ Σ của xâu vào;
 - Đầu đọc: mỗi thời điểm đọc hay trỏ đến một ô trên băng vào;
 - Bộ điều khiển dịch chuyển trạng thái: gồm hữu hạn các trạng thái (tại mỗi thời điểm có một trạng thái được xác định q) và quy tắc dịch chuyển.



1.1. Mô tả

□Sơ đồ minh họa



chuyển

trạng thái



1.1. Mô tả

- □ Hoạt động của DFA được thực hiện theo từng bước.
- Mỗi bước hoạt động của DFA như sau: tùy theo trạng thái hiện hành của bộ điều khiển dịch chuyển trạng thái và ký tự mà đầu đọc trỏ đến (đang đọc), DFA sẽ chuyển sang một trạng thái mới, đồng thời đầu đọc dịch chuyển sang phải một ô; trong đó trạng thái đầu tiên ở bộ điều khiển dịch chuyển trạng thái là trạng thái ban đầu (trạng thái xuất phát) của DFA.
- Quy tắc dịch chuyển trạng thái của DFA được mô tả bởi hàm dịch chuyển δ (transition function):

$$\delta$$
: Q x Σ \rightarrow Q

trong đó Q là tập hợp hữu hạn các trạng thái và Σ là bảng chữ của xâu vào



1.1. Mô tả

- □Bộ điều khiển Q có một trạng thái đầu, ký hiệu q_0 ($q_0 \in Q$) và một tập hợp các trạng thái kết thúc *hay* trạng thái cuối, trạng thái thừa nhận, ký hiệu F (F $\subset Q$).
- □Ta nói DFA thừa nhận (đoán nhận) xâu vào w nếu xuất phát từ trạng thái đầu q₀ và đầu đọc trỏ đến ký tự bên trái nhất của xâu w, sau một số hữu hạn bước dịch chuyển, DFA đọc xong xâu w và chuyển sang một trong các trạng thái kết thúc thuộc F.
- □ Tập hợp tất cả các xâu được thừa nhận bởi DFA hợp thành ngôn ngữ được thừa nhận bởi DFA đó.



1.2. Định nghĩa

- Một ôtômát hữu hạn đơn định (DFA) M được định nghĩa bằng một bộ gồm 5 thành phần Q, Σ, δ, q₀, F, ký hiệu M = (Q, Σ, δ, q₀, F), trong đó:
 - Q là tập hợp hữu hạn các trạng thái, $Q = \{q_0, q_1, ..., q_n\}$;
 - Σ là bảng chữ vào;
 - δ: QxΣ → Q là hàm dịch chuyển, trong đó δ có thể được viết dưới dạng δ(q,a)=p, nghĩa là ôtômát đang ở trạng thái q và đọc ký tự a sẽ chuyển sang trạng thái p (với mỗi q và a thì p là duy nhất);
 - $q_0 \in Q$ là trạng thái đầu;
 - F là tập hợp gồm các trạng thái kết thúc (F \subset Q).



1.2. Định nghĩa

• Ví dụ: Cho DFA M_1 =(Q, Σ , δ , q_0 , F), trong đó:

Q=
$$\{0,1\}$$

 $\Sigma = \{a,b\}$
 $q_0: 0$
F= $\{1\}$

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(0,a)=0$, $\delta(0,b)=1$, $\delta(1,a)=0$, $\delta(1,b)=1$.

Hay có thể định nghĩa DFA M_1 =({0,1},{a,b}, δ ,0,{1}) với hàm dịch chuyển δ : δ (0,a)=0, δ (0,b)=1, δ (1,a)=0, δ (1,b)=1.



1.2. Định nghĩa

• Ví dụ: Cho DFA $M_2=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

Q=
$$\{q_0, q_1, q_2\}$$

 $\Sigma = \{0, 1\}$
 $q_0: q_0$

 $F=\{q_2\}$ và hàm dịch chuyển $\delta\colon\,\delta(q_0,0)=q_1,\;\delta(q_0,1)=q_0,\;\delta(q_1,0)=q_1,$

 $\delta(q_1,1)=q_2, \delta(q_2,0)=q_2, \delta(q_2,1)=q_2$

Hay có thể định nghĩa DFA $M_2 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ với hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0, 0) = q_1$, $\delta(q_0, 1) = q_0$, $\delta(q_1, 0) = q_1$, $\delta(q_1, 1) = q_2$, $\delta(q_2, 0) = q_2$, $\delta(q_2, 1) = q_2$



1.3. Hoạt động đoán nhận xâu của DFA

- \Box Giả sử w= $a_1a_2...a_n$ là xâu vào.
- DFA bắt đầu với trạng thái q_0 , thực hiện dịch chuyển $\delta(q_0,a_1)$ và giả sử cho kết quả là trạng thái q_1 , tức là $\delta(q_0,a_1)=q_1$.
- Tiếp tục, DFA đang ở trạng thái q_1 và ký tự đọc tiếp theo là a_2 , nên sẽ thực hiện dịch chuyển $\delta(q_1,a_2)$ và giả sử cho kết quả là trạng thái q_2 , tức là $\delta(q_1,a_2)=q_2$.



