

## —微波技术复习题—

### 一、填空题

- 1.同轴线的主模是 **TEM 模**；微带传输线的主模是**准 TEM 模**。  
微带线中传输的模式是由 **TE 模** 和 **TM 模** 组合而成的具有色散特性的混合模式 **准 TEM 模**（其不同于纯 **TEM 波**，具有色散特性）
- 2.开槽微带线  $\sqrt{\epsilon_r} = 2.59$ ，工作频率选择 **1000MHz** 时，测得终端开路的相邻振幅最大点的距离是 **6cm**，则波导波长的测量值是 **12cm**；理论值是 **11.58cm**；
- 3.微波网络参数中，按端口的输入输出波定义的是**散射矩阵[S]**参量；网络级联是**转移矩阵[A]**参量。
- 4.一个内半径为 **R**，长为 **l** 的**圆柱形谐振腔**，当  $l < 2.1R$  时，腔中最低次模式是 **TM<sub>010</sub>**；当  $l > 2.1R$  时，腔中最低次模式是 **TE<sub>111</sub>**。（圆柱形谐振腔另外一个常用的模式是 **TE<sub>011</sub>**）
- 5.分支元件**魔 T** 为**四端口元件**；其主要性质是当信号从 **H** 输入时，**臂①**和**臂②**输出的信号**幅度相等，相位相同，臂 E 无输出**。（**EH** 对称，①②对称；①<sub>in</sub>**EH** 等分功率，②无输出）
- 6.在阻抗圆图中，**左半实轴上的点**表示电压振幅值的**波节点**；**右半实轴上的点**表示电压振幅值的**波腹点**；电压波腹点的阻抗为  **$Z_0 \rho$**  和电压波节点的阻抗  **$Z_0/\rho$** 。
- 7.矩形波导中可以传输的 **TM** 波型中，其**最低模式为 TM<sub>11</sub> 波型**。
- 8.在矩形波导传输 **TM<sub>10</sub>** 模时，左右两侧壁内表面的电流**大小相等，方向相等**。
- 9.圆波导中不存在极化简并的 **TM** 波型是 **TM<sub>01</sub> 模**；**TE<sub>01</sub>** 和 **TM<sub>11</sub>** 模互为波型简并。
- 10.耦合微带线的**奇模相速比偶模相速大**。
- 11.电容加载同轴线谐振腔的谐振频率可以**用电纳法求解**，谐振时总的电纳值为 **0**。
- 12.金属杆是一种电抗性元件，其中螺钉旋进波导深度较少时，可等效为**电容器**；当旋进深度很深，超过  $\lambda/4$  时，可等效为**电感器**。
- 13.**魔 T** 中当信号从 **H** 臂输入时，**臂①**和**臂②**输出的信号**幅度相等，相位相同，E 臂无输出**。
- 14.两个二端口网络的转移矩阵分别为 **A<sub>1</sub>** 和 **A<sub>2</sub>**，级联后的二端口网络的转移矩阵为 **A<sub>1</sub>·A<sub>2</sub>**。
- 15.电磁波按有无纵向分量分类，可分为 **TE 波**、**TM 波** 和 **TEM 波** 三类电磁波。若 **E<sub>z</sub>=0**，**H<sub>z</sub>≠0** 称为 **TE 波**；若 **E<sub>z</sub>≠0**，**H<sub>z</sub>=0** 称为 **TM 波**；若 **E<sub>z</sub>=0**，**H<sub>z</sub>=0** 称为 **TEM 波**。（为零取名）
- 16.在阻抗圆图中，实轴上的所有点对应的阻抗是**纯电阻**；电压振幅值的**波腹点**在**右半实轴**。
- 17.矩形波导中传输 **TE<sub>10</sub>** 模时，在上下两宽面上电流有 **J<sub>x</sub>** 和 **J<sub>z</sub>** 电流分量合成，在同一 **X** 位置的上下宽面内的**电流大小相等，方向相反**。
- 18.圆波导中三个常用的模式场分布具有轴对称性的是 **TE<sub>01</sub> 模** 和 **TM<sub>01</sub> 模**。（主模为 **TE<sub>11</sub>**）
- 19.带状线传输的主模是 **TEM 模**；微带线传输的主模是**准 TEM 模**。
- 20.圆柱谐振腔中的模式，其中标号 **p** 代表**沿腔体纵向场量出现半周个数（半驻波个数，最大值个数）**；矩形谐振腔，当  $l > a > b$  时，谐振腔的主模为 **TE<sub>101</sub>**。
- 21.电抗性元件中，安置在与矩形波导轴线相垂直的左右两部分的金属薄片是**电感性薄片**；安置在与矩形波导轴线相垂直的上下两部分的金属薄片是**电容性薄片**。
- 22.波导**魔 T** 是**匹配双 T**，它具有四个端口，且 **E 臂** 和 **H 臂** 之间是**相互隔离**。
- 23.对于无耗互易网络，**散射矩阵满足  $|S|^{+} \cdot |S| = I$  且  $|S|^{+} = |S|$ ，即  $|S|^{+} \cdot |S| = I$** ；参考面移动对 **S** 参量的影响为仅影响 **S** 参量的相角，不影响 **S** 参量的模。（**S** 参量的相位漂移特性）
- 24.二端口网络**电压传输系数 T** 与**散射参量 S<sub>21</sub>** 的关系是 **T=S<sub>21</sub>**。

二端口参考面，**T<sub>1</sub>**、**T<sub>2</sub>** 分别往外移动  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ （取正）距离，则散射参量的变化：

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \xrightarrow[\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l = \beta \cdot l]{\text{向外移动 } \theta_1, \theta_2 \text{ (取正) 距离}} S' = \begin{bmatrix} S_{11} \cdot e^{-j2\theta_1} & S_{12} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{21} \cdot e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & S_{22} \cdot e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}$$

## --微波技术复习题--

### 二、计算题

1. 无耗传输线特性阻抗  $Z_0=50\Omega$ , 负载  $Z_L=30+j40\Omega$ , 工作  $\lambda=60cm$ 。(1)若用  $\lambda/4$  阻抗变换器匹配, 试求其特性阻抗  $Z'_0$  和安放位置  $D$ ; (2)若用并联(单株)短路枝节匹配, 试求枝节接入位置  $d$  和长度  $l$ 。

解:(1)反射系数  $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{j}{2}$  (分母有理化); 若安放在电压最大点(波腹点)处,  $D = |U_{\max}| = (0.25 - 0.125) \cdot \lambda = 0.125\lambda = 7.5cm$ ;

驻波比  $\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + 1/2}{1 - 1/2} = 3$ ;  $Z_{\max} = \rho \cdot Z_0$ ;  $Z'_0 = \sqrt{Z_{\max} \cdot Z_0} \Rightarrow Z'_0 = \sqrt{\rho} \cdot Z_0 = \sqrt{3} \cdot 50\Omega = 86.6\Omega$ ;

若安放在电压最小点(波节点)处,  $D = |U_{\min}| = (0.5 - 0.125) \cdot \lambda = 0.375\lambda = 22.5cm$ ;  $Z'_0 = \sqrt{\frac{1}{\rho}} \cdot Z_0 = \frac{50\Omega}{\sqrt{3}} = 28.9\Omega$

