

2 凸轮轮廓曲线拟合

2.1 型值点构造三次参数样条插值函数

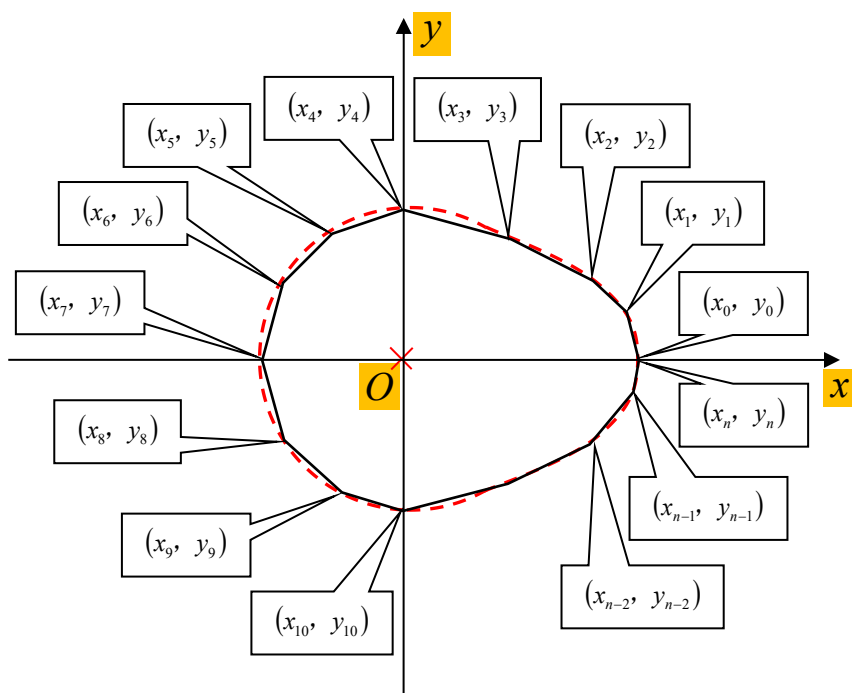


图 2.1 用三次参数样条函数构建凸轮轮廓曲线

如图 2.1 所示，对凸轮工件以逆时针顺序选取 $n+1$ 个型值点进行测量，可得到型值点坐标集合 $T=\{T_0(x_0, y_0), T_1(x_1, y_1), \dots, T_i(x_i, y_i), \dots, T_n(x_n, y_n), (i=1, 2, \dots, n)\}$ ，型值点坐标集合 T 可构成凸轮轮廓的累加弦长增值表，如表 2.1 所示。

表 2.1 凸轮轮廓型值点累加弦长增值表

型值点	x 坐标	y 坐标	l 弦长
T_0	x_0	y_0	l_0
T_1	x_1	y_1	l_1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
T_i	x_i	y_i	l_i
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
T_n	x_n	y_n	l_n

根据表 2.1，得到凸轮轮廓累加弦长 l_i ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 的表达式：

$$\left\{ \begin{array}{l} l_0 = 0 \\ l_1 = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \\ l_2 = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} + \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \vdots \\ l_i = \sum_{j=1}^i \sqrt{(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2} \\ \vdots \\ l_n = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.1)$$

文献[27~29]给出了三次样条插值函数明确的定义。根据此定义，在式(2.1)中，对区间 $[l_0, l_n]$ 给定一个子区间划分： $l_0=l_0<l_1<\dots<l_i<\dots<l_n=l_n$ ， $(i=1, 2, \dots, n)$ ，则可称 $S(l_i)$ 为累加弦长 l_i 关于型值点 $T_0(x_0, y_0), T_1(x_1, y_1), \dots, T_i(x_i, y_i), \dots, T_n(x_n, y_n)$ 的三次参数样条插值函数，记作 $S(l_i)=(x(l_i), y(l_i))$ 。