1.3. Hoạt động đoán nhận xâu của DFA

- DFA thực hiện tiếp tục như vậy cho đến khi đọc ký tự a_n và chuyển sang trạng thái q_n nào đó.
- Nếu q_n∈F, ta nói DFA thừa nhận (đoán nhận) xâu vào w,
- Ngược lại, ta nói DFA không thừa nhận (không đoán nhận) xâu vào w (hay xâu vào w không được thừa nhận, không được đoán nhận).
- □Nếu DFA không thể đọc xong xâu vào w (tức là đọc đến ký tự a_j với $1 \le j \le n$ và hàm $\delta(q_{j-1}, a_j)$ không xác định) thì ta nói xâu vào w không được thừa nhận (không được đoán nhận) bởi DFA.



1.4. Các biểu diễn khác của DFA

- □Dùng **Bảng dịch chuyển** (transition table)
- □ Cho DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- □Bảng dịch chuyển biểu diễn DFA M=(Q, Σ , δ, q₀, F) là một ma trận, trong đó:
 - Chỉ số hàng: ký hiệu bằng các trạng thái thuộc Q;
 - -Chỉ số cột: ký hiệu bằng các ký tự thuộc Σ;
 - Giá trị tại hàng q ($q \in Q$), cột a ($a \in \Sigma$) là trạng thái p, sao cho $\delta(q,a)=p$ (nếu $\delta(q,a)$ không xác định thì để trống);
 - Trạng thái đầu được đánh dấu '>' hay '→';
 - Trạng thái kết thúc được đánh dấu '*'.



1.4. Các biểu diễn khác của DFA

• Ví dụ: Cho DFA M= $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

$$Q=\{1,2\}, \Sigma=\{a,b,c\}, q_0:1, F=\{2\}$$

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(1,a)=2$, $\delta(2,b)=2$, $\delta(2,c)=2$

Biểu diễn DFA M bằng bảng dịch chuyển:

δ	a	b	С
>1	2		
*2		2	2



1.4. Các biểu diễn khác của DFA

- □Dùng **Biểu đồ dịch chuyển** (transition diagram)
- □Biểu đồ dịch chuyển biểu diễn DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ là một đồ thị có hướng được định nghĩa như sau:
 - Mỗi trạng thái q∈Q tương ứng là một đỉnh (nút) và được đặt trong vòng tròn;
 - Với mỗi trạng thái q∈Q và mỗi ký tự a∈Σ, sao cho $\delta(q,a)=p\in Q$: biểu diễn một cung đi từ đỉnh q đến đỉnh p và gán nhãn a;

(Nếu có nhiều dịch chuyển từ q sang p thì có thể chỉ cần biểu diễn một cung đi từ đỉnh q đến đỉnh p và gán nhãn bằng danh sách các ký tự và dùng dấu phẩy ',' hoặc dấu | để liệt kê)

- Đỉnh tương ứng trạng thái đầu q_0 có thêm dấu '>' hay ' \rightarrow ' ở trước;
- Đỉnh tương ứng trạng thái kết thúc q∈F được đặt trong vòng tròn kép.



1.4. Các biểu diễn khác của DFA

• Ví dụ: Cho DFA M=(Q, Σ , δ, q₀, F), trong đó: Q={1,2}, Σ ={a,b,c}, q₀: 1, F={2}

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(1,a)=2$, $\delta(2,b)=2$, $\delta(2,c)=2$ Biểu diễn DFA M bằng biểu đồ dịch chuyển:

δ	a	b	c	
>1	2			b
*2		2	2	
			>	$\begin{array}{c c} & a \\ \hline & & \end{array}$



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

- □Ta nhận thấy DFA đoán nhận ngôn ngữ gồm các xâu là kết quả của quá trình dịch chuyển từ trạng thái đầu đến một trong các trạng thái kết thúc.
- □Đế xác định ngôn ngữ được thừa nhận bởi một DFA, ta định nghĩa hàm dịch chuyển mở rộng (extended transition function)
- □ Hàm dịch chuyển mở rộng, ký hiệu δ*, nhận hai tham số là trạng thái q, xâu w và cho kết quả là trạng thái p. Tức là DFA đang ở trạng thái q, sau khi đọc xong xâu w thì DFA chuyển sang trạng thái p.



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

- □Nhận xét:
 - DFA đang ở trạng thái q_1 đọc xong xâu $w=a_1a_2...a_{i-1}$ sẽ chuyển sang trạng thái q_i
 - Ta có: $\delta(q_1,a_1)=q_2$, $\delta(q_2,a_2)=q_3$,..., $\delta(q_{i-1},a_{i-1})=q_i$
 - Có thể biểu diễn dãy dịch chuyển trạng thái trên như sau: $\delta^*(q_1,w)=q_i$
 - Đặt w= xa_{i-1} , ta có $\delta^*(q_1,w)=\delta(\delta^*(q_1,x),a_{i-1})=q_i$ (hàm dịch chuyển mở rộng).



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

- □Hàm dịch chuyển mở rộng δ* được định nghĩa đệ quy với xâu vào w như sau:
 - δ*(q,ε)=q với mọi trạng thái q∈Q, tức là nếu DFA không đọc ký tự vào nào thì vẫn ở trạng thái đó (không thay đổi trạng thái)
 - $\delta^*(q,w)=\delta(\delta^*(q,x),a)$, với $w=xa, x\in\Sigma^*$ và $a\in\Sigma$.