(2)归一化阻抗  $A$  点  $\tilde{Z}_L = 0.6 + j0.8$ , 波长数为  $0.125$ ;  $A$  的对称点  $B$ :  $\tilde{Y}_L = 0.6 - j0.8$ , 波长数为  $0.375$ ; 将点  $B$  沿等反射系数圆顺时针旋转与  $|\Gamma|=1$  的圆交于两点,  $C$ :  $y_1 = 1 + j1.15$ ;  $D$ :  $y_1 = 1 - j1.15$ , 则枝节接入位置分别为:

$d = (0.166 - 0.375 + 0.5) \cdot \lambda = 0.291\lambda = 17.46cm$ ;  $d' = (0.334 - 0.375 + 0.5)\lambda = 0.459\lambda = 27.54cm$ 。  $y_2 = -j1.15$ ;  $y'_2 = +j1.15$ ;  
则枝节接入长度分别为:  $l = (0.364 - 0.25)\lambda = 0.114\lambda = 6.84cm$ ;  $l' = (0.136 - 0.25 + 0.5)\lambda = 0.386\lambda = 23.16cm$

2. 无耗传输线特性阻抗  $Z_0=50\Omega$ , 负载  $Z_L=150+j50\Omega$ , 工作波长为  $\lambda$ 。(1)若用  $\lambda/4$  阻抗变换器匹配, 试求其特性阻抗  $Z'_0$  和安放位置  $D$ ; (2)若用并联(单株)短路枝节匹配, 试求枝节接入位置  $d$  和长度  $l$ 。

解:(1)归一化阻抗  $\tilde{Z}_L = 3 + j1$ , 在圆图上找到对应的点  $A$ , 求得反射系数  $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{2 + j1}{4 + j1} = \frac{7 + j6}{17} \Rightarrow |\Gamma| = \frac{\sqrt{7^2 + 6^2}}{17} = 0.542$ ,

进而得到驻波比  $\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 3.368 = 3.4$ ; 若选择电压波腹点的位置, 距离负载的距离为  $0.25 - 0.234 = 0.016\lambda$ ;

$Z'_0 = \sqrt{Z_{\max} \cdot Z_0} = \sqrt{(Z_0 \cdot \rho) \cdot Z_0} = \sqrt{\rho} \cdot Z_0 = 92\Omega$ ; 若选择电压波节点的位置, 距离负载的距离为  $0.5 - 0.234 = 0.266\lambda$ ;

$Z'_0 = \sqrt{Z_{\min} \cdot Z_0} = \sqrt{\left(\frac{Z_0}{\rho}\right) \cdot Z_0} = \sqrt{\frac{1}{\rho}} \cdot Z_0 = 27.1\Omega$ 。

(2)求点  $A$  的对称点  $B$ :  $\tilde{Y}_L = 0.3 - j0.1$ ,  $B$  点对应的刻度(波长数)为  $0.484$ , 过点  $B$  作等反射系数圆顺时针与匹配圆交于两点,  $y_1 = 1 + j1.4$ , 波长数为  $0.17$ ;  $y_2 = 1 - j1.4$ , 波长数为  $0.328$ , 则枝节接入位置分别为:  $d_1 = (0.17 - 0.484 + 0.5) \cdot \lambda = 0.186\lambda$ ,  $d_2 = (0.328 - 0.484 + 0.5) \cdot \lambda = 0.344\lambda$ 。由  $y'_1 = -j1.4$ , 波长数为  $0.349$ ;  $y'_2 = +j1.4$ , 波长数为  $0.149$ 得, 枝节接入长度  $l_1 = (0.349 - 0.25) \cdot \lambda = 0.099\lambda$ ;  $l_2 = (0.149 - 0.25 + 0.5) \cdot \lambda = 0.399\lambda$ 。

3. 一个空气填充的矩形波导 **BJ-100**, 其横截面尺寸为  $a \times b = 22.86mm \times 10.16mm$ , 判断信号源频率为 **10GHz** 能否满足 **TE<sub>10</sub>** 波型主模传输条件? 并求出主模对应的相速  $v_p$ , 群速  $v_g$  和波导波长  $\lambda$ 。

矩形波导: 主模(波长最长)为 **TE<sub>10</sub>** 模;

解:  $f = 10 \times 10^9 Hz$ , 得  $\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = 3cm = 30mm$ ;

根据矩形波导中 **TE<sub>mn</sub>** 和 **TM<sub>mn</sub>** 波型的截止波长

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

可得 **BJ-100** 型矩形波导中不同波型的截止波长为

公式:  $\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$   
 $\lambda < \lambda_c$  (即  $\lambda_c > \lambda$ )

波型	TE <sub>10</sub>	TE <sub>01</sub>	TE <sub>20</sub>	TE <sub>11</sub> /TM <sub>11</sub>	TE <sub>02</sub>	TE <sub>30</sub>
$\lambda_c(mm)$	45.72	20.32	22.86	18.57	10.16	15.24

根据 **TE** 和 **TM** 波的传输条件, 即  $\lambda < \lambda_c$ , 可知:

当  $f_1 = 10 \times 10^9 Hz$ ,  $\lambda = 30mm$ , **BJ-100** 型波导中传输波形只有 **TE<sub>10</sub>**, 满足 **TE<sub>10</sub>** 主模传输条件; 主模 **TE<sub>10</sub>** 的群速、相速和波导波长如下:

$$v_g = v_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = 0.755v_c = 2.265 \times 10^8 m/s; \quad \text{相速 } v_p = \frac{v_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = 1.325v_c = 3.975 \times 10^8 m/s; \quad \text{波导波长 } \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = 1.325\lambda = 39.75mm$$

## --微波技术复习题--

4. 矩形波导截面尺寸为  $a \times b = 23\text{mm} \times 10\text{mm}$ ，波导内充满空气，信号源频率为  $10\text{GHz}$ ，求波导内可存在几种波型？并求出各波型模式对应的相速  $v_p$ ，群速  $v_g$  和波导波长  $\lambda$ 。

解：当工作频率为  $f = 10\text{GHz}$  时， $\lambda = 30\text{mm}$ ，由矩形波导中导行波的截止波长的表达式，即

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \text{ 得: } \begin{cases} \lambda_c(TE_{10}) = 46\text{mm}; \lambda_c(TE_{20}) = 23\text{mm}; \lambda_c(TE_{01}) = 20\text{mm}; \\ \lambda_c(TE_{11} \text{ 或 } TM_{11}) = 18.33\text{mm}; \lambda_c(TE_{30}) = 15.33\text{mm}; \lambda_c(TE_{02}) = 10\text{mm} \end{cases}$$

由  $TE$ 、 $TM$  波的传输条件： $\lambda < \lambda_c$ ，可知波导中能够传输的波型只有  $TE_{10}$ 。主模  $TE_{10}$  的群速、相速和波导波长如下：

$$v_g = v_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = 0.758v_c = 2.274 \times 10^8 \text{ m/s}; \quad v_p = \frac{v_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = 1.319v_c = 3.958 \times 10^8 \text{ m/s}; \quad \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} = 1.319\lambda = 39.58\text{mm}$$

5. 空气填充的矩形波导在工作频率为  $15\text{GHz}$  时，同时可以传输  $TE_{20}$  和  $TE_{01}$ ，对其他高次模都截止，试确定波导尺寸。

