

一、填空题

1.圆波导传输的主模为 TE₁₁模；微带传输线的主模为准 TEM 模；带状传输线的主模为 TEM 模。

2.波数随波长(或频率)变化的现象称为波的色散，色散波的群速表达式为 $v_g = v_c \cdot \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}$ ；相速表达式 $v_p = v_c / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}$ ；波导波长、工作波长和截止波长的关系 $\lambda_g = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}$

3.测得一微波传输线的反射系数的模 $|\Gamma| = 1/2$ ，则行波系数 $K = 1/3$ ，若特性阻抗 $Z_0 = 75\Omega$ ，则波节点的输入阻抗 $R_{in}(\text{波节}) = 25\Omega$ 。

4.用散射参量表示非可逆四端口定向耦合器的耦合度 $C = 20\log(1/|S_{31}|)$ ，方向性系数 $D = 20\log(|S_{31}|/|S_{41}|)$ ，隔离度 $I = 20\log(1/|S_{41}|)$ 。

5.一波导匹配双 T，其③端口为 E 臂，④端口为 H 臂，如③端口输入功率为 P，则①端口的输出功率为 P/2；若①端口理想短路，②端口理想开路，则④端口输出功率为 P。

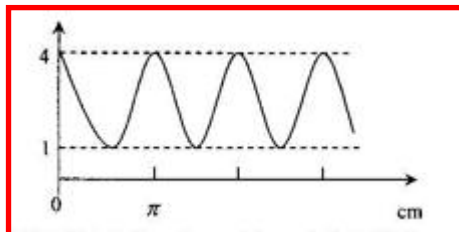
6.微波传输线是一种分布参数电路，其线上电压和电流沿线的分布规律可用传输线方程来描述。7.均匀无损耗传输线的特性阻抗为 Z_0 ，终端负载获得最大功率时，负载阻抗 $Z_L = Z_0$ 。

8.同轴线传输的主模是 TEM 模，微带传输线的主模是准 TEM 模。

9.矩形波导尺寸 $a = 2\text{cm}$ ， $b = 1.1\text{cm}$ 。若在此波导中只传输 TE_{10} 模，则其中电磁波的工作波长范围为 $2.2\text{cm} < \lambda < 4\text{cm}$ 。

10.理想 3dB 定向耦合器的散射参量 $|S_{31}| = 1/\sqrt{2}$ ， $|S_{41}| = 1/\sqrt{2}$ 。

11.由测量线测得某微波传输系统的行驻波分布如图所示。若测量线检波特性为平方律检波，则该系统的驻波比 $\rho = 2$ ，相移常数 $\beta = 1\text{rad/cm}$ 。



12.微波传输线按其传输的电磁波波型，大致可分为 TEM 波传输线，TE、TM 波传输线和表面波传输线。

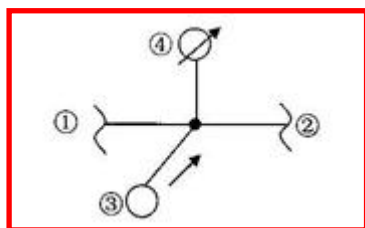
13.长线和短线的区别在于：前者为分布参数电路，后者为集中参数电路。

14.均匀无损耗传输线工作状态分为 3 种：行波、驻波和行驻波。

15.阻抗圆图的正实半轴为电压波腹点的轨迹，负实半轴为电压波节点的轨迹。

16.微波传输系统的阻抗匹配分为两种：共轭匹配和无反射匹配。阻抗匹配的方法中最基本的是采用λ/4 阻抗变换器和分支匹配器作为匹配网络。

17.如图所示为一魔 T 电桥，H 臂③端口接匹配信号源，输入功率为 1W，E 臂④端口接匹配功率计，①、②两口各接一个负载，它们的反射系数分别为 Γ_1 、 Γ_2 。若 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ ，此时功率计测得的结果为 0，此结果说明①、②端口接匹配负载，③、④端口理想隔离；若 $\Gamma_1 = 0.1$ ， $\Gamma_2 = 0.3$ ，此时功率计测得的结果为 5mW。



- 18.从传输线方程来看,传输线上任一点处的电压或电流都等于该处相应的入射波和反射波的叠加。
- 19.当负载为纯电阻 R_L , 且 $R_L > Z_0$, 第一个电压波腹点在终端; 当负载为感性阻抗时, 第一个电压波腹点距离终端的距离在 $0 < z < \lambda/4$ 范围内。
- 20.导波系统中的电磁波按纵向场分量的有无, 一般分为 **3 种波型**(或 **3 种模**): TE 波(TE 模)、TM 波(TM 模)和 TEM 波(TEM 模)。
- 21.导波系统中传输电磁波的等相位面沿着轴向移动的速度, 通常称为相速; 而传输信号的电磁波是多种频率成分构成一个“波群”进行传播, 其速度通常称为群速。
- 22.波速随着波长(或频率)变化的现象称为光的色散, 色散波的相速大于无限媒质中的光速, 而群速小于无限媒质中的光速。
- 23.矩形波导传输的主模是 TE₁₀; 同轴线传输的主模是 TEM。
- 24.若一个两端口微波网络互易, 则网络参量 $[Z]$ 的特征为 $Z_{12}=Z_{21}$; 网络参量 $[S]$ 的特征为 $S_{12}=S_{21}$ 。
- 25.表征微波网络的参量有阻抗参量、导纳参量、转移参量、散射参量和传输参量。

二、计算题

1.计算下面电路中的输入阻抗 Z_{in} , 各点的反射系数 Γ , 各段的电压驻波比 ρ 。

解:

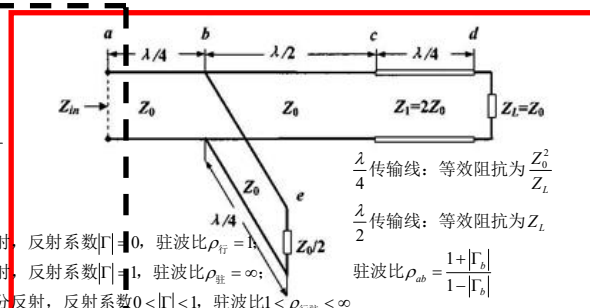
$$Z_e = \frac{Z_0}{2} \quad Z_d = Z_0 \quad Z_c = \frac{Z_1^2}{Z_d} = 4Z_0 \quad Z_{inb1} = Z_c = 4Z_0$$

$$Z_{inb2} = \frac{Z_0^2}{Z_e} = 2Z_0 \quad Z_b = Z_{inb1} // Z_{inb2} = \frac{4Z_0}{3} \quad Z_{in} = Z_a = \frac{Z_0^2}{Z_b} = \frac{3Z_0}{4}$$

$$\Gamma_a = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0} = -\frac{1}{7} \quad \Gamma_b = \frac{Z_b - Z_0}{Z_b + Z_0} = \frac{1}{7} \quad \Gamma_c = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0} = \frac{3}{5}$$

$$\Gamma_d = \frac{Z_d - Z_1}{Z_d + Z_1} = -\frac{1}{3} \quad \Gamma_e = \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} = -\frac{1}{3} \quad \text{反射系数 } 0 \leq |\Gamma| \leq 1$$

$$\rho_{ab} = \frac{1 + |\Gamma_a|}{1 - |\Gamma_a|} = \frac{4}{3} \quad \rho_{bc} = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|} = 4 \quad \rho_{cd} = \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = 2 \quad \rho_{be} = \frac{1 + |\Gamma_e|}{1 - |\Gamma_e|} = \frac{1}{2}$$



2.已知电磁波的频率分别为 $f_1=15\text{GHz}$, $f_2=5\text{GHz}$, 用 BJ-100 型矩形波导($a=22.86\text{mm}$, $b=10.16\text{mm}$)传输时, 试分别判断波导中可能传输哪些波型?

解: $f_1 = 5 \times 10^9 \text{ Hz}$, 得 $\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = 6\text{cm} = 60\text{mm}$;

$f_2 = 15 \times 10^9 \text{ Hz}$, 得 $\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = 2\text{cm} = 20\text{mm}$;

根据矩形波导中 TE_{mn} 和 TM_{mn} 波型的截止波长

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

可得 BJ-100 型矩形波导中不同波型的截止波长为

| 波型 | TE ₁₀ | TE ₀₁ | TE ₂₀ | TE ₁₁ /TM ₁₁ | TE ₀₂ | TE ₃₀ |
|------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------------------------|------------------|------------------|
| $\lambda_c(\text{mm})$ | 45.72 | 20.32 | 22.86 | 18.57 | 10.16 | 15.24 |

根据 TE 和 TM 波的传输条件, 即 $\lambda < \lambda_c$, 可知:

当 $f_1 = 5 \times 10^9 \text{ Hz}$, $\lambda_1 = 60\text{mm}$, BJ-100 型波导中没有传输波形, 即为截至波导;

当 $f_2 = 15 \times 10^9 \text{ Hz}$, $\lambda_2 = 20\text{mm}$, BJ-100 型波导中传输的波型有: TE_{10} 、 TE_{01} 、 TE_{20}

矩形波导: 主模(波长最长)为 TE_{10} 模;

$$\begin{cases} \lambda = \frac{v_c}{f_w} \\ \text{公式: } \lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \\ \lambda < \lambda_c \text{ (即 } \lambda_c > \lambda) \end{cases}$$

3. 已知二端口网络的散射矩阵为

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.2e^{j3\pi/2} & 0.98e^{j\pi} \\ 0.98e^{j\pi} & 0.2e^{j3\pi/2} \end{bmatrix}$$

求该网络的插入衰减 $L(\text{dB})$ 插入相移 θ , 电压传感系数 T , 输入驻波比 ρ 。

解: 根据网络工作特性参数的定义, 得

$$L = 10 \log \frac{1}{|S_{21}|^2} = 10 \log \frac{1}{0.98^2} = 0.175 \text{ dB} \quad \theta = \arg S_{21} = -\pi$$

$$T = S_{21} = 0.98e^{j\pi} = -0.98 \quad \rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} = \frac{1+0.2}{1-0.2} = 1.5$$

4. 试用无损耗互易网络的一元性证明: 无损耗互易三端口网络不可能同时实现端口匹配, 即其散射参量 $S_{ii}(i=1, 2, 3)$ 不可能全部为零。

证明: 根据无损耗互易网络的一元性, 即 $[S]^+ \cdot [S] = I$, 利用反证法易证,

假定无损耗三端口网络完全匹配, 即 $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$, 则有

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & 0 & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

则根据 $[S]$ 的一元性, 有

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1 \quad (1)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (2)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \quad (3)$$

$$S_{13} S_{23}^* = 0 \quad (4)$$

若(4)式成立, 要求 $S_{13} = 0$ 或 $S_{23} = 0$ 。若 $S_{13} = 0$, 带入(1)(2)(3)式, 得

$$|S_{12}|^2 = 1; \quad |S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1; \quad |S_{23}|^2 = 1 \quad \text{显然这三个式子矛盾。}$$