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

Ví dụ: Cho DFA M

Ví dụ: Cho DFA M
$$\delta^*(q_0, \varepsilon) = q_0$$

$$\delta^*(q_0,\,1) = \delta^*(q_0,\,\epsilon 1) = \delta(\delta^*(q_0,\,\epsilon),\,1) = \delta(q_0,\,1) = q_1$$

$$\delta^*(q_0, 10) = \delta(\delta^*(q_0, 1), 0) = \delta(q_1, 0) = q_0$$

$$\delta^*(q_0, 101) = \delta(\delta^*(q_0, 10), 1) = \delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta^*(q_0, 1011) = \delta(\delta^*(q_0, 101), 1) = \delta(q_1, 1) = q_1$$

$$\delta^*(q_0, 10110) = \delta(\delta^*(q_0, 1011), 0) = \delta(q_1, 0) = q_0$$

$$\delta^*(q_0, 101101) = \delta(\delta^*(q_0, 10110), 1) = \delta(q_0, 1) = q_1$$

Quá trình đoán nhận xâu ở trên được biểu diễn như sau:

$$q_0101101 \Rightarrow q_101101 \Rightarrow q_01101 \Rightarrow q_1101 \Rightarrow q_101 \Rightarrow q_01 \Rightarrow q_1 \in F.$$



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

• Ví dụ: Cho DFA M= $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

$$Q=\{1,2\}, \Sigma=\{a,b,c\}, q_0: 1, F=\{2\}$$

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(1,a)=2$, $\delta(2,b)=2$, $\delta(2,c)=2$

Tìm δ *(1,abbcbccc)?



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

- □ Như vậy xâu vào w được đoán nhận bởi DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$, khi và chỉ khi $\delta^*(q_0,w)=p\in F$.
 - Ví dụ: Cho DFA M= $(\{0,1,2,3,4\},\{a,b\},\delta,0,\{4\})$
 - và hàm dịch chuyển δ : $\delta(0,a)=1$, $\delta(1,b)=2$, $\delta(2,a)=3$, $\delta(2,b)=4$, $\delta(3,a)=3$, $\delta(3,b)=4$, $\delta(4,b)=4$

Xâu w=abaabbb có được đoán nhận bởi M không?



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

Ví dụ:

$$\delta$$
* $(0,\epsilon) = 0$

$$δ^*(0,a) = δ^*(0,εa) = δ(δ^*(0,ε),a) = δ(0,a) = 1$$
 $δ^*(0,ab) = δ(δ^*(0,a),b) = δ(1,b) = 2$
 $δ^*(0,aba) = δ(δ^*(0,ab),a) = δ(2,a) = 3$
 $δ^*(0,abaa) = δ(δ^*(0,aba),a) = δ(3,a) = 3$
 $δ^*(0,abaab) = δ(δ^*(0,abaa),b) = δ(3,b) = 4$
 $δ^*(0,abaabb) = δ(δ^*(0,abaab),b) = δ(4,b) = 4$
 $δ^*(0,abaabb) = δ(δ^*(0,abaabb),b) = δ(4,b) = 4 ∈ F$
Như vậy xâu w=abaabbb được đoán nhận bởi M.



1.5. Hàm dịch chuyển mở rộng

Ví dụ:

Ta có thể viết lại như sau:

 $0abaabbb \Rightarrow 1baabbb$

- \Rightarrow 2aabbb
- \Rightarrow 3abbb
- \Rightarrow 3bbb
- \Rightarrow 4bb
- \Rightarrow 4b
- \Rightarrow 4 \in F.

0 a 1 b 2 b a 3 b b 4

Như vậy xâu w được đoán nhận bởi M.

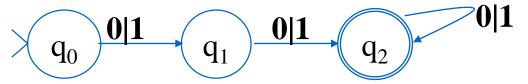


1.6. Ngôn ngữ được đoán nhận bởi DFA

- $\Box \text{ Cho DFA M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F).$
- □ Ngôn ngữ được thừa nhận *hay được đoán nhận* bởi M, ký hiệu L(M), được định nghĩa như sau:

$$L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, w) = p \text{ v\'oi } p \in F \}$$

Ví dụ: Cho DFA M được biểu diễn bằng biểu đồ dịch chuyển



Ta thấy: $L(M) = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w| > = 2 \}$



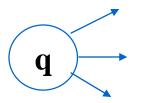
1.6. Ngôn ngữ được đoán nhận bởi DFA

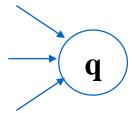
- $\Box \text{ Cho DFA M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F).$
- □ Ngôn ngữ L(M) được gọi là ngôn ngữ chính quy (regular language).
- □ Nghĩa là, ngôn ngữ được thừa nhận bởi một DFA là ngôn ngữ chính quy.



□Trạng thái không chấp nhận được

- Trạng thái tương ứng với đỉnh không có cung (mũi tên) đi vào mà chỉ có cung (mũi tên) đi ra (trừ trạng thái bắt đầu).
- Trạng thái tương ứng với đỉnh chỉ có cung (mũi tên) đi vào mà không có cung (mũi tên) đi ra (trừ trạng thái kết thúc)

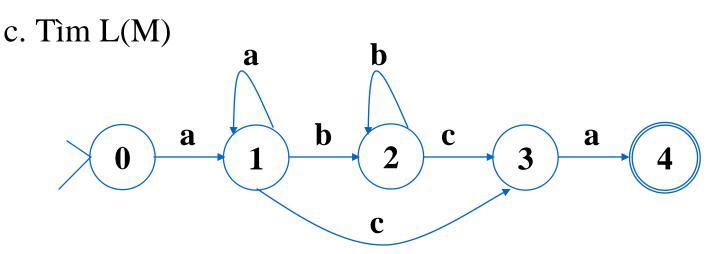






Bài tập

- 1. Cho DFA M theo biểu đồ dịch chuyển
 - a. Biểu diễn M bằng M=(Q, Σ , δ , q₀, F) và bảng dịch chuyển.
 - b. Mô tả quá trình đoán nhận xâu: aabbca, abbbca, abbaca, aaaca