根据三次样条函数在每个子区间内都是三次多项式，设：

$$\left\{ \begin{array}{l} x(l) = a_i(l - l_{i-1})^3 + b_i(l - l_{i-1})^2 + c_i(l - l_{i-1}) + d_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ y(l) = e_i(l - l_{i-1})^3 + f_i(l - l_{i-1})^2 + g_i(l - l_{i-1}) + p_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.2)$$

公式(2.2)中 $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i, g_i, p_i$ 为待求参数。

在表 2.1 中可直观看出，型值点 $T_i(x_i, y_i)$ 与累加弦长 l_i 具有一一对应关系，根据公式(2.2)，可列写弦端点的 x_i 坐标关于弦长 l_i 的函数。

$$\left\{ \begin{array}{l} x(l_i^-) = x_i = a_i(l_i - l_{i-1})^3 + b_i(l_i - l_{i-1})^2 + c_i(l_i - l_{i-1}) + d_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x(l_i^+) = x_i = a_{i+1}(l_{i+1} - l_i)^3 + b_{i+1}(l_{i+1} - l_i)^2 + c_{i+1}(l_{i+1} - l_i) + d_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.3)$$

根据凸轮廓拟合曲线应具有连续一阶导数、连续二阶导数的限定条件，分别得到：

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(l_i^-) = 3a_i(l_i - l_{i-1})^2 + 2b_i(l_i - l_{i-1}) + c_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x'(l_i^+) = 3a_{i+1}(l_{i+1} - l_i)^2 + 2b_{i+1}(l_{i+1} - l_i) + c_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x''(l_i^-) = 6a_i(l_i - l_{i-1}) + 2b_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x''(l_i^+) = 6a_{i+1}(l_{i+1} - l_i) + 2b_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.5)$$

对公式(2.3)、公式(2.4)、公式(2.5)分别化简得到公式(2.6)、公式(2.7)、公式(2.8)。

$$\left\{ \begin{array}{l} x(l_i^-) = x_i = a_i(l_i - l_{i-1})^3 + b_i(l_i - l_{i-1})^2 + c_i(l_i - l_{i-1}) + d_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x(l_i^+) = x_i = d_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x'(l_i^-) = 3a_i(l_i - l_{i-1})^2 + 2b_i(l_i - l_{i-1}) + c_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x'(l_i^+) = c_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x''(l_i^-) = 6a_i(l_i - l_{i-1}) + 2b_i \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x''(l_i^+) = 6a_{i+1}(l_{i+1} - l_i) + 2b_{i+1} \quad (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{array} \right. \quad (i=1,2,\dots, n)$$

$$\begin{cases} x''(l_i^-) = 6a_i(l_i - l_{i-1}) + 2b_i & (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ x''(l_i^+) = 6a_{i+1}(l_{i+1} - l_i) + 2b_{i+1} & (l_i \leq l \leq l_{i+1}) \end{cases} \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.8)$$

2.2 凸轮轮廓曲线的边界条件

结合实际凸轮工件的加工技术要求，凸轮轮廓拟合曲线的边界条件取自然状态，即：

$$\begin{cases} x(l_i^-) = x(l_i^+) = x_i \\ x(l_0^+) = x(l_n^-) = x(l_n^+) = x_0 = x_n \end{cases} \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} x'(l_i^-) = x'(l_i^+) \\ x'(l_n^-) = x'(l_0^+) \end{cases} \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.10)$$

$$\begin{cases} x''(l_i^-) = x''(l_i^+) \\ x''(l_n^-) = x''(l_0^+) \end{cases} \quad (i=1,2,\dots, n) \quad (2.11)$$