同理, 若 $S_{23} = 0$, 同样得到矛盾的结果。

因而, 反证了三端口无损耗互易网络是不可能完全匹配的。

5. 如图所示为一无损耗均匀传输系统, 已知 $U_g = 80\text{V}$, $R_g = 200\Omega$, $R_1 = Z_0/2$, $l = \lambda$, $l_1 = l_2 = l_3 = \lambda/4$, R_2 为待定元件, dd' 端跨接一内阻小的检测计 A 。试求:

(1) 为使 ab 段处于行波工作状态, R_2 应选多大? (2) 各点的反射系数 Γ 和各段电压驻波比, 并分析各段的工作状态。(3) 检测计上 A 所测得的电流的大小。

解:

$$(1) Z_d = 0 \Rightarrow Z_c = \infty // R_1 = \frac{Z_0}{2} = 100\Omega \quad Z'_b = \frac{Z_0^2}{Z_c} = \frac{200^2}{100} = 400\Omega$$

$$Z_b = Z'_b // Z'_c, \text{ 而 } Z_b = Z_0 \Rightarrow Z_b = 200 = 400 // Z'_c \Rightarrow Z'_c = 400\Omega$$

$$\text{则 } R_2 = Z_c = \frac{Z_0^2}{Z'_b} = \frac{200^2}{400} = 100\Omega$$

$$(2) Z_a = Z_0 \Rightarrow \Gamma_a = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0} = 0; \quad Z_b = Z_0 \Rightarrow \Gamma_b = \frac{Z_b - Z_0}{Z_b + Z_0} = 0$$

$$Z_c = R_1 = 100\Omega \Rightarrow \Gamma_c = \frac{R_1 - Z_0}{R_1 + Z_0} = \frac{100 - 200}{100 + 200} = -\frac{1}{3}$$

$$Z_d = 0 \Rightarrow \Gamma_d = \frac{Z_d - Z_0}{Z_d + Z_0} = -1; \quad Z_e = R_2 \Rightarrow \Gamma_e = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0} = \frac{100 - 200}{100 + 200} = -\frac{1}{3}$$

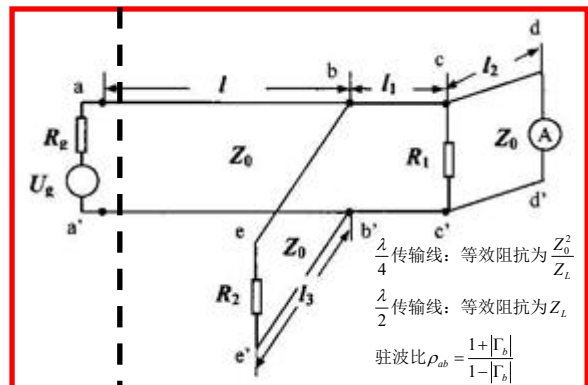
$$\rho_{ab} = \frac{1+|\Gamma_a|}{1-|\Gamma_a|} = 1, \text{ 行波} \quad \rho_{bc} = \frac{1+|\Gamma_c|}{1-|\Gamma_c|} = 2, \text{ 行驻波}$$

$$\rho_{cd} = \frac{1+|\Gamma_d|}{1-|\Gamma_d|} = \infty, \text{ 驻波} \quad \rho_{be} = \frac{1+|\Gamma_e|}{1-|\Gamma_e|} = 2, \text{ 行驻波}$$

$$(3) Z_m = Z_a = Z_0 = 200\Omega, \quad |I_a| = \frac{U_g}{R_g + Z_m} = \frac{80}{200 + 200} = 0.2 \text{ A}$$

$$|U_a| = |I_a| \cdot Z_m = 40\text{V}, \quad |U_b| = 40\text{V}, \quad |U_c| = \frac{|U_b|}{\rho_{bc}} = \frac{40}{2} = 20\text{V}, \quad |I_d| = \frac{|U_c|}{Z_0} = \frac{20}{200} = 0.1 \text{ A}$$

所以, 检测电流大小为 0.1 A



6. 若矩形波导截面尺寸 $a=2b=8\text{cm}$ ，试问当频率为 5GHz 时，波导中能传输哪些模式？若只传输主模，工作频率的范围是多少？

解：当 $f=5\text{GHz}=5\times 10^9\text{Hz}$ 时， $\lambda=\frac{v}{f}=6\text{cm}=60\text{mm}$

根据矩形波导中导行波截止波长的表达式，即 $\lambda_c=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2}}$

可得： $\lambda_c(TE_{10})=160\text{mm}$ ； $\lambda_c(TE_{01})=80\text{mm}$ ； $\lambda_c(TE_{20})=80\text{mm}$ ；

$\lambda_c(TE_{02})=40\text{mm}$ ； $\lambda_c(TE_{11}\text{或}TM_{11})=71.6\text{mm}$ ；

再根据 TE 、 TM 波的传输条件 $\lambda < \lambda_c$ ，得到波导中能够传输的波型有

TE_{10} 、 TE_{01} 、 TE_{20} 、 TE_{11} 和 TM_{11} 。进行主模传输时，有 $80\text{mm} < \lambda < 160\text{mm}$ ，

对应的工作频率范围为 $1.875\text{GHz} < f < 3.75\text{GHz}$ 。

矩形波导：主模(波长最长)为 TE_{10} 模；

$$\text{公式: } \begin{cases} \lambda = \frac{v_c}{f_w} \\ \lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \\ \lambda < \lambda_c \text{ (即 } \lambda_c > \lambda) \end{cases}$$

7. 如图所示电路，两段传输线的特性阻抗分别为 Z_{01} 和 Z_{02} 。试求由参考面 T 确定的网络的散射参量。

解：

$S_{11} = \frac{\tilde{U}_{r1}}{\tilde{U}_{i1}} \Big|_{\tilde{U}_{i2}=0} = \frac{Z_{02}-Z_{01}}{Z_{02}+Z_{01}}$ ，其原因： S_{11} 是端口②接匹配负载时，端口①的电压反射系数。