Bài tập

2. Cho DFA M=(Q, Σ , δ , q₀, F), trong đó:

$$Q=\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma=\{a,b\}, q_0: q_0, F=\{q_2\}$$

- và hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0,a) = q_0$ $\delta(q_0,b) = q_1$, $\delta(q_1,a) = q_0$, $\delta(q_1,b) = q_2$, $\delta(q_2,a) = q_2$, $\delta(q_2,b) = q_2$
 - a. Biểu diễn M bằng bảng dịch chuyển, biểu đồ dịch chuyển
 - b. Mô tả quá trình đoán nhận xâu: abaabbba, abbaab, babaaba, ababaa
 - c. Tim L(M).



Bài tập

3. Cho DFA M=(Q, Σ , δ , q₀, F), trong đó:

$$Q=\{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma=\{0,1\}, q_0: q_0, F=\{q_1, q_2\}$$

- và hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0,0)=q_0$ $\delta(q_0,1)=q_1$, $\delta(q_1,1)=q_2$, $\delta(q_2,0)=q_2$, $\delta(q_2,1)=q_2$
 - a. Biểu diễn M bằng bảng dịch chuyển, biểu đồ dịch chuyển
 - b. Mô tả quá trình đoán nhận xâu: 001110, 110001, 01001, 00000
 - c. Tîm L(M).



Bài tập

- 4. Xây dựng DFA M đoán nhận ngôn ngữ L(M) sau:
 - $L(M)=\{0(10)^n \text{ v\'oi n là s\'o nguyên dương}\}$
 - $L(M)=\{0^n1^m \text{ v\'oi } n, m \text{ là s\'o } nguyên dương}\}$
 - L(M)={0ⁿ1^m với n là số nguyên không âm, m là số nguyên dương}
 - L(M)={abanbm với n, m là số nguyên dương}
 - L(M)={abcⁿb^m với n là số nguyên không âm, m là số nguyên dương}



Bài tập

- 5. Xây dựng DFA M đoán nhận L(M) là ngôn ngữ gồm:
 - Các số nhị phân
 - Các số nhị phân chẵn
 - Các số nhị phân lẻ
 - Các số nhị phân chẵn có độ dài xâu lớn hơn 2
 - Các số nguyên có dấu
 - Các số nguyên không dấu
 - Các số nguyên không dấu của ngôn ngữ lập trình C
 - Các số thực tĩnh có dấu của ngôn ngữ lập trình C.
 - Các số thực tĩnh không dấu của ngôn ngữ lập trình C.



2.1. Định nghĩa

- □ Một ôtômát hữu hạn không đơn định (NFA) M được định nghĩa bằng một bộ gồm 5 thành phần $Q, \Sigma, \delta, q_0, F$, ký hiệu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:
 - Q là tập hợp hữu hạn các trạng thái, $Q = \{q_0, q_1, ..., q_n\}$;
 - Σ là bảng chữ vào;
 - Hàm dịch chuyển δ : $Qx(\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow tập các tập hợp con của Q, tức là <math>\delta(q,a)=P$ với $q \in Q$, $a \in (\Sigma \cup \{\epsilon\})$ và $P \subseteq Q$; nếu $\delta(q,a)$ không xác định thì $\delta(q,a)=\emptyset$.
 - $\mathbf{q}_0 \in \mathbf{Q}$ là trạng thái đầu;
 - F là tập hợp gồm các trạng thái kết thúc $(F \subseteq Q)$.



2.1. Định nghĩa

- □ Sự khác biệt cơ bản giữa DFA và NFA:
 - Đầu vào của hàm dịch chuyển δ: NFA có thể đọc xâu rỗng ε và dịch chuyển trạng thái, trong khi đó DFA không đọc xâu rỗng.
 - Đầu ra của hàm dịch chuyển δ: DFA dịch chuyển sang một trạng thái duy nhất thuộc tập Q, trong khi NFA có thể dịch chuyển sang nhiều trạng thái tập hợp các trạng thái (nhiều trạng thái) là tập hợp con của Q.
 - Do đó quá trình đoán nhận xâu của DFA là duy nhất, còn quá trình đoán nhận xâu của NFA có thể không duy nhất.



2.1. Định nghĩa

• Ví dụ: Cho NFA $M_1=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

```
Q=\{q_0, q_1, q_2\}

\Sigma = \{0, 1\}

q_0: q_0

F=\{q_2\}
```

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0,0)=\{q_1\}$, $\delta(q_0,1)=\{q_1\}$, $\delta(q_1,0)=\{q_2\}$, $\delta(q_1,1)=\{q_2\}$, $\delta(q_2,\epsilon)=\{q_0\}$.