解：  $f = 15\text{GHz} \Rightarrow \lambda = 20\text{mm}$

$$\begin{cases} \lambda_c(TE_{10}) = 2a > \lambda \text{ 一定成立} \\ \lambda_c(TE_{30}) = \frac{2}{3}a > \lambda \text{ 一定不成立} \\ \lambda_c(TE_{02}) = b > \lambda \text{ 一定不成立} \\ \lambda_c(TE_{11} \text{ 或 } TM_{11}) = \frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}} > \lambda \text{ 一定不成立} \end{cases}$$

由题意得  $\begin{cases} \lambda_c(TE_{20}) = a > \lambda \\ \lambda_c(TE_{01}) = 2b > \lambda \end{cases}$ ，则：

$$\text{因而: } \begin{cases} \lambda_c(TE_{20}) = a > \lambda \\ \lambda_c(TE_{30}) = \frac{2}{3}a < \lambda \\ \lambda_c(TE_{01}) = 2b > \lambda \\ \lambda_c(TE_{02}) = b < \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda < a < \frac{3}{2}\lambda \\ \frac{1}{2}\lambda < b < \lambda \end{cases} \Rightarrow \text{矩形波导尺寸为: } \begin{cases} 20\text{mm} < a < 30\text{mm} \\ 10\text{mm} < b < 20\text{mm} \end{cases}$$

波型	截止波长 $\lambda_c$
$TE_{10}$	$2a$
$TE_{20}$	$a$
$TE_{01}$	$2b$
$TE_{30}$	$\frac{2}{3}a$
$TE_{02}$	$b$
$TE_{11}$	$\frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}}$
$TM_{11}$	$\frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}}$
$TE_{12}$	$\frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2}}$
$TM_{12}$	$\frac{2a}{\sqrt{1 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2}}$

此题为必考题唯一题型。

间接告诉工作波长  $\lambda$ ，  
能传输  $TE_{20}$  和  $TE_{01}$  波，  
隐含能传输主模  $TE_{10}$  波；

$$\text{则必有 } \begin{cases} \lambda < a < \frac{3}{2}\lambda \\ \frac{1}{2}\lambda < b < \lambda \end{cases}, \text{ 口述答案。}$$

6. 空气填充的矩形谐振腔，其尺寸为  $a = 2.5\text{cm}$ ， $b = 1.25\text{cm}$ ， $l = 6\text{cm}$ ，谐振于  $TE_{102}$  模式，若在腔内填充媒质，则在同一工作频率将谐振于  $TE_{103}$  模式，求媒质的相对介电常数  $\epsilon_r$ 。

解：矩形谐振腔的重要公式：

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}, \quad f_0 = \frac{v_c}{\lambda_0} \cdot \begin{cases} \text{小于1} \\ 1 \\ \sqrt{\epsilon_r} \\ \epsilon_r > 1 \end{cases}$$

$$\text{由题意得, } f_0(TE_{102}) = \frac{v_c}{2} \cdot \left[ 10^2 \sqrt{\left(\frac{1}{2.5}\right)^2 + \left(\frac{0}{1.25}\right)^2 + \left(\frac{2}{6}\right)^2} \right] \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \right] = 7.8 \times 10^9 \text{ Hz} = 7.8\text{GHz}$$

$$f_0(TE_{103}) = \frac{v_c}{2} \cdot \left[ 10^2 \sqrt{\left(\frac{1}{2.5}\right)^2 + \left(\frac{0}{1.25}\right)^2 + \left(\frac{3}{6}\right)^2} \right] \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right] = 9.6 \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \right] \times 10^9 \text{ Hz} = \frac{9.6}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ GHz}$$

$$\text{填充介质前后工作于同一频率} \Rightarrow f_0(TE_{102}) = f_0(TE_{103}) \Rightarrow 7.8 = \frac{9.6}{\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow \epsilon_r = 1.52$$

$$\text{欧拉公式} \begin{cases} e^{2\pi i} = 1 = \cos(2\pi) + j \sin(2\pi) \\ e^{j(\varphi)} = \cos(\varphi) + j \sin(\varphi) \\ e^{j(-\varphi)} = \cos(-\varphi) + j \sin(-\varphi) = \cos(\varphi) - j \sin(\varphi) \\ e^{j(\varphi)} + e^{j(-\varphi)} = 2 \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{e^{j(\varphi)} + e^{j(-\varphi)}}{2} \\ e^{j(\varphi)} - e^{j(-\varphi)} = j2 \sin(\varphi) \Rightarrow \sin(\varphi) = \frac{e^{j(\varphi)} - e^{j(-\varphi)}}{j2} \end{cases}$$

## --微波技术复习题--

8. 如图所示的网络，其中归一化电抗  $jx=j2$ ，归一化电纳  $jb=j1$ ，在波源和负载都匹配情况下求(1)阻抗矩阵[Z]、转移矩阵[A]和散射矩阵[S]；(2)输入驻波比 $\rho$ 、电压传输系数  $T$ 、插入相移 $\theta$ 和工作(插入)衰减  $L$ 。

解:(1)由题意得:  $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = Z_{Lx1} + Z_{Cb}$ ;  $Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = Z_{Lx2} + Z_{Cb}$ ;  $Z_{12} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = Z_{Cb} = Z_{21}$ ;

则阻抗矩阵  $[\tilde{Z}] = \begin{bmatrix} Z_{Lx1} + Z_{Cb} & Z_{Cb} \\ Z_{Cb} & Z_{Lx2} + Z_{Cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jx + jb & jb \\ jb & jx + jb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j3 & j1 \\ j1 & j3 \end{bmatrix}$

$[\tilde{A}]_1 = \begin{bmatrix} 1 & jx \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $[\tilde{A}]_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix}$ ,  $[\tilde{A}]_3 = \begin{bmatrix} 1 & jx \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow [\tilde{A}] = [\tilde{A}]_1 \cdot [\tilde{A}]_2 \cdot [\tilde{A}]_3 = \begin{bmatrix} 1-xb & (2-xb) \cdot jx \\ jb & 1-xb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ j1 & -1 \end{bmatrix}$

$S_{11} = \frac{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{-j1}{-2+j1}$ ;  $S_{21} = \frac{2}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{2}{-2+j1}$ ;

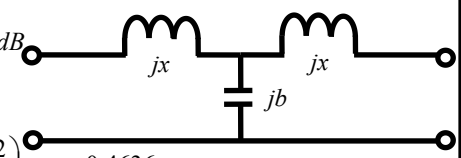
$S_{12} = \frac{2 \det A}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{2}{-2+j1}$ ;  $S_{22} = \frac{A_{12} + A_{22} - A_{11} - A_{21}}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}} = \frac{-j1}{-2+j1}$ 。

$\left\{ \begin{array}{l} S_{21} = S_{12} \Rightarrow \text{互易}; \\ S_{21} = S_{12} \\ S_{11} = S_{22} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{对称}$

输入驻波比  $\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} = \frac{1+\frac{\sqrt{5}}{5}}{1-\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{1.45}{0.55} = 2.64$ ; 电压传输系数  $T = S_{21} = \frac{2}{-2+j1}$ ;

插入衰减  $L = 10 \log \frac{1}{|S_{21}|^2} = 10 \log \frac{1}{\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = 10 \log 1.25 = 0.969 \text{ dB} = 1 \text{ dB}$