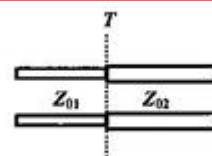
当端口②接匹配负载时，参考面 T 的输入阻抗为 Z_{02} 。根据反射系数与阻抗的基本关系式

$\Gamma = \frac{Z_{in}-Z_0}{Z_{in}+Z_0}$ ，可得 S_{11} 的最终结果。同理可得： $S_{22} = \frac{\tilde{U}_{r2}}{\tilde{U}_{i2}} \Big|_{\tilde{U}_{i1}=0} = \frac{Z_{01}-Z_{02}}{Z_{01}+Z_{02}}$ 。

由于， $\tilde{U}_{r1} = \tilde{U}_{i2} - \tilde{U}_{r2}$ ，则 $S_{12} = \frac{\tilde{U}_{r1}}{\tilde{U}_{i2}} \Big|_{\tilde{U}_{i1}=0} = 1 - \frac{\tilde{U}_{r2}}{\tilde{U}_{i2}} \Big|_{\tilde{U}_{i1}=0} = 1 - S_{22} = \frac{2Z_{02}}{Z_{01}+Z_{02}}$

同理，可得 $S_{21} = \frac{\tilde{U}_{r2}}{\tilde{U}_{i1}} \Big|_{\tilde{U}_{i2}=0} = 1 - \frac{\tilde{U}_{r1}}{\tilde{U}_{i1}} \Big|_{\tilde{U}_{i2}=0} = 1 - S_{11} = \frac{2Z_{01}}{Z_{01}+Z_{02}}$

$$\text{所求网络的散射参量}[S] = \begin{bmatrix} \frac{Z_{02}-Z_{01}}{Z_{02}+Z_{01}} & \frac{2Z_{02}}{Z_{01}+Z_{02}} \\ \frac{2Z_{01}}{Z_{01}+Z_{02}} & \frac{Z_{01}-Z_{02}}{Z_{01}+Z_{02}} \end{bmatrix}$$



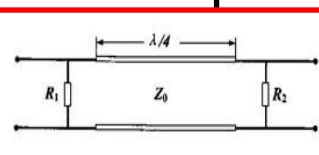
8. 如图所示网络， $R_2=2Z_0$ ，当终端接匹配负载时，要求输入端匹配。试求：(1) 电阻 R_1 的取值；(2) 网络中的工作特性参量：电压传输系数 T 、插入衰减 $L(\text{dB})$ 以及插入相移 θ 。

解：

$$(1) [\tilde{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Z_0}{R_1} & 1 \end{bmatrix}; [\tilde{A}]_b = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}; [\tilde{A}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [\tilde{A}] = [\tilde{A}]_s \cdot [\tilde{A}]_b \cdot [\tilde{A}]_s = \begin{bmatrix} \frac{j}{2} & j \\ j + j\frac{Z_0}{2R_1} & j\frac{Z_0}{R_1} \end{bmatrix}$$

则 $S_{11} = \frac{\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{12} - \tilde{A}_{21} - \tilde{A}_{22}}{\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21} + \tilde{A}_{22}} = \frac{R_1 - 3Z_0}{5R_1 + 3Z_0}$ ，输入端匹配时， $S_{11}=0 \Rightarrow R_1=3Z_0$

(2) $S_{21} = \frac{2}{\tilde{A}_{11} + \tilde{A}_{12} + \tilde{A}_{21} + \tilde{A}_{22}} = -j\frac{2}{3}$; $T = S_{21} = -j\frac{2}{3}$; $L = 10\log \frac{1}{|S_{21}|^2} = 2 \times 10\log \frac{1}{|S_{21}|} = 20\log \frac{3}{2} (\text{dB})$; $\theta = \arg S_{21} = -\frac{\pi}{2}$



9. 如图所示一微波传输系统，其中 Z_0 已知。求输入阻抗 Z_{in} 、各点的反射系数 Γ 及各段的电压驻波比 ρ 。

$$Z_c = \frac{Z_1^2}{Z_d} = \frac{4Z_0^2}{Z_0} = 4Z_0; \quad Z_{inb} = 4Z_0; \quad Z_b = 2Z_0 // 4Z_0 = \frac{4Z_0}{3}; \quad Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_b} = \frac{3Z_0}{4}$$

$$\Gamma_a = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0} = \frac{3Z_0/4 - Z_0}{3Z_0/4 + Z_0} = -\frac{1}{7}; \quad \Gamma_b = \frac{Z_b - Z_0}{Z_b + Z_0} = \frac{4Z_0/3 - Z_0}{4Z_0/3 + Z_0} = \frac{1}{7};$$

$$\Gamma_c = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0} = \frac{4Z_0 - Z_0}{4Z_0 + Z_0} = \frac{3}{5}; \quad \Gamma_d = \frac{Z_d - Z_1}{Z_d + Z_1} = \frac{Z_0 - 2Z_0}{Z_0 + 2Z_0} = -\frac{1}{3}$$

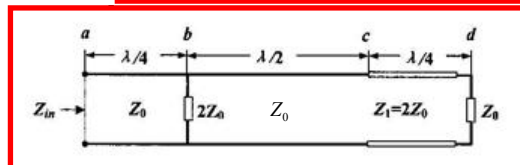
$$\rho_{ab} = \frac{1 + |\Gamma_a|}{1 - |\Gamma_a|} = \frac{4}{3}; \quad \rho_{bc} = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|} = 4; \quad \rho_{cd} = \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = 2$$