Hay có thể định nghĩa NFA $M_1 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ với hàm dịch chuyển $\delta: \delta(q_0, 0) = \{q_1\}, \delta(q_0, 1) = \{q_1\}, \delta(q_1, 0) = \{q_2\}, \delta(q_1, 1) = \{q_2\}, \delta(q_2, \epsilon) = \{q_0\}$



2.1. Định nghĩa

Ví dụ: Cho NFA $M_2=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

Q={
$$q_0, q_1, q_2$$
}
 Σ ={0,1}

 q_0 : q_0

$$F=\{q_2\}$$

và hàm dịch chuyển δ:

$$\delta(q_0,0) = \{q_1\}, \delta(q_1,0) = \{q_1\}, \delta(q_1,1) = \{q_1,q_2\}$$

Hay có thể định nghĩa NFA $M_2 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ với hàm dịch chuyển δ :

$$\delta(q_0,0)=\{q_1\},\delta(q_1,0)=\{q_1\},\delta(q_1,1)=\{q_1,q_2\}.$$



2.2. Hoạt động đoán nhận xâu của NFA

- \Box Giả sử $w=a_1a_2...a_n$ là xâu vào.
- \square NFA sẽ bắt đầu từ trạng thái q_0 và đọc ký tự a_1
- □ Với trạng thái q_0 , ký tự a_1 và thực hiện hàm dịch chuyển $\delta(q_0,a_1)=\{p_1,p_2,...,p_k\}$, NFA xác định các trạng thái có thể tiếp theo là $p_1,p_2,...,p_k$ và đầu đọc chuyển sang a_2 .
- □ Tiếp tục với mỗi $p_i \in \{p_1, p_2, ..., p_k\}$ $(1 \le i \le k)$ và ký tự tiếp theo là a_2 , NFA xác định tập hợp các trạng thái tiếp theo có thể chuyển sang được.



2.2. Hoạt động đoán nhận xâu của NFA

- □ NFA tiếp tục như vậy cho đến khi đọc a_n (đọc hết xâu w) thì sẽ chuyển sang tập hợp các trạng thái P nào đó. Nếu P \cap F $\neq \emptyset$ thì NFA thừa nhận xâu vào w, ngược lại thì xâu vào w không được thừa nhận.
- Nếu tập hợp các trạng thái tiếp theo sau khi đọc a_j nào đó (1≤j≤n) là tập hợp rỗng thì NFA không thừa nhận xâu w.



2.3. Các biểu diễn khác của NFA

- □ Dùng **Bảng dịch chuyển** (transition table)
- □ Bảng dịch chuyển biểu diễn NFA M=(Q, Σ, δ, q_0 , F) là một ma trận, trong đó:
 - Chỉ số hàng: ký hiệu bằng các trạng thái thuộc Q;
 - Chỉ số cột: ký hiệu bằng các ký tự thuộc Σ và bằng ε (nếu $\forall q \in Q$, $\forall a \in \Sigma$: $\delta(q,a) = \emptyset$ thì có thể bỏ cột ε);
 - Giá trị tại hàng q ($q \in Q$), cột a ($a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$) là tập hợp các trạng thái P, sao cho $\delta(q,a)=P$ (nếu $\delta(q,a)$ không xác định thì P là \emptyset);
 - Trạng thái đầu được đánh dấu '>' hay '→';
 - Trạng thái kết thúc được đánh dấu '*'.

2.3. Các biểu diễn khác của NFA

- □ Dùng Biểu đồ dịch chuyển (transition diagram)
- □ Biểu đồ dịch chuyển biểu diễn NFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ là một đồ thị được định nghĩa như sau:
 - Mỗi trạng thái q∈Q tương ứng là một đỉnh (nút) và được đặt trong vòng tròn;
 - Với mỗi trạng thái $q \in Q$ và mỗi $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, sao cho $\delta(q,a)=P=\{p_1,p_2,...,p_k\}$: biểu diễn một cung đi từ đỉnh q đến các đỉnh $p_1,p_2,...,p_k$ và gán nhãn a;

(Nếu có nhiều dịch chuyển từ q sang p thì có thể chỉ cần biểu diễn một cung đi từ đỉnh q đến đỉnh p và gán nhãn bằng danh sách các ký tự và dùng dấu phẩy ',' hoặc dấu | để liệt kê)

- Đỉnh tương ứng trạng thái đầu q_0 có thêm dấu '>' hay ' \rightarrow ' ở trước;
- Đỉnh tương ứng trạng thái kết thúc q∈F được đặt trong vòng tròn kép.



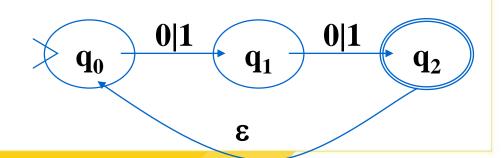
2.3. Các biểu diễn khác của NFA

• Ví dụ: Cho NFA $M_1=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

 $\Sigma = \{0, 1\}$
 $q_0: q_0$
 $F = \{q_2\}$

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0,0)=\{q_1\}$, $\delta(q_0,1)=\{q_1\}$, $\delta(q_1,0)=\{q_2\}$, $\delta(q_1,1)=\{q_2\}$, $\delta(q_2,\epsilon)=\{q_0\}$.





2.3. Các biểu diễn khác của NFA

• Ví dụ: Cho NFA $M_2=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

$$\begin{array}{c}Q{=}\{q_0,\,q_1,\,q_2\}\\ \Sigma{=}\{0,1\}\\ q_0{:}\;q_0\\ F{=}\{q_2\}\end{array} \qquad \begin{array}{c} 0\\ \end{array} \qquad \begin{array}{c} q_1\\ \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1\\ \end{array} \qquad \begin{array}{c} q_2\\ \end{array}$$

và hàm dịch chuyển δ:

$$\delta(q_0,0)=\{q_1\}, \delta(q_1,0)=\{q_1\}, \delta(q_1,1)=\{q_1,q_2\}$$



2.3. Các biểu diễn khác của NFA

```
• Ví dụ: Cho NFA M_3=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F), trong đó: Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \Sigma=\{0,1\} q_0\colon q_0 F=\{q_2,q_4\} và hàm dịch chuyển \delta\colon \delta(q_0,0)=\{q_0,q_3\},\ \delta(q_0,1)=\{q_0,q_1\},\ \delta(q_1,1)=\{q_2\},\ \delta(q_2,0)=\{q_2\},\ \delta(q_2,1)=\{q_2\},\ \delta(q_3,0)=\{q_4\},\ \delta(q_4,0)=\{q_4\},\ \delta(q_4,1)=\{q_4\}
```