插入相移  $\theta = \varphi(S_{21}) = \varphi\left[\frac{1}{5} \cdot (-4-j2)\right] = \varphi[(-4, -2j)] = \pi + \arctan\left(\frac{2}{4}\right) = \pi + 0.4636$



9. 一双端口网络的散射参量  $S$  如下，试判断网络是否互易？无耗？对称？并求网络的输入驻波比、电压传输系数、插入相移和插入(工作)衰减  $L$ 。

$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

散射参量矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \text{互易: } S_{12} = S_{21} \\ \text{对称: } S_{12} = S_{21} \text{ 且 } S_{11} = S_{22} \\ \text{无耗: } [S]^+ \cdot [S] = I_{2\text{阶}} \end{cases}$

$S$ 转置后再共轭

解: 由  $S = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  知,  $S_{21} = S_{12} \Rightarrow$  互易; 又  $S_{11} = S_{22}$ , 则对称; 因为,  $[S]^+ \cdot [S] = [[S]^T]^* \cdot [S]$

即  $\left[ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}^T \right]^* \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -j \\ -j & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ \frac{j}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{2\text{阶}}, \Rightarrow$  无损耗;

所以, 该网络为互易对称无耗网络。

驻波比  $\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2} = 5.828$ ; 电压传输系数  $T = S_{21} = \frac{j}{\sqrt{2}}$ ;

插入相移  $\theta = \varphi(S_{21}) = \varphi\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (0+j1)\right] = \varphi[(0,1j)] = \frac{\pi}{2}$ ; 工作衰减  $L = 10 \log \frac{1}{|S_{21}|^2} = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$

10.(1)写出矩形波导  $TE_{10}$  模的场方程；(2)求波导表面的电流分布。

$$(1) TE_{10} \text{ 波的场方程: } \begin{cases} H_x = j \frac{\beta a}{\pi} \cdot H_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta z} \\ H_z = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta z} \\ E_y = -j \frac{\omega \mu a}{\pi} \cdot H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta z} \\ E_x = E_z = H_y = 0 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 波导表面的电流 } I = \int_0^a J_z|_{y=0} dx = \int_0^a -H_x|_{y=0} dx$$

$$= -j \frac{2\beta a}{\pi} \cdot H_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta z}$$

11. 电容加载式同轴谐振腔，其内导体的外直径  $2a=0.5cm$ ，外导体的内直径  $2b=1.15cm$ 。填充的介质是空气。终端负载电容  $C=1pF$ ，若要求谐振腔的谐振波长为  $\lambda_0=30cm$ ，求此同轴谐振腔的尺寸  $l$ （注：同轴线特性阻抗为  $Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{b}{a}$ ）。

解：选取  $AA'$  作为参考面，谐振时该参考面处总的电纳为零，即  $\sum B|_{f=f_0} = 0$ ，

$$\underbrace{\text{具体而言，有 } 2\pi \cdot f_0 \cdot C - \frac{1}{Z_c} \cdot \cot\left(\frac{2\pi \cdot f_0 \cdot l}{v_c}\right) = 0}_{\text{电磁波在介质中的速度 } v = \frac{v_c}{\sqrt{\epsilon_r}}}}_{\text{已知尺寸 } l \text{ 求谐振频率 } f_0 \text{ (谐振波长 } \lambda_0)} \Rightarrow \begin{cases} \text{题型① } f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot C} \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \cot\left(\frac{2\pi \cdot f_0 \cdot l}{v_c}\right) \\ \text{题型② } l = \frac{\lambda_0}{2\pi} \cdot \arctan\left(\frac{1}{2\pi \cdot f_0 \cdot C \cdot Z_c}\right) + p \cdot \frac{\lambda_0}{2} \quad (p = 0, 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

很显然，本题属于题型②。根据  $a$ 、 $b$ 、空气 ( $\epsilon_r = \epsilon_0 = 1$ ) 得到同轴线特性阻抗  $Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{b}{a} = 49.97\Omega = 50\Omega$ ；

谐振波长  $\lambda_0 = 30cm \Rightarrow$  谐振频率  $f_0 = 10^9 Hz$ ， $C = 1pF = 10^{-12} F$ ，根据这些数据及②式，得到

$$l = \frac{30}{2\pi} \cdot \arctan\left(\frac{1}{2\pi \cdot 0.05}\right) + p \cdot \frac{30}{2} = \frac{30}{2\pi} \times 1.2664 + 15p = (6.05 + 15p)cm, \text{ 其中 } p = 0, 1, 2, 3, \dots$$

12..设计一矩形谐振腔，当工作频率为  $3GHz$  时，谐振模式为  $TE_{101}$ ，当工作频率为  $6GHz$  时，谐振模式为  $TE_{103}$ ，试求腔体尺寸。

解：依题意，有  $\lambda_0(TE_{101}) = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2}} = \frac{10cm}{\text{对应 } 3GHz} = 100mm$  ①； $\lambda_0(TE_{103}) = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{3}{l}\right)^2}} = \frac{5cm}{\text{对应 } 6GHz} = 50mm$  ②

联立①②得  $\begin{cases} \left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{l}\right)^2 = 0.04 \cdot \left(\frac{1}{cm}\right)^2 \\ \left(\frac{1}{a}\right)^2 + 9 \cdot \left(\frac{1}{l}\right)^2 = 0.16 \cdot \left(\frac{1}{cm}\right)^2 \end{cases}$  ; 解得  $\begin{cases} 8 \cdot \left(\frac{1}{l}\right)^2 = 0.12 \cdot \left(\frac{1}{cm}\right)^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{8}{0.12}} \cdot cm^2 = 8.16cm \\ 8 \cdot \left(\frac{1}{l}\right)^2 = 0.2 \cdot \left(\frac{1}{cm}\right)^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{8}{0.2}} \cdot cm^2 = 6.32cm \end{cases}$

根据标准矩形波导、矩形谐振腔  $a = 2b$  的关系，得  $b = 3.16cm$

所以，设计的矩形谐振腔的尺寸为  $l = 8.16cm$ ， $a = 6.32cm$ ， $b = 3.16cm$

### 三、简答题

1.微波谐振腔的基本参量有哪些？这些参量与低频集总参数谐振回路的参量有何异同点？

答：微波谐振腔的基本参量包括**谐振频率**、**品质因素**和**等效电导**等参数。低频集总  $LC$  回路只有一个谐振频率，而**微波谐振器具有无限多个谐振频率，即多谐性**。微波谐振腔的品质因素比低频  $LC$  回路的品质因素高三个数量级。微波谐振腔的等效电导不是具体的集总元件。

2.什么是模式简并？矩形波导中的模式简并与圆波导中的模式简并有何区别？

答：圆波导中存在模式简并和极化简并。模式简并现象是指具有相同截止波长的不同导模，圆波导中  $TE_{0n}$  与  $TM_{1n}$  具有模式简并现象。极化简并现象是同一导模之间，存在两种相互正交的场分布，圆波导中除了  $m=0$  外，其他  $TE_{mn}$  或  $TM_{mn}$  都存在极化简并。矩形波导中只有模式简并现象， $TE_{11}$  和  $TM_{11}$  互为简并模式。