因而 ab 、 bc 、 cd 段都处于行驻波状态。

串联并联
用等效电路的观点
负载端 → 电源端

$\frac{\lambda}{4}$ 传输线：等效阻抗为 $\frac{Z_0^2}{Z_L}$
 $\frac{\lambda}{2}$ 传输线：等效阻抗为 Z_L

驻波比 $\rho_{ab} = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|}$



10. 矩形波导的尺寸为 $a=28.5\text{mm}$ ， $b=12.6\text{mm}$ ，波导中传输的电磁波的工作频率为 15GHz 。试问波导中可能传输的波型有哪些？

解：当工作频率为 $f=15\text{GHz}$ 时， $\lambda=20\text{mm}$ ，由矩形波导中导行波的截止波长的表达式，即

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad \text{得: } \begin{cases} \lambda_c(TE_{10}) = 57\text{mm}; \lambda_c(TE_{01}) = 25.2\text{mm}; \lambda_c(TE_{20}) = 28.5\text{mm}; \lambda_c(TE_{02}) = 12.6\text{mm} \\ \lambda_c(TE_{11} \text{ 或 } TM_{11}) = 23.05\text{mm}; \lambda_c(TE_{21} \text{ 或 } TM_{21}) = 18.88\text{mm}; \lambda_c(TE_{30}) = 19\text{mm} \end{cases}$$

由 TE 、 TM 波的传输条件： $\lambda < \lambda_c$ ，可知波导中能够传输的波型有 TE_{10} 、 TE_{01} 、 TE_{20} 、 TE_{11} 和 TM_{11} 。

11. 一微波元件的等效网络如图所示，其中 $\theta = \pi/2$ 。试利用网络级联的方法计算网络的工作特性参量。(1) 电压传输系数 T ；(2) 插入衰减 $L(\text{dB})$ ；(3) 插入相移 ϕ ；(4) 输入驻波比 ρ 。

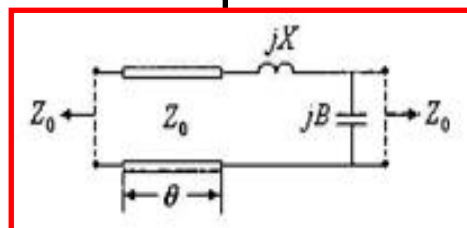
解：

$$|\tilde{A}|_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}; \quad |\tilde{A}|_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{jX}{Z_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad |\tilde{A}|_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = |\tilde{A}|_1 \cdot |\tilde{A}|_2 \cdot |\tilde{A}|_3 = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{jX}{Z_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -BZ_0 & j \\ j(1 - BX) & -\frac{X}{Z_0} \end{bmatrix}$$

$$S_{11} = \frac{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{-BZ_0 + \frac{X}{Z_0} + jBX}{-BZ_0 - \frac{X}{Z_0} + j(2 - BX)}$$

$$S_{21} = \frac{2}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{2}{-BZ_0 - \frac{X}{Z_0} + j(2 - BX)}$$



$$(1) T = S_{21} = \frac{2}{-BZ_0 - \frac{X}{Z_0} + j(2 - BX)}; \quad (2) L = \frac{1}{|S_{21}|^2} = \frac{\left(BZ_0 + \frac{X}{Z_0}\right)^2 + (2 - BX)^2}{4}$$

$$(3) \phi = \phi_{21} = \arctan \left(\frac{2 - BX}{-BZ_0 - \frac{X}{Z_0}} \right) = \arctan \left(\frac{2 - BX}{BZ_0 + \frac{X}{Z_0}} \right) - \pi$$

$$(4) \rho = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} = \frac{\sqrt{\left(BZ_0 + \frac{X}{Z_0}\right)^2 + (2 - BX)^2} + \sqrt{\left(BZ_0 - \frac{X}{Z_0}\right)^2 + (BX)^2}}{\sqrt{\left(BZ_0 + \frac{X}{Z_0}\right)^2 + (2 - BX)^2} - \sqrt{\left(BZ_0 - \frac{X}{Z_0}\right)^2 + (BX)^2}}$$

归一化阻抗：
电感 $jX \Rightarrow$ (电抗) $\frac{jX}{Z_0}$
电阻 $R \Rightarrow$ (电阻) $\frac{R}{Z_0}$
电容 $jB \Rightarrow$ (电纳) $jB \cdot Z_0$

12. 如图所示一微波传输系统，其 Z_0 已知，若输入阻抗 $Z_{in}=Z_0$ ，求 e 点负载阻抗 Z_L ，各点的反射系数 Γ 和各段电压驻波比 ρ ，并分析各段的工作状态(行波、驻波或行驻波)。

$$Z_c = \frac{Z_0^2}{Z_d} = 2Z_0; Z_{inb1} = Z_c = 2Z_0; Z_{in} = Z_b = Z_0 = Z_{inb1} // Z_{inb2},$$

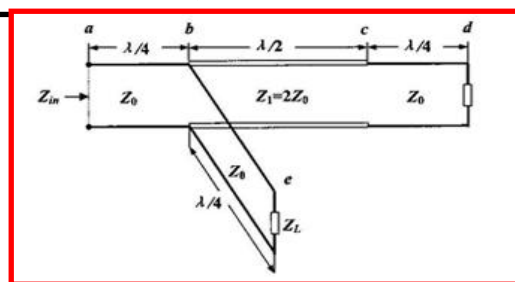
$$\text{由于 } Z_{inb2} = 2Z_0 = \frac{Z_0^2}{Z_L}, \text{ 从而 } Z_L = \frac{Z_0}{2};$$

$$\Gamma_a = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = 0; \Gamma_b = \frac{Z_b - Z_0}{Z_b + Z_0} = 0; \Gamma_c = \frac{Z_c - 2Z_0}{Z_c + 2Z_0} = 0;$$

$$\Gamma_d = \frac{Z_d - Z_0}{Z_d + Z_0} = -\frac{1}{3}; \Gamma_e = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -\frac{1}{3}$$

$$\rho_{ab} = \frac{1 + |\Gamma_a|}{1 - |\Gamma_a|} = 1; \rho_{bc} = \frac{1 + |\Gamma_c|}{1 - |\Gamma_c|} = 1; \rho_{cd} = \frac{1 + |\Gamma_d|}{1 - |\Gamma_d|} = 2; \rho_{be} = \frac{1 + |\Gamma_e|}{1 - |\Gamma_e|} = 2$$