2.4. Hàm dịch chuyển mở rộng

Định nghĩa: Hàm dịch chuyển mở rộng δ^* được định nghĩa đệ quy với xâu đầu vào w như sau:

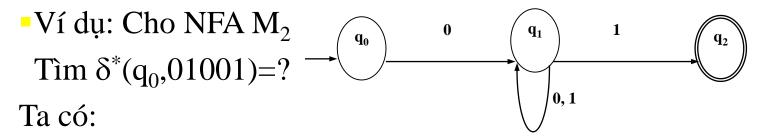
- $δ*(q, ε) = {q}$, với mọi q∈Q (tức là nếu NFA không đọc ký tự vào nào thì sẽ không thay đổi trạng thái);
- Với $w = xa, x \in \Sigma^*$ và $a \in \Sigma$:

Giả sử
$$\delta^*(q, x) = \{p_1, p_2, ..., p_k\} \text{ và } \bigcup_{i=1}^k \delta(p_i, a) = \{r_1, r_2, ..., r_n\}$$

thì
$$\delta^*(q, w) = \delta^*(q, xa) = \{r_1, r_2, ..., r_n\}.$$



2.4. Hàm dịch chuyển mở rộng



$$\delta^*(q_0, \varepsilon) = \{q_0\}$$

$$\delta^*(q_0,0) = \delta^*(q_0,\epsilon 0) = \delta(\delta^*(q_0,\epsilon),0) = \delta(q_0,0) = \{q_1\}$$

$$\delta^*(q_0,01) = \delta(\delta^*(q_0,0),1) = \delta(q_1,1) = \{q_1,q_2\}$$

$$\delta^*(q_0,010) = \delta(\delta^*(q_0,01),0) = \delta(q_1,0) \cup \delta(q_2,0) = \{q_1\} \cup \emptyset = \{q_1\}$$

$$\delta^*(q_0,0100) = \delta(\delta^*(q_0,010),0) = \delta(q_1,0) = \{q_1\}$$

$$\delta^*(q_0,01001) = \delta(\delta^*(q_0,0100),1) = \delta(q_1,1) = \{q_1,q_2\}$$



2.4. Hàm dịch chuyển mở rộng

- □ Như vậy xâu w được đoán nhận bởi NFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ khi và chỉ khi $\delta^*(q_0,w) \cap F \neq \emptyset$
- □ Ví dụ:
 - Theo ví dụ trước, ta có $\delta^*(q_0,01001)=\{q_1,q_2\}$ Do $\{q_1,q_2\}\cap F=\{q_2\}\neq\varnothing$ nên xâu 01001 được đoán nhận bởi NFA M_2
 - Quá trình đoán nhận xâu 01001:

$$\begin{aligned} \{q_0\}01001 &\Rightarrow \{q_1\}1001 \Rightarrow \{q_1,q_2\}001 \Rightarrow \{q_1\}01 \Rightarrow \\ \{q_1\}1 &\Rightarrow \{q_1,q_2\} \cap F \neq \varnothing \end{aligned}$$

Như vậy xâu 01001 được đoán nhận bởi NFA M₂

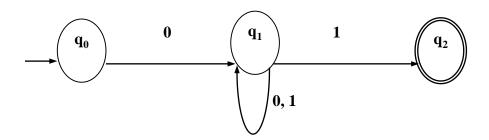


2.5. Ngôn ngữ được đoán nhận bởi NFA

- □ Cho NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.
- □ Ngôn ngữ được đoán nhận *hay thừa nhận* bởi M, ký hiệu L(M), được định nghĩa như sau:

$$L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, w) \cap F \neq \emptyset \}$$

Ví dụ: Cho NFA M₂



$$L(M_2) = \{0w1 \mid w \in \{0,1\}^*\}$$



Bài tập

 $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

1. Cho NFA $M_3=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

```
\begin{split} \Sigma &= \{0,1\} \\ q_0 \colon q_0 \\ F &= \{q_2,q_4\} \\ v \grave{a} \quad \text{hàm dịch chuyển } \delta \colon \quad \delta(q_0,0) = \{q_0,q_3\}, \quad \delta(q_0,1) = \{q_0,q_1\}, \\ \delta(q_1,1) &= \{q_2\}, \quad \delta(q_2,0) = \{q_2\}, \quad \delta(q_2,1) = \{q_2\}, \quad \delta(q_3,0) = \{q_4\}, \\ \delta(q_4,0) &= \{q_4\}, \, \delta(q_4,1) = \{q_4\} \end{split}
```

- a. Biểu diễn M₃ bằng bảng dịch chuyển, bằng biểu đồ dịch chuyển
- b. Cho biết các xâu sau có được đoán nhận bởi M₃ không:
- 010110, 10101, 0101010, 010001
- c. Tìm $L(M_3)$