联合公式(2.3)~公式(2.11)，可确定关于待定参数 a_i 、 b_i 、 c_i 、 d_i ($i=1, 2, \dots, n$) 的 $4n$ 个方程。

$$\begin{cases} d_1 = x_0 \\ a_1(l_1 - l_0)^3 + b_1(l_1 - l_0)^2 + c_1(l_1 - l_0) + d_1 = x_1 \\ d_2 = x_1 \\ a_2(l_2 - l_1)^3 + b_2(l_2 - l_1)^2 + c_2(l_2 - l_1) + d_2 = x_2 \\ \vdots \\ d_i = x_{i-1} \\ a_i(l_i - l_{i-1})^3 + b_i(l_i - l_{i-1})^2 + c_i(l_i - l_{i-1}) + d_i = x_i \\ \vdots \\ d_n = x_{n-1} \\ a_n(l_n - l_{n-1})^3 + b_n(l_n - l_{n-1})^2 + c_n(l_n - l_{n-1}) + d_n = x_n \end{cases} \quad (2.12)$$

$$4n \text{ 个方程} \begin{cases} 3a_1(l_1 - l_0)^2 + 2b_1(l_1 - l_0) + c_1 = c_2 \\ 3a_2(l_2 - l_1)^2 + 2b_2(l_2 - l_1) + c_2 = c_3 \\ \vdots \\ 3a_i(l_i - l_{i-1})^2 + 2b_i(l_i - l_{i-1}) + c_i = c_{i+1} \\ \vdots \\ 3a_n(l_n - l_{n-1})^2 + 2b_n(l_n - l_{n-1}) + c_n = c_1 \\ 6a_1(l_1 - l_0) + 2b_1 = 2b_2 \\ \vdots \\ 6a_i(l_i - l_{i-1}) + 2b_i = 2b_{i+1} \\ \vdots \\ 6a_{n-1}(l_{n-1} - l_{n-2}) + 2b_{n-1} = 2b_n \\ 6a_n(l_n - l_{n-1}) + 2b_n = 2b_1 \end{cases} \quad (i=1,2,\dots, n)$$

2.3 确定凸轮轮廓拟合曲线的待定参数

在公式(2.12)中，一共有互相独立的 $4n$ 个待定参数，也有 $4n$ 个互相独立的方程。根据线性代数理论可知方程组(2.12)有唯一解。

使用变量代换：

令 $\begin{cases} h_i = l_i - l_{i-1} \\ s_i = x_i - x_{i-1} \end{cases}$ ，则方程组(2.12)可变为方程组(2.13)。

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} d_i = x_{i-1} & h_i = l_i - l_{i-1} & s_i = x_i - x_{i-1} \\ h_i^3 a_i + h_i^2 b_i + h_i c_i = x_i - x_{i-1} \\ 3h_i a_i + b_i - b_{i+1} = 0 \\ 3h_i^2 a_i + 2h_i b_i + c_i - c_{i+1} = 0 \\ d_i = x_{i-1} \\ h_i^3 a_i + h_i^2 b_i + h_i c_i = x_i - x_{i-1} \\ 3h_i a_i + b_i - b_{i+1} = 0 \\ 3h_i^2 a_i + 2h_i b_i + c_i - c_{i+1} = 0 \\ d_i = x_{i-1} \\ \vdots \\ h_n^3 a_n + h_n^2 b_n + h_n c_n = x_n - x_{n-1} \\ 3h_n a_n + b_n - b_1 = 0 \\ 3h_n^2 a_n + 2h_n b_n + c_n - c_1 = 0 \\ d_n = x_{n-1} \end{cases} \\
 & 4n \text{ 个方程} \quad \vdots \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

将公式(2.13)写成矩阵形式，得到公式(2.14)。

$$\begin{pmatrix}
h_1^3 & h_1^2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3h_1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3h_1^2 & 2h_1 & 1 & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & h_2^3 & h_2^2 & h_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 3h_2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 3h_1^2 & 2h_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_i^3 & h_i^2 & h_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3h_i & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3h_i^2 & 2h_i & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{n-1}^3 & h_{n-1}^2 & h_{n-1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3h_{n-1} & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3h_{n-1}^2 & 2h_{n-1} & 1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & h_n^3 & h_n^2 & h_n \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 3h_n & 1 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 3h_n^2 & 2h_n & 1
\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ \vdots \\ a_i \\ b_i \\ c_i \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ b_{n-1} \\ c_{n-1} \\ a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 \\ 0 \\ 0 \\ s_2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ s_i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ s_{n-1} \\ 0 \\ 0 \\ s_n \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