因而 ab 段、 bc 段处于行波状态； cd 段、 be 段处于行驻波状态。



串联并联
用等效电路的观点
负载端→电源端

$\frac{\lambda}{4}$ 传输线：等效阻抗为 $\frac{Z_0^2}{Z_L}$
 $\frac{\lambda}{2}$ 传输线：等效阻抗为 Z_L

驻波比 $\rho_{ab} = \frac{1 + |\Gamma_b|}{1 - |\Gamma_b|}$

13. 若矩形波导截面尺寸 $a=22.86\text{mm}$ ， $b=10.16\text{mm}$ ，试问当频率为 15GHz 时，波导中能传输哪些模式？

解：当工作频率为 $f=15\text{GHz}$ 时， $\lambda=20\text{mm}$ ，由矩形波导中导行波的截止波长的表达式，即

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \text{ 得: } \begin{cases} \lambda_c(TE_{10}) = 45.72\text{mm}; \lambda_c(TE_{01}) = 20.32\text{mm}; \lambda_c(TE_{20}) = 22.86\text{mm}; \\ \lambda_c(TE_{02}) = 10.16\text{mm}; \lambda_c(TE_{11} \text{ 或 } TM_{11}) = 18.57\text{mm}; \lambda_c(TE_{30}) = 15.24\text{mm} \end{cases}$$

由 TE 、 TM 波的传输条件： $\lambda < \lambda_c$ ，可知波导中能够传输的波型有 TE_{10} 、 TE_{01} 、 TE_{20} 。

14. 均匀波导中设置两组金属膜片，其间距为 $l=\lambda_p/2$ ，等效网络如图所示，试利用网络级联方法计算下列工作特性参量：(1)输入驻波比 ρ ；(2)电压传输系数 T ；(3)插入衰减 $L(\text{dB})$ ；(4)插入相移 θ 。

解：

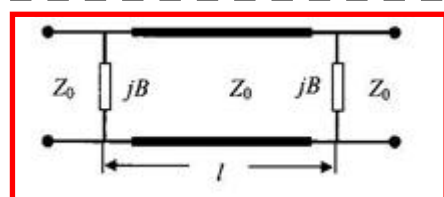
$$[\tilde{A}]_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix}; [\tilde{A}]_2 = \begin{bmatrix} \cos \pi & j \sin \pi \\ j \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; [\tilde{A}]_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ jBZ_0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{则 } S_{11} = \frac{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = -\frac{jBZ_0}{1 + jBZ_0}; S_{21} = \frac{2}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = -\frac{2}{1 + jBZ_0};$$

$$(1) \rho = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} = \frac{\sqrt{1 + (BZ_0)^2} + BZ_0}{\sqrt{1 + (BZ_0)^2} - BZ_0}; \quad (2) T = S_{21} = -\frac{2}{1 + jBZ_0};$$

$$(3) L = 10 \log \frac{1}{|S_{21}|^2} = 20 \log \frac{1 + (BZ_0)^2}{4}; \quad (4) \theta = \varphi_{21} = \arctan(-BZ_0) = \pi - \arctan(BZ_0)$$



$$S = \begin{bmatrix} \frac{\text{第一行减去第二行}}{(A_{11} + A_{12}) - (A_{21} + A_{22})} & \frac{\text{转移参量 } A \text{ 行列式的 } 2 \text{ 倍}}{2 \det A} \\ \frac{2}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} & \frac{\text{第二列减去第一列}}{(A_{12} + A_{22}) - (A_{11} + A_{21})} \end{bmatrix}$$

三、作图问答题

1. 已知传输线的特性阻抗为 Z_0 ，工作波长 $\lambda=10\text{cm}$ ，负载阻抗 $Z_L=(0.3+j0.6)Z_0$ 。求第一个电压波腹点至中断的距离 l ，驻波比 ρ ，行波系数 K 。

解： $\tilde{Z}_L = Z_L / Z_0 = 0.3 + j0.6$ ，在阻抗圆图中找到 \tilde{Z}_L 的对应点 A ，其对应的波长数为 0.09。由 A 点沿等反射系数圆向信源方向旋转，至实轴正半轴，交点为第一个电压波腹点，则第一个电压波腹点至终端的距离 $l = (0.25 - 0.09)\lambda = 0.16\lambda = 1.6\text{cm}$ 。该点的归一化电阻为 4.7，行波系数 $K = 1/\rho = 0.21$ 。

2. 在特性阻抗 $Z_0=500\Omega$ 的无损耗传输线上，测得 $|U|_{\max}=100\text{V}$ ， $|U|_{\min}=20\text{V}$ ，第一个电压波节点距离终端 0.15λ ，求负载阻抗 Z_L 及负载导纳 Y_L 。