Bài tập

2. Cho NFA $M_4=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, trong đó:

```
Q = \{q_0, q_1, q_2\}

\Sigma = \{a,b\}

q_0: q_0

F = \{q_2\}
```

và hàm dịch chuyển δ : $\delta(q_0,a)=\{q_0\}$, $\delta(q_0,b)=\{q_0,q_1\}$, $\delta(q_1,a)=\{q_1\}$, $\delta(q_1,b)=\{q_1,q_2\}$, $\delta(q_2,a)=\{q_2\}$, $\delta(q_2,b)=\{q_2\}$

- a. Biểu diễn M_4 bằng bảng dịch chuyển, bằng biểu đồ dịch chuyển
- b. Mô tả quá trình đoán nhận xâu: ababab, bbaba, abaaa, aaaab
- c. Tìm $L(M_4)$



Bài tập

3. Cho NFA M₅ được biểu diễn bằng biểu đồ dịch chuyển

 $\mathbf{q_0}$

- a. Biểu diễn M_5 bằng M_5 =(Q, Σ , δ , q_0 , F), bằng bảng dịch chuyển
- b. Mô tả quá trình đoán nhận xâu: 011001, 001101, 01010, 010011
- c. Tîm $L(M_5)$



Bài tập

- 4. Xây dựng NFA M đoán nhận L(M) là ngôn ngữ gồm:
 - Các xâu trên {0,1} bắt đầu bằng 000 hoặc 111
 - Các xâu trên {0,1} kết thúc bằng 000 hoặc 1111
 - Các xâu trên {0,1} bắt đầu bằng 000 hoặc kết thúc bằng 1111



- □ Bài toán:
- Cho NFA $M_N = (Q_N, \Sigma_N, \delta_N, q_{N0}, F_N)$
- Xây dựng DFA $M_D=(Q_D, \Sigma_D, \delta_D, q_{D0}, F_D)$ sao cho $L(M_N)=L(M_D)$
- \square Rõ ràng $\Sigma_D = \Sigma_N$. Do đó để xây dựng M_D ta cần tìm $Q_D,\,\delta_D,\,q_{D0},\,F_D$
- □ Ta xây dựng M_D từ M_N bằng *phương pháp xây* dựng tập hợp con.



- \square Ta tìm Q_D , δ_D , F_D , sao cho:
- Mỗi phần tử (trạng thái) của Q_D tương ứng là một tập hợp con của Q_N . Như vậy nếu Q_N có n trạng thái thì Q_D sẽ có 2^n -1 trạng thái (không tính tập hợp rỗng).
- Trạng thái đầu q_{D0} của Q_D tương ứng $\{q_{N0}\}$. Mỗi phần tử (trạng thái kết thúc) của F_D tương ứng với tập hợp con S của Q_N sao cho $S \cap F_N \neq \emptyset$.
- Đối với mỗi phần tử (trạng thái) p của Q_D tương ứng tập hợp $T \subseteq Q_N$ và mỗi ký tự $a \in \Sigma_D$, ta có $\delta_D(p,a)=p'$ với $p' \in Q_D$ và p' tương ứng là $\bigcup_{a \in T} \mathcal{S}_N(q,a)$

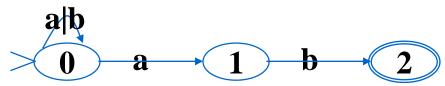


- \square Tìm Q_D , δ_D , q_{D0} , F_D
 - **Bước 1.** Tìm tập hợp \mathscr{F} bao gồm tất cả các tập hợp con khác rỗng T của Q_N , tức là \mathscr{F} ={T ≠ \varnothing | T \subseteq Q_N}.
 - **Bước 2.** Lập bảng (tương tự bảng dịch chuyển) để tìm $\cup \delta_N(q_i,a)$ với $q_i \in T$, $a \in \Sigma_N$ đối với mỗi $T \in \mathscr{F}$.
 - **Bước 3.** Xác định các phần tử (trạng thái) của Q_D (mỗi tập hợp T tương ứng là một phần tử của Q_D).
 - **Bước 4.** Xác định trạng thái đầu q_{D0} và tập trạng thái kết thúc F_D của Q_D (q_{D0} tương ứng { q_{N0} } và mỗi tập hợp $S \in \mathscr{F}$ sao cho $S \cap F_N \neq \emptyset$ tương ứng là một phần tử của F_D).



3.1. Xây dựng DFA từ NFA

- \square Tìm Q_D , δ_D , q_{D0} , F_D
 - **Bước 5.** Tìm hàm dịch chuyển δ_D (thay thế các tập hợp trong bảng ở Bước 2 bằng các ký hiệu trạng thái của Q_D ở Bước 3).
 - **Bước 6.** Loại bỏ các trạng thái không chấp nhận được (trạng thái thừa).
- ☐ **Ví dụ:** Hãy xây dựng DFA từ NFA sau

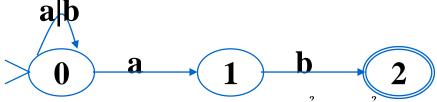


• **Bước 1.** Tìm tập hợp \mathscr{F} bao gồm tất cả các tập hợp con khác rỗng T của Q_N , tức là $\mathscr{F} = \{T \mid T \subseteq Q_N\}$: Ta có $\mathscr{F} = \{\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\}\}$



3.1. Xây dựng DFA từ NFA

· Ví dụ:



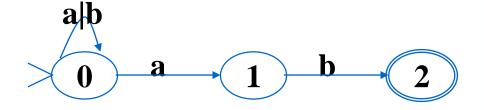
• **Bước 2.** Lập bảng (tương tự bảng dịch chuyển) để tìm $\cup \delta_N(q_i,a)$ với $q_i \in T$, $a \in \Sigma_N$ đối với mỗi $T \in \mathscr{F}$:

$\cup \delta_{ m N}$	a	b
{0}	{0,1}	{0}
{1}	Ø	{2}
{2}	Ø	Ø
{0,1}	{0,1}	{0,2}
{0,2}	{0,1}	{0}
{1,2}	Ø	{2}
{0,1,2}	{0,1}	{0,2}



3.1. Xây dựng DFA từ NFA

■ Ví dụ:



• Bước 3, Bước 4, Bước 5. Tìm Q_D , q_{D0} , F_D , δ_D :

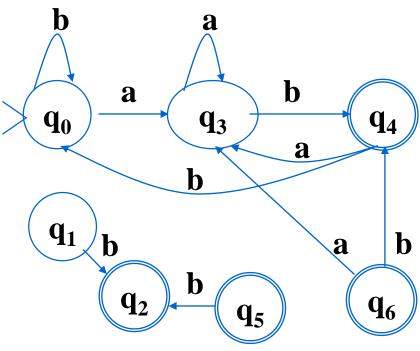
$\cup \delta_{ m N}$	a	b
{0}	{0,1}	{0}
{1}	Ø	{2}
{2}	Ø	Ø
{0,1}	{0,1}	{0,2}
{0,2}	{0,1}	{0}
{1,2}	Ø	{2}
{0,1,2}	{0,1}	{0,2}

$\delta_{ m D}$	a	b
>q ₀	$\mathbf{q_3}$	${f q_0}$
$\mathbf{q_1}$		${f q_2}$
$*\mathbf{q}_2$		
$\mathbf{q_3}$	$\mathbf{q_3}$	${f q_4}$
$* q_4$	$\mathbf{q_3}$	$\mathbf{q_0}$
* q ₅		${f q_2}$
* q ₆	$\mathbf{q_3}$	${f q_4}$



- ■Ví dụ:
- Kết quả Bước 5. Tìm được DFA từ NFA đã cho:

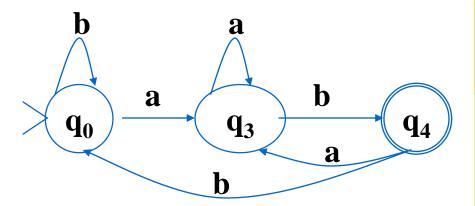
$\delta_{ m D}$	a	b
>q ₀	q_3	$\mathbf{q_0}$
$\mathbf{q_1}$		${f q_2}$
$*\mathbf{q}_2$		
\mathbf{q}_3	q_3	${f q_4}$
$*\mathbf{q}_4$	q_3	$\mathbf{q_0}$
*q ₅		${f q}_2$
$*\mathbf{q}_6$	$\mathbf{q_3}$	$\mathbf{q_4}$





- ■Ví dụ
 - **Bước 6.** Loại bỏ các trạng thái không chấp nhận được (trạng thái thừa): Các trạng thái không chấp nhận được là q₁, q₂, q₅, q₆
 - · Kết quả tìm được DFA từ NFA đã cho như sau:

$\delta_{ m D}$	a	b
>q ₀	\mathbf{q}_3	$\mathbf{q_0}$
$\mathbf{q_3}$	\mathbf{q}_3	${f q_4}$
$*\mathbf{q}_4$	q_3	$\mathbf{q_0}$





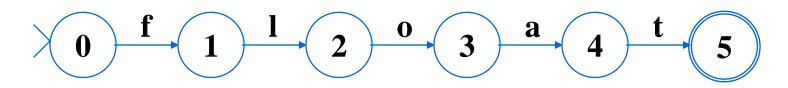
3.2. Định lý

□ Nếu $M_D = (Q_D, \Sigma_D, \delta_D, q_0, F_D)$ là một DFA được xây dựng từ NFA $M_N = (Q_N, \Sigma_N, \delta_N, q_0, F_N)$ đã cho theo phương pháp trên thì $L(M_N) = L(M_D)$.

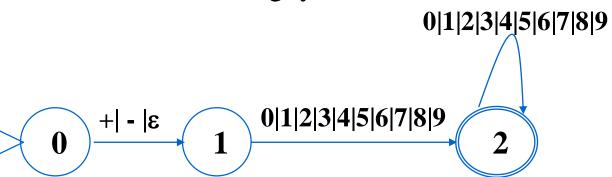


4. Ứng dụng của ôtômát hữu hạn

- □ Tìm kiếm, đoán nhận từ khóa, số, ..., từ tố
 - Ví dụ
 - DFA đoán nhận khóa float



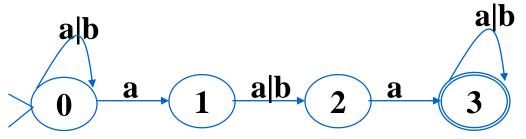
NFA đoán nhận số nguyên





Bài tập: Xây dựng DFA từ NFA

1. NFA biểu diễn bằng biểu đồ dịch chuyển



2. NFA biểu diễn bằng bảng dịch chuyển

a.

$\delta_{ m N}$	a	b	c	d
>0	{1,2}	Ø	{1}	{2}
1	Ø	{0}	{2}	{0,1}
*2	Ø	Ø	Ø	Ø

b.

$\delta_{ m N}$	0	1
>0	{1,3}	{1}
*1	{2}	{1,2}
2	{3}	{0 }
*3	Ø	{0}