3.圆柱形谐振腔的模式指数  $m$ 、 $n$ 、 $p$  的意义是什么？矩形波导和圆波导中  $m$ 、 $n$  的意义有何不同？

答：圆柱形谐振腔的  $TE_{mnp}$ ， $m=0, 1, 2, \dots$ ； $n=1, 2, 3, \dots$ ； $p=1, 2, 3, \dots$ ；圆柱形谐振腔是  $TM_{mnp}$ ， $m=0, 1, 2, \dots$ ； $n=1, 2, 3, \dots$ ； $p=0, 1, 2, \dots$ 。其中  $m$  代表**圆周方向整个驻波的个数，或出现最值的个数**； $n$  代表**沿半径方向出现半个驻波的个数，或出现最值的个数**； $p$  代表**沿轴向出现半个驻波的个数，或出现的最值个数**。

矩形波导中  $m$  代表沿  $x$  轴出现半个驻波的个数， $n$  代表沿  $y$  轴出现半个驻波的个数；而圆波导中  $m$  代表沿圆周分布整个驻波的个数， $n$  代表沿半径分布半个驻波的个数。

4.什么是工作波长 $\lambda$ ，波导波长 $\lambda_g$ 和截止波长 $\lambda_c$ ，三者的关系是什么？

答：**工作波长 $\lambda$** 是  $TEM$  波在无界介质中的波长，**与信号工作频率和介质有关，与波导尺寸无关**；**波导波长 $\lambda_g$** 是在波导内**沿其轴向传播的相邻两个同相位点之间的距离**；**截止波长 $\lambda_c$** 是指波导内**传输的电磁波处于截止状态时对应的波长**。三者的关系可用如下公式表达：

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

5.定向耦合器的技术指标？

答：定向耦合器是一种通用的微波/毫米波部件，可用于信号的隔离、分离和混合，如功率的监测、源输出功率稳幅、信号源隔离、传输和反射的扫频测试等。主要技术指标有**方向性**、**驻波比**、**耦合度**、**插入损耗**。

常用指标为：

$$\text{耦合度 } C = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{31}|} \right), \text{ 方向性系数 } D = 20 \log \left( \frac{|S_{31}|}{|S_{41}|} \right), \text{ 隔离度 } I = 20 \log \left( \frac{1}{|S_{41}|} \right)$$



圆波导的主模是  $TE_{11}$  模，矩形波导 ( $a > b$ ) 的主模是  $TE_{10}$  模，同轴线的主模是 TEM 模，带状线的主模是 TEM 模，微带线的主模是准 TEM 模。圆柱形谐振腔中常用的三种主要模式： $TE_{011}$ ， $TE_{111}$ ， $TM_{010}$ ，矩形谐振腔的主模是  $TE_{101}$  模，同轴线的主模是 TEM 模。圆波导中传输的最低次 TM 波型为  $TM_{01}$  模，传输的最低次 TE 波型为  $TE_{11}$  模。矩形波导传输的最低次 TM 波型为  $TM_{11}$  模。

解：终端开路的相邻振幅最大点是指电压波腹点。电压波腹点和电压波节点之间相差  $\lambda/4$ ，则相邻电压波腹点之间应相差  $\lambda/2$ ，即  $\lambda/2 = 6\text{cm}$ ，所以波导波长测量值  $\lambda_g = 12\text{cm}$ 。【根据书上 P164。】

$$\text{微带传输线的 } \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}, \lambda_0 \text{ 为自由空间中的波长, } \epsilon_{re} \text{ 为相对有效介电常数}$$

$$\text{所以 } \lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1 \times 10^9} = 30\text{cm}, \quad \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} = \frac{30}{2.59} \approx 11.5830$$

电压波腹点和电压波节点之间相差  $\lambda/4$ ，电流波腹点和电流波节点之间相差  $\lambda/4$ ，电压与电流的波腹点/波节点相反。

$$\text{微带线相速度 } v_p = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}, \quad \text{波导波长 } \lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

$v_0$  为自由空间中电磁波的速度， $\lambda_0$  为自由空间中的波长， $\epsilon_{re}$  为相对有效介电常数

解：双 T 的主要性质：当信号从端口③（H 臂）输入时，端口①和②输出的信号等幅、同相，端口④（E 臂）无输出；当信号从端口④（E 臂）输入时，端口①和②输出的信号幅度相等、相位相反，端口③（H 臂）无输出；

魔 T，即带有匹配装置的双 T。主要性质：当信号从 H 臂输入时，臂①和臂②输出的信号幅度相等、相位相同，E 臂无输出；当信号从 E 臂输入时，臂①和臂②输出的信号幅度相等、相位相反，H 臂无输出；当信号从臂①输入时，功率均等地从 E 和 H 臂输出，臂②无输出；当信号从臂②输入时，功率均等地从 E 臂和 H 臂输出，臂①无输出。

$\lambda/4$  阻抗变换性：无耗传输线上距离为  $\lambda/4$  的任意两点处阻抗的乘积均等于传输线特性阻抗的平方。

定向耦合器是一种具有方向性的功率耦合元件，可以利用耦合出的功率进行监测或功率的调节。它是一个四端口元件，由称为主传输线和副传输线的两段传输线组合而成。技术指标如下：耦合度 C，方向性系数 D，隔离度 I，输入驻波比  $\rho$ ，工作频带。【书上 P318】。

解：互易网络  $Z^T = Z$ ， $Y^T = Y$ ， $S^T = S$ ，均为对称矩阵；无耗互易网络  $S_{12} = S_{21}$ ， $S_{11} = S_{22}$ ，参考面移动仅对 S 参量的相角造成影响，而其模则不变化。

解：与第 20 题类似。矩形波导管管内壁电流分布：左右两侧臂的电流，只有  $J_y$  分量，大小相等，方向相同；上下两宽臂的电流，由  $J_x$  和  $J_z$  合成，同一位置上下宽臂内管壁电流大小相等，方向相反。

答：圆波导中最低次的 TM 波型为  $TM_{01}$  模，最低次的 TE 波型为  $TE_{11}$  模。

圆波导模式简并是  $TE_{0n}$  和  $TM_{1n}$  的简并，又称 E-H 简并。极化简并：除  $m=0$  的模式无极化简并，其他  $TE_{mn}$ 、 $TM_{mn}$  都有极化简并。

解：耦合微带线的奇模相速比偶模相速大，奇模波导波长也比偶模波导波长大。耦合带状线的奇、偶模相速是相同的，奇、偶模的波导波长也相同。

解：谐振腔的谐振频率的计算方法主要有一下四种：相位法、电纳法、集总参数法和场解法。相位法：根据电磁波在谐振器内来回反射时，入射波和反射波相叠加的相位关系来确定谐振频率。

电纳法：根据谐振时谐振器的总电纳为零来确定谐振频率。

集总参数法：根据谐振器等效电路中的电感和电容来确定谐振频率。

场解法：对已知形状、尺寸和填充介质的腔体，根据边界条件，求电磁场的波动方程的本征值  $K$ ，由  $K$  可确定  $f_0$ ， $f_0 = \frac{Kv}{2\pi}$ 。