解： $K = |U|_{\min} / |U|_{\max} = 20/100 = 0.2$ ，在阻抗圆图中找到归一化电阻为 0.2 的点 A ，该点为电压波节点。由 A 沿等反射系数圆向负载方向旋转 0.15 的波长数，至 B 点。 B 点为 \tilde{Z}_L 对应点，得到 $\tilde{Z}_L = 0.58 - j1.27$ ，做 B 点相对圆心的对称点 C ，该点读数为 $\tilde{Y}_L = 0.33 + j0.7$ 。故 $\tilde{Z}_L = 290 - j635\Omega$ ， $\tilde{Y}_L = 0.00066 + j0.0014\text{S}$ 。

3. 一特性阻抗为 $Z_0=300\Omega$ 的传输线，传送信号至天线，工作频率为 300MHz ，由于传输线与天线不匹配，测得电压驻波比 $\rho=3$ ，第一个电压波腹点至输入端的距离为 $d_{\max}=0.2\text{m}$ 。试求传输线的输入阻抗 Z_{in} 及输入导纳 Y_{in} 。

解： $\lambda = v_c / f$ ， $d_{\max} = 0.2\lambda$ ，在阻抗圆图上找到归一化电阻为 3 的点 A ，该点即为电压波腹点，从 A 点沿等反射系数圆向信源方向旋转 0.2 个波长数至 B 点，该点为 $\tilde{Z}_{in} = 0.36 - j0.29$ ，相对圆心的对称点为 $\tilde{Y}_{in} = 1.7 + j1.35$ ，从而 $\tilde{Z}_{in} = 108 - j87\Omega$ ， $Y_{in} = 0.0057 + j0.0045\text{S}$ 。

4. 求一特性阻抗 $Z_0=200\Omega$ ，输入阻抗 $Z_{in}=j100\Omega$ ，工作频率为 500MHz 的均匀无损耗终端端路线的最短几何长度 l 。

解： $\lambda = v_c / f = 0.6\text{m}$ ， $\tilde{Z}_{in} = Z_{in} / Z_0 = j0.5$ ，在阻抗圆图中找到归一化阻抗为 $j0.5$ 的点 A ， A 点对应的波长数为 0.074，由 A 点沿等反射系数圆向负载方向旋转至短路点，旋转过的波长数为 0.074，故终端短路线的最短几何距离长度 $l = 0.0074\lambda = 4.44\text{cm}$ 。

5. 一无损耗传输特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ ，长度为 10cm ， $f=800\text{MHz}$ ，假设输入阻抗 $Z_{in}=j60\Omega$ ，求出负载阻抗 Z_L ；为替代 Z_L 需使用多长的终端短路传输线？

解：(1) $\tilde{Z}_{in} = Z_{in} / Z_0 = j1.2$ ， $\lambda = v_c / f = 37.5\text{cm}$ ， $l / \lambda = 10/37.5 = 0.267$ ；所以，在阻抗圆图中以 $j1.2$ 点向负载方向沿反射系数圆旋转 0.267 波长数到 \tilde{Z}_L 点，得到 $\tilde{Z}_L = -j0.07$ ，故负载 $Z_L = \tilde{Z}_L \cdot Z_0 = -j3.5\Omega$ ；(2) 终端端路线长度要从短路点向信源方向旋转至 \tilde{Z}_L 点，旋转过的波长数为 0.373，故短路线的长度为 $0.373\lambda = 14\text{cm}$ 。

6. 已知传输线的特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ ，线长 $l=1.82\lambda$ ， $|U_{\max}|=50\text{V}$ ， $|U_{\min}|=13\text{V}$ ，距离始端最近的电压波腹点至始端距离为 $d_{\max}=0.032\lambda$ ，求 Z_{in} 和 Z_L 。

解：电压驻波比 $\rho = |U_{\max}| / |U_{\min}| = 3.846$ ，在阻抗圆图中找到归一化电阻为 3.846 的点 A ，过 A 点作等反射系数圆， A 点为波腹点，过 A 点沿等反射系数圆向信源方向旋转 0.032 个波长数至 B 点，对应的归一化阻抗 $\tilde{Z}_{in} = 2.5 - j1.8$ ，故 $Z_{in} = 125 - j90\Omega$ 。再由 B 点沿等反射系数圆向负载方向旋转 0.32 个波长数，至 C 点，对应的 $\tilde{Z}_L = 0.27 - j0.22$ ，故 $Z_L = 13.5 - j11\Omega$ 。

7.特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ 的传输线，终端负载不匹配，沿线电压波腹点 $|U|_{\max}=20V$ ，电压波节点 $|U|_{\min}=12V$ ，离终端最近的电压波腹点距终端的距离为 0.37λ ，求负载阻抗 Z_L 。

解： $\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = 20/12 = 1.67$ ，在阻抗圆图中找到归一化阻抗为1.67的点A，A点为电压波腹点，过A点沿等反射系数圆向负载方向(逆时针方向)旋转0.37个波长数到B点，B点即为负载阻抗对应点，B点的归一化阻抗为 $\tilde{Z}_L = 0.85 - j0.47$ ，故得负载阻抗为 $Z_L = 42.5 - j23.5\Omega$ 。