公式(2.14)构造出了 $x(l)$ 的三次参数样条函数矩阵方程。同理，将 $x(l)$ 的 $4n$ 个方程中的做如下替换： a_i 、 b_i 、 c_i 、 d_i 对应变换为 e_i 、 f_i 、 g_i 、 p_i ，即可得到 $y(l)$ 三次参数样条函数的 $4n$ 个方程，其三次参数样条函数矩阵方程同样为公式(2.14)。

利用 Matlab 求解方程组(2.14)，得到公式(2.2)中的待定参数 a_i 、 b_i 、 c_i 、 d_i 对应变换为 e_i 、 f_i 、 g_i 、 p_i ，进而确定出凸轮轮廓拟合曲线的三次参数样条函数解析式。

3 凸轮随动磨削数学建模

3.1 凸轮随动磨削任务描述

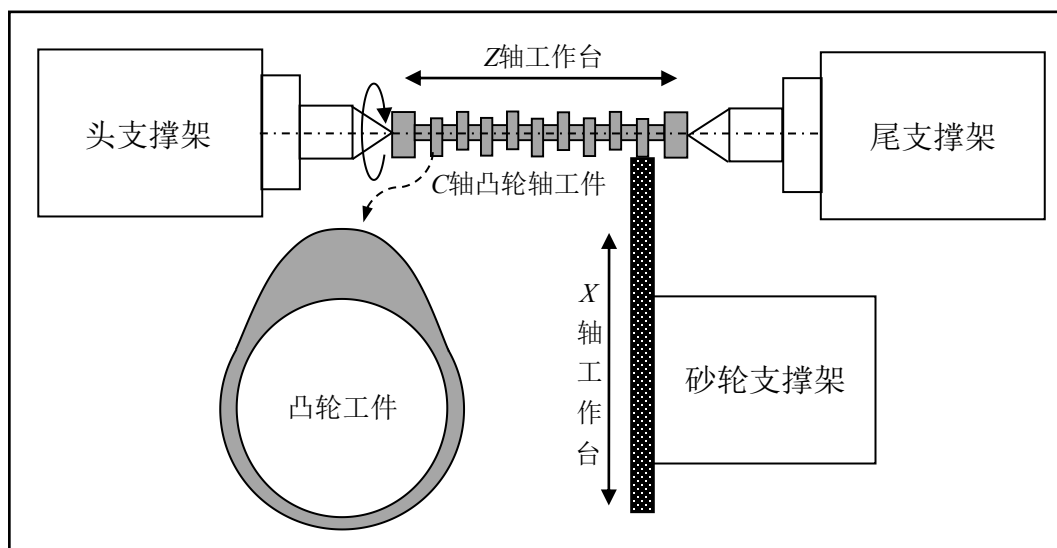


图 3.1 凸轮随动磨削机床结构示意图

凸轮随动磨削机床结构示意图如图 3.1 所示，主要包括头尾支撑架、砂轮支撑架，CBN 砂轮、 X 轴直线电机、 C 轴、 Z 轴交流伺服电机。凸轮轴循环磨削加工步骤主要包括，粗磨、半精磨、精磨、抛光四个工序，磨削加工过程具体如下：

步骤 1： 凸轮轴两端被头、尾支撑架夹持固定，绕 C 轴顺时针转动完成对刀；

步骤 2： CBN 砂轮被砂轮支撑架夹持，沿 Z 轴向左运动移动至第一片凸轮工件处，再沿 X 轴快速向前移动，到达距第一片凸轮工件 $0.5mm$ 处停止；

步骤 3： C 轴与 X 轴联动加工，依次完成第一片砂轮的粗磨、半精磨、精磨、抛光工序；

步骤 4： 第一片凸轮工件加工完毕，CBN 砂轮沿 X 轴向后快退至安全距离，再沿 Z 轴运动到第二片凸轮工件处，依此重复，直到完成凸轮轴上所有的凸轮工件的磨削动作。