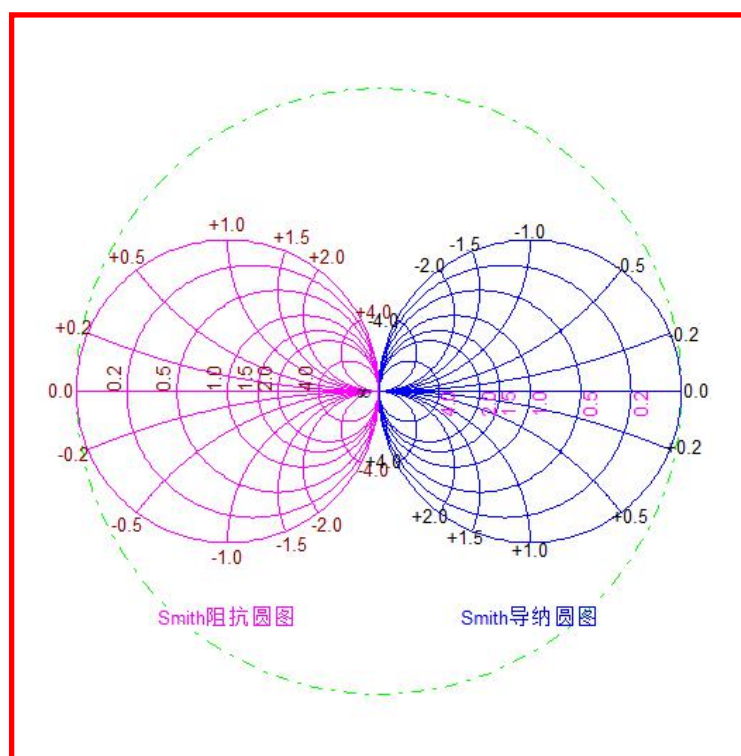
解：三种电抗性元件：金属膜片，谐振窗，金属杆。

金属杆分为两类：一类是固定式的，销钉，贯穿矩形波导的横截面；另一类：螺钉，并不贯穿矩形波导的横截面，而只是伸入一部分，且可调。【销钉，其上有电流通过时，与电感性膜片相似，呈感性电抗。销钉直径越大，电抗越小；直径越小，电抗越大。销钉的轴线与波导宽壁平行，则与电容性膜片相似，呈容性电抗。】【螺钉，旋进深度可调。①旋进较少时，与电容膜片类似，可等效为电容器。②旋进深度增加，相当于电感和电容的串联回路。③当旋进深度约为  $\lambda/4$  时（ $\lambda$  为工作波长），容抗和感抗的值相等，串联谐振，螺钉相当于一个短路板，使波导中的波产生很大反射。④旋进深度继续增加，相当于电感器。螺钉的直径越大，等效电容越大，反之，等效电容越小。当螺钉位于波导宽壁的中心线时，等效电容最大，越远离中心线，等效电容越小。】

谐振窗：从结构上可把谐振窗看做是由电容性膜片和电感性膜片组合而成，其作用相当于由电感和电容构成的并联谐振回路。当某一传输波的频率等于谐振窗的谐振频率时，并联回路的电纳为零，此时回路的电场储能与磁场储能相等；当谐振窗处于失谐状态时，若电场能占优势，回路呈容性电抗；若磁场能占优势，回路呈感性电抗。

金属膜片：安置在与矩形波导轴线相垂直的分为左右两部分的金属薄片是电感性薄片；安置在与矩形波导轴线相垂直的上下两部分的金属薄片是电容性薄片。

解：圆波导中三个常用的模式是主模  $TE_{11}$ ， $TE_{01}$  和  $TM_{01}$ ，其中， $TE_{01}$  和  $TM_{01}$  具有轴对称性，无极化简并。主模  $TE_{11}$  存在极化简并。





阻抗圆图：先归一化阻抗得  $\tilde{Z} = \tilde{R} + j\tilde{X}$

$$\begin{cases} \Rightarrow \text{电阻圆 } R: \text{圆心} \left( \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}}, 0 \right), \text{半径} \frac{1}{1+\tilde{R}} \\ \Rightarrow \text{电抗圆 } \tilde{X}: \text{圆心} \left( 1, \frac{1}{\tilde{X}} \right), \text{半径} \frac{1}{\tilde{X}} \end{cases}$$

在阻抗圆图中，建立  $\Gamma_u \Gamma_v$  坐标系 (看作复坐标系  $\Leftrightarrow \Gamma = \Gamma_u + j\Gamma_v$ )

$$\begin{cases} \text{电阻圆: } \left( \Gamma_u - \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \right)^2 + (\Gamma_v - 0)^2 = \left( \frac{1}{1+\tilde{R}} \right)^2 & \text{①} \\ \text{电抗圆: } (\Gamma_u - 1)^2 + \left( \Gamma_v - \frac{1}{\tilde{X}} \right)^2 = \left( \frac{1}{\tilde{X}} \right)^2 & \text{②} \end{cases}$$

根据①②，在  $\Gamma_u \Gamma_v$  复坐标系中分别画出  $\tilde{R}$  圆和  $j\tilde{X}$  圆

为求解归一化  $\tilde{Z}$  在阻抗圆图中的位置点  $A$ ，联立①②，得到

$$\begin{cases} \left[ \Gamma_u^2 - 2 \cdot \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \cdot \Gamma_u + \left( \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \right)^2 \right] + \left[ \Gamma_v^2 \right] = \left( \frac{1}{1+\tilde{R}} \right)^2 & \text{③} \\ \left[ \Gamma_u^2 - 2 \cdot \Gamma_u + 1 \right] + \left[ \Gamma_v^2 - 2 \cdot \frac{1}{\tilde{X}} \cdot \Gamma_v + \left( \frac{1}{\tilde{X}} \right)^2 \right] = \left( \frac{1}{\tilde{X}} \right)^2 & \text{④} \end{cases} \xrightarrow{\text{③-④}} \begin{cases} \frac{1}{1+\tilde{R}} \cdot \Gamma_u + \left( \frac{1}{\tilde{X}} \right) \cdot \Gamma_v = \frac{1}{1+\tilde{R}} & \text{⑤} \\ \text{由⑤得到} \Rightarrow \Gamma_v = \frac{\tilde{X}}{1+\tilde{R}} \cdot (1 - \Gamma_u) & \text{⑥} \end{cases}$$

$$-2 \left( \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} - 1 \right) \cdot \Gamma_u + 2 \left( \frac{1}{\tilde{X}} \right) \cdot \Gamma_v = \left( \frac{1}{1+\tilde{R}} \right)^2 - \left( \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \right)^2 + 1 = \frac{1^2 - \tilde{R}^2 + (1+\tilde{R})^2}{(1+\tilde{R})^2} = \frac{2}{1+\tilde{R}}$$

根据⑥，很容易得到  $\Gamma_u \Gamma_v$  复坐标系中  $(1, 0)$  是电阻圆  $\tilde{R}$  和电抗圆  $j\tilde{X}$  的一个交点。

为确定电阻圆  $\tilde{R}$  和电抗圆  $j\tilde{X}$  的另一个交点  $A$ ，将⑥式带入③式，得到

$$\left[ \Gamma_u^2 - 2 \cdot \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \cdot \Gamma_u + \left( \frac{\tilde{R}}{1+\tilde{R}} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\tilde{X}}{1+\tilde{R}} \cdot (1 - \Gamma_u) \right)^2 \right] = \left( \frac{1}{1+\tilde{R}} \right)^2 \quad \text{⑦}$$