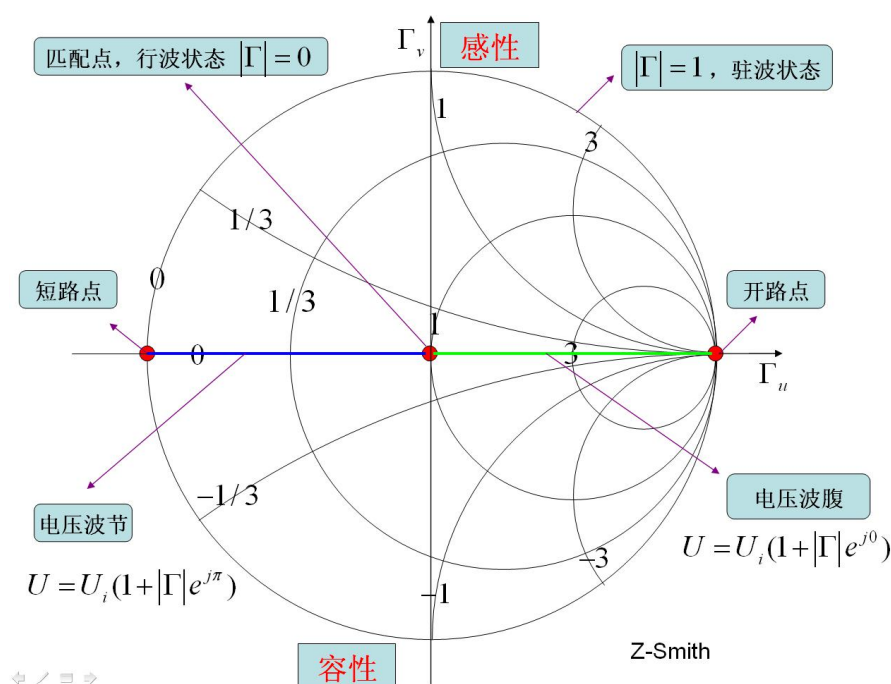
8.已知 $Y_L=(0.2-j0.4)\cdot Y_0$ ，工作波长 $\lambda=10cm$ ，求第一个电压波节点和第一个电压波腹点到负载的距离、驻波比 ρ 和行波系数 K 。

解：在导纳圆图中，找到归一化导纳 $\tilde{Y}_L = 0.2 - j0.4$ 的点A，A点对应的波长数为0.438，过A点沿等反射系数向信源方向(顺时针方向)旋转，和正实半轴交于B点，和负实半轴交于C点。
 则B点为电压波节点，C点为电压波腹点，由A点到B点旋转过的波长数为 $0.25 + (0.5 - 0.438) = 0.312$ ，所以，可得第一个电压波节点到负载的距离为 $l(\text{波节}) = 0.312\lambda = 3.12cm$ ，由A点到C点旋转过的波长数为 $0.5 - 0.438 = 0.062$ ，得到第一个电压波腹点到负载的距离为 $l(\text{波腹}) = 0.062\lambda = 0.62cm$ 。B点(波节点)的归一化导纳为5.6，归一化阻抗为0.18；C点(波腹点)的归一化导纳为0.18，归一化阻抗为5.6，从而得到驻波比 $\rho = \tilde{Z}(\text{波腹点}) = 5.6$ ，行波系数 $K = \tilde{Z}(\text{波节点}) = 0.18$ 。



Smith圆图规律：

阻抗圆图中包含 4 个特征数据：归一化电阻 \tilde{R} 、归一化电抗 \tilde{X} 、反射系数 $|\Gamma|$ 和相位 θ ；在实轴上半部分电抗呈感性，实轴下半部分电抗呈容性；坐标 (1,0) 处为开路点，即代表传输线终端为开路状态，坐标 (-1,0) 为短路点，即代表传输线终端为短路状态；开路点与短路点的相位之差为 π ；电压波腹点都落在正实半轴上，电压波节点都落在负实半轴上；处于最外边的圆 ($|\Gamma|=1$) 代表驻波状态，其上半圆代表纯电感，其下半圆代表纯电容；坐标原点 (0,0) 代表阻抗匹配点 ($|\Gamma|=0$)。



| | | | | |
|--------|--|--|--|---|
| 单元电路 | | | | |
| 阻抗参量 Z | | $\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{B-C}} & \frac{1}{Z_{B-C}} \\ \frac{1}{Z_{B-C}} & \frac{1}{Z_{B-C}} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -jc \tan \theta & \frac{1}{j \sin \theta} \\ \frac{1}{j \sin \theta} & -jc \tan \theta \end{bmatrix}$ | |
| 导纳参量 Y | $\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{L-R}} & -\frac{1}{Z_{L-R}} \\ -\frac{1}{Z_{L-R}} & \frac{1}{Z_{L-R}} \end{bmatrix}$ | | $\begin{bmatrix} -jc \tan \theta & -\frac{1}{j \sin \theta} \\ -\frac{1}{j \sin \theta} & -jc \tan \theta \end{bmatrix}$ | |
| 转移参量 A | $\begin{bmatrix} 1 & Z_{L-R} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{B-C} & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \cos \theta & j \sin \theta \\ j \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$ |
| 散射参量 S | $\begin{bmatrix} \frac{Z_{L-R}}{2+Z_{L-R}} & \frac{2}{2+Z_{L-R}} \\ \frac{2}{2+Z_{L-R}} & \frac{Z_{L-R}}{2+Z_{L-R}} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{-Z_{B-C}}{2+Z_{B-C}} & \frac{2}{2+Z_{B-C}} \\ \frac{2}{2+Z_{B-C}} & \frac{-Z_{B-C}}{2+Z_{B-C}} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{1-n^2}{1+n^2} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{1+n^2} & -\frac{1-n^2}{1+n^2} \end{bmatrix}$ |
| 传输参量 T | $\begin{bmatrix} \frac{2+Z_{L-R}}{2} & \frac{-Z_{L-R}}{2} \\ \frac{Z_{L-R}}{2} & \frac{2-Z_{L-R}}{2} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{2+Z_{B-C}}{2} & \frac{Z_{B-C}}{2} \\ \frac{-Z_{B-C}}{2} & \frac{2-Z_{B-C}}{2} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \frac{1+n^2}{2n} & \frac{1-n^2}{2n} \\ \frac{1-n^2}{2n} & \frac{1+n^2}{2n} \end{bmatrix}$ |