一般来说，凸轮轴工件磨削技术要求如下：凸轮轴工件绕 C 轴旋转的平均转速为 $60r/min$ ，凸轮轮廓曲线全升程误差在 $\pm 0.015mm$ 以内，且每度升程误差在 $\pm 0.004mm$ 以下，除此之外，凸轮工件表面不能出现明显波纹。

3.2 随动磨削数学模型

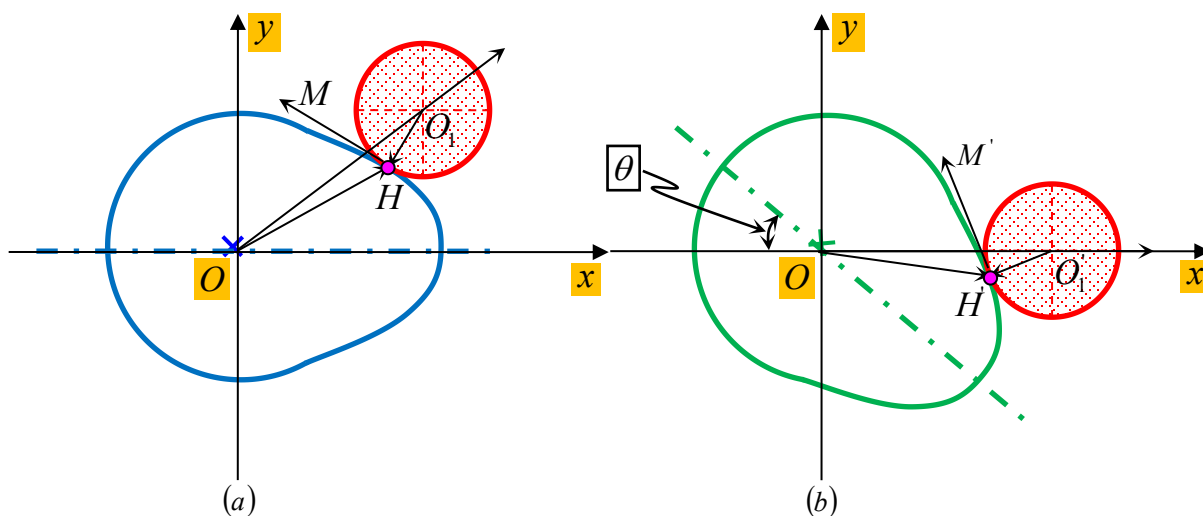


图 3.2 凸轮随动磨削的数学模型

如图 3.2(a), 以凸轮回转中心 O 为坐标原点建立平面直角坐标系, 砂轮 O_1 与凸轮相切于切点 H , 砂轮半径为 R 。

根据公式(2.2)得到凸轮轮廓曲线:

$$\begin{cases} x(l) = a_i(l - l_{i-1})^3 + b_i(l - l_{i-1})^2 + c_i(l - l_{i-1}) + d_i & (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \\ y(l) = e_i(l - l_{i-1})^3 + f_i(l - l_{i-1})^2 + g_i(l - l_{i-1}) + p_i & (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

根据凸轮轮廓拟合曲线解析式和切点 $H(x(t_i), y(t_i))$, $l_i < t_i \leq l_i$, 可求得:

$$\begin{cases} \text{切点 } H(x(t_i), y(t_i)) \text{ 处的切向量: } T(t_i) = \left(\frac{x'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}}, \frac{y'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}} \right) \\ \text{切点 } H(x(t_i), y(t_i)) \text{ 处的法向量: } N(t_i) = \left(\frac{y'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}}, \frac