从方程属性上来看，⑦式为一元二次方程，有两个复根，而一个实根已经确定，因而式⑦比较好求解。

$$\text{去分母化} \Rightarrow \left[ (1+\tilde{R})^2 \cdot \Gamma_u^2 - 2 \cdot \tilde{R} \cdot (1+\tilde{R}) \cdot \Gamma_u + \tilde{R}^2 \right] + \left[ \tilde{X}^2 \cdot (1 - \Gamma_u)^2 \right] = 1$$

$$\text{方程标准化} \Rightarrow \Gamma_u^2 - 2 \cdot \left( \frac{\tilde{R} + \tilde{R}^2 + \tilde{X}^2}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \right) \cdot \Gamma_u + \left( \frac{\tilde{R}^2 + \tilde{X}^2 - 1}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \right) = 0 \quad \text{式⑧}$$

$$\text{则有: } \begin{cases} \Gamma_{uA} + 1 = 2 \cdot \left( \frac{\tilde{R} + \tilde{R}^2 + \tilde{X}^2}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \right) \\ \Gamma_{uA} = \left( \frac{\tilde{R}^2 + \tilde{X}^2 - 1}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \right) \end{cases} \xrightarrow{\text{根据式⑧}} \begin{cases} \Gamma_{uA} = \left( \frac{\tilde{R}^2 + \tilde{X}^2 - 1}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \right) \\ \Gamma_{vA} = \frac{\tilde{X}}{1+\tilde{R}} \cdot (1 - \Gamma_{uA}) = \frac{2\tilde{X}}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Gamma_A = \frac{\sqrt{(\tilde{R}^2 + \tilde{X}^2 - 1)^2 + (2\tilde{X})^2}}{(1+\tilde{R})^2 + \tilde{X}^2} \cdot e^{j\varphi(\Gamma_A)} \\ \varphi(\Gamma_A) = \left[ \frac{\tilde{N}}{2} \right] \cdot \pi + (-1)^{N-1} \cdot \arctan \left( \frac{2\tilde{X}}{\tilde{R}^2 + \tilde{X}^2 - 1} \right) \end{cases}$$

$N$  为点  $A$  所在象限值

【串联电路分析】如下图所示，终端负载  $Z_L=10+j25\Omega$ ，传输线的特征阻抗  $Z_0=50\Omega$ ，其它参数如电路图中所示，求波源输入端的输入阻抗  $Z_{in}$  和电压反射系数  $\Gamma_{in}$ 。

步骤：为了避免计算归一化阻抗的麻烦，一开始就可以设传输线的特征阻抗，我们设为  $Z_0=50\Omega$ 。

步骤 1：在阻抗圆图中找到  $Z_L=10+j25\Omega$ ，如点 1 所示。

步骤 2：对应  $0.4\lambda$ ， $Z_0=50\Omega$  的传输线，将点 1 沿等反射系数圆顺时针方向旋转  $360^\circ \times 0.4\lambda/0.5\lambda=288^\circ$ ，至点 2，如图所示。

步骤 3：对应于纯电阻  $26.2\Omega$ ，将点 2 在等电抗的圆弧上向电阻增大的方向移动，移动增量为  $26.2\Omega$ ，至点 3，如图所示。

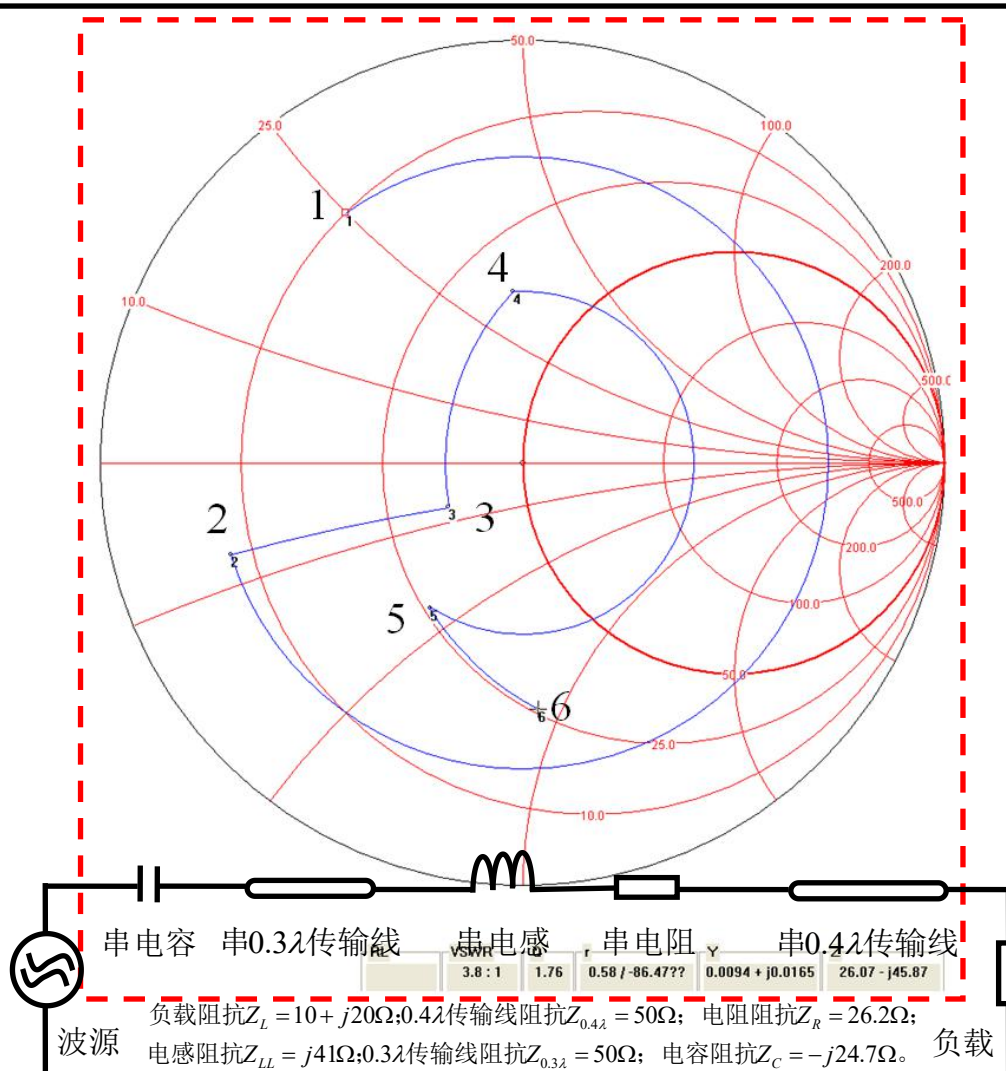
步骤 4：对应于纯电感  $j41\Omega$ ，将点 3 在等电阻的圆弧上向电抗增大的方向移动，移动增量为  $41\Omega$ ，至点 4，如图所示。

步骤 5：对应于  $0.3\lambda$ ， $Z_0=50\Omega$  的传输线，将点 4 在极坐标中顺时针方向转  $360^\circ \times 0.3\lambda/0.5\lambda=216^\circ$ ，至点 5，如图所示。

