拉普拉斯变换性质标准表

序号	性质特点	公式
1	线性：拆开叠加	$L\left[K_1f_1(t)+K_2f_2(t)\right]=K_1F_1(s)+K_2F_2(s)$
2	原函数对 t 微分一次	$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=s^1\cdot F(s)-f(0_-)$
3	原函数对 t 微分 n 次	$\begin{cases} L\left[\frac{df^n(t)}{t^n}\right]=s^n\cdot F(s)-s^{n-1}\cdot f^{(0)}(0_-)-s^{n-2}\cdot f^{(1)}(0_-)-s^{n-3}\cdot f^{(2)}(0_-)-\cdots-s^k f^{([n-1]-k)}(0_-)-\cdots \\ \qquad -s^4\cdot f^{(n-3)}(0_-)-s^3\cdot f^{(n-4)}(0_-)-s^2\cdot f^{(n-3)}(0_-)-s^1\cdot f^{(n-2)}(0_-)-s^0 f^{(n-1)}(0_-) \\ L\left[\frac{df^n(t)}{t^n}\right]=s^nF(s)-\sum_{k=0}^{n-1}s^kf^{([n-1]-k)}(0_-) \qquad \text{注意初始条件：} f(0_+)\overset{???}{=}f(0_-) \end{cases}$
4	原函数对 t 积分一次	$L\left[\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau\right]=\frac{F(s)}{s}+\frac{f^{(-1)}(0_-)}{s}=\frac{F(s)}{s}+\frac{\overbrace{\int_{-\infty}^{t}f(0_-)d\tau}^{\text{常数}}}{s}$
5	原函数对 t 积分 n 次	$L\left[\int_{-\infty}^{t_n}\int_{-\infty}^{t_{n-1}}\int_{-\infty}^{t_{n-2}}\cdots\int_{-\infty}^{t_2}\int_{-\infty}^{t_1}f(\tau)d\tau_1d\tau_2\ldots d\tau_{n-2}d\tau_{n-1}d\tau_n\right]=\frac{F(s)}{s^n}-\sum_{r=1}^{n}\frac{\int_{-\infty}^{t_{n+1-r}}\int_{-\infty}^{t_{n-r}}\int_{-\infty}^{t_{n-1-r}}\cdots\int_{-\infty}^{t_1}f(0_-)d\tau_1\cdots d\tau_{n-1-r}d\tau_{n-r}d\tau_{n+1-r}}{s^r}$
6	时延：时域做平移	$L\left[f(t\pm t_0)\cdot 1(t\pm t_0)\right]=F(s)\cdot e^{-s[T]}\ \underbrace{\xrightarrow{T=\mp t_0}}_{\text{常数}a_0\text{变换前后符号反向}}\ =\ \underbrace{F(s)e^{s(\pm t_0)}}_{\text{常数}a_0\text{在变换最终结果中同向}}$
7	s 延：s 域做平移	$\underbrace{L\left[f(t)\cdot e^{-(\pm a_0)t}\right]}_{\text{常数}a_0\text{在变换最终结果中符号反向}}\ \underbrace{\xleftarrow{\text{令}A=\pm a_0}}_{\text{常数}a_0\text{变换前后符号相同}}\ L\left[f(t)\cdot e^{-A\cdot t}\right]\Leftarrow F(s\pm a_0)$
8	尺度变换：时域做比例	$L\left[f(a\cdot t)\right]=\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{s}{a}\right)\Rightarrow L\left[f(a\cdot t\pm t_0)\right]=\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{s}{a}\right)\cdot e^{s\cdot\left[\pm\left(\frac{t_0}{a}\right)\right]}$
9	初值定理	$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}\left[s\cdot F(s)\right]$ （注意：$s\cdot F(s)$作为整体后才可进行约分！！）
10	终值定理	$\lim_{t\to 0}f(t)=\lim_{s\to\infty}\left[s\cdot F(s)\right]$
11	卷积：时域卷积 $\Leftrightarrow$ s 域乘法	$L\left[\int_0^t f_1(\tau)\cdot f_2(t-\tau)d\tau\right]=L\left[f_1(t)*f_2(t)\right]=F_1(s)\cdot F_2(s)$
12	相乘：时域乘法 $\Leftrightarrow$ s 域卷积	$f_1(t)\cdot f_2(t)\Leftarrow L^{-1}\left[F_1(s)*F_2(s)\right]\Leftarrow\frac{1}{2\pi j}\cdot\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}F_1(\lambda)\cdot F_2(s-\lambda)d\lambda$
13	象函数对 s 微分一次	$L\left[(-1)^1\cdot t^1\cdot f(t)\right]\Leftarrow\frac{d^1F(s)}{ds^1}$
14	象函数对 s 微分 n 次	$L\left[(-1)^n\cdot t^n\cdot f(t)\right]\Leftarrow\frac{d^nF(s)}{ds^n}$
15	象函数对 s 积分一次	$L\left[\frac{f(t)}{t^1}\right]\Leftarrow\int_s^\infty F(\lambda)d\lambda$
16	象函数对 s 积分 n 次	$L\left[\frac{f(t)}{t^n}\right]\Leftarrow\int_{s_n}^\infty\int_{s_{n-1}}^\infty\int_{s_{n-2}}^\infty\cdots\int_{s_3}^\infty\int_{s_2}^\infty\int_{s_1}^\infty F(\lambda_1)d\lambda_1d\lambda_2d\lambda_3\cdots d\lambda_{n-2}d\lambda_{n-1}d\lambda_n$