步骤 6：对应于对应于纯电容  $-j27.4\Omega$ ，将点 5 在等电阻的圆弧上向电抗减小的方向移动，移动增量为  $27.4\Omega$ ，至点 6，如图所示。

步骤 7：根据点 6 所在的位置就可以读出输入阻抗  $Z_{in}=25.9-j46.0\Omega$

电压反射系数  $\Gamma_{in}=0.58 \times e^{-j86.5^\circ}$



【并联电路分析】如下图所示，终端负载  $Y_L=0.004-j0.010S$ ，传输线的特征阻抗  $Z_0=50\Omega(Y_0=0.02S)$ ，其它参数如电路图中所示，求波源输入端的输入导纳  $Y_{in}$ （输入阻抗  $Z_{in}$ ）和电压反射系数  $\Gamma_{in}$ 。

步骤 1：在图中找到点  $Y_L=0.004-j0.010S$ ，如图中点 1 所示。

步骤 2：对应于并联的电容  $j0.005S$ ，在等电导圆的圆弧上向电纳增大的方向移动，移动的增量为  $0.005S$ ，至点 2，如图所示。

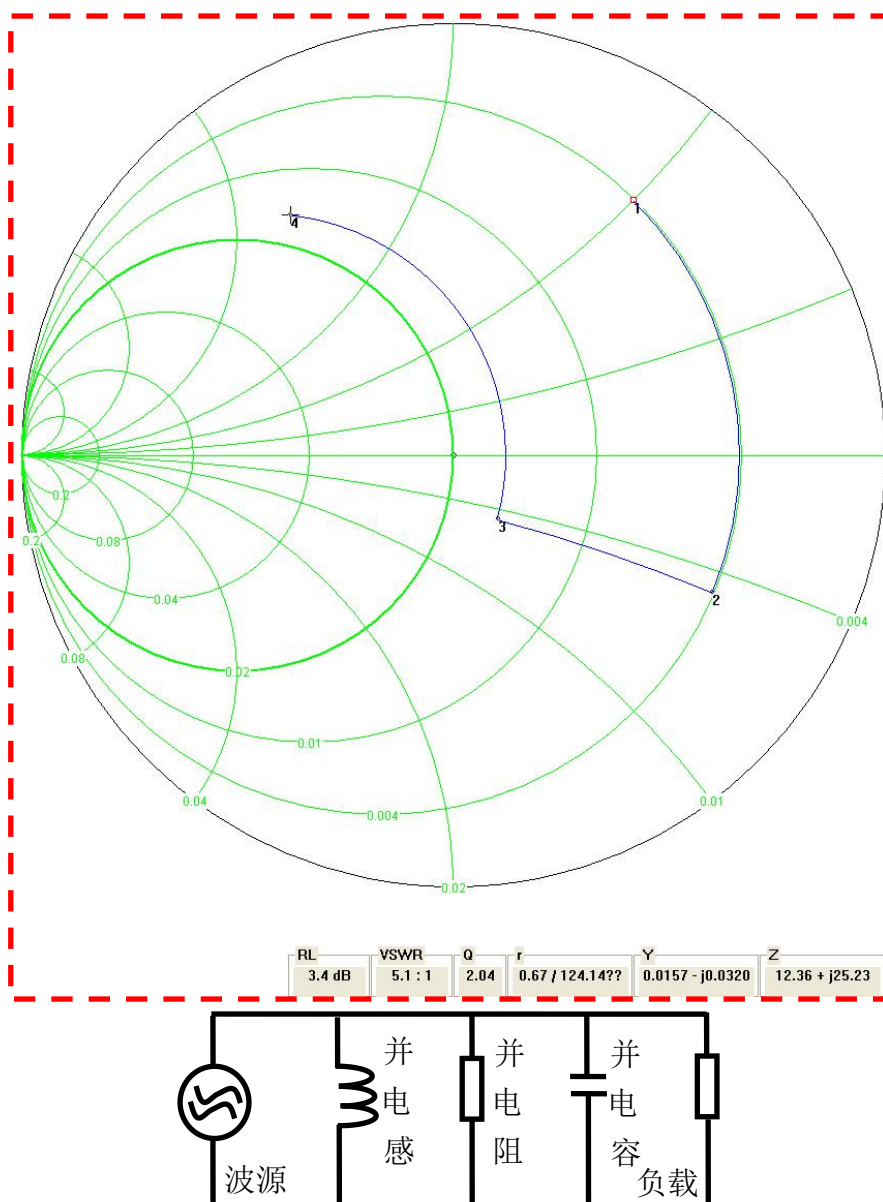
步骤 3：对应于并联的电导  $0.011S$ ，在等电纳圆的圆弧上向电阻增大的方向移动，移动增量为  $0.011S$ ，至点 3，如图所示。

步骤 4：对应于并联的电感  $-j0.037S$ ，在等电导圆的圆弧上向电纳减小的方向移动，移动增量为  $0.037S$ ，至点 4，如图所示。

步骤 5：根据点 4 所在的位置就可以读出

输入导纳为  $Y_{in}=0.015-j0.032S(Z_{in}=12.3-j25.2\Omega)$

电压反射系数  $\Gamma_{in}=0.67 \times e^{j124.1^\circ}$



负载导纳  $Y_L = 0.004 - j0.010S$ ；电容导纳  $Y_C = j0.005S$ ；  
电阻导纳  $Y_R = 0.0011S$ ；电感导纳  $Y_{LL} = -j0.037S$ 。

【串并联电路分析】如下图所示，终端为短路传输线，传输线的特征阻抗  $Z_0=50\Omega$ ，其它参数如电路图中所示，求波源输入端的输入阻抗  $Z_{in}$  和电压反射系数  $\Gamma_{in}$ 。

步骤 1：因为此电路中既有串联也有并联，用导纳阻抗圆图对其进行求解，在图中找到短路点，如图中点 1 所示。

步骤 2：对应于串联的长为  $0.125\lambda$ ， $Z_0=50\Omega$  的传输线，将点 1 在导纳圆图中沿等反射系数圆顺时针方向转  $360^\circ \times 0.125\lambda/0.5\lambda=90^\circ$ ，至点 2，如图所示。

步骤 3：对应于并联的电导  $0.020S$ ，将点 2 在等电纳圆的圆弧上向电导增大的方向移动，移动增量为  $0.020S$ ，至点 3，如图所示。

步骤 4：对应于串联的电阻  $68\Omega$ ，将点 3 在等电抗的圆弧上向电阻增大的方向移动，移动增量为  $68\Omega$ ，至点 4，如图所示。

步骤 5：对应于并联的电感  $-j0.027S$ ，将点 4 在等电导圆的圆弧上向电纳减小的方向移动，移动增量为  $0.027S$ ，至点 5，如图所示。

步骤 6：对应于串联的电容  $-j50\Omega$ ，将点 5 在等电阻的圆弧上向电抗减小的方向移动，移动增量为  $50\Omega$ ，至点 6，如图所示。

步骤 7：对应于并联的电感  $-j0.04S$ ，将点 6 在等电导圆的圆弧上向电纳减小的方向移动，移动增量为  $0.04S$ ，至点 7，如图所示。

步骤 8：根据点 7 所在的位置就可以读出输入导纳为  $Y_{in}=0.02S(Z_{in}=50\Omega)$ ；电压反射系数  $\Gamma_{in}=0$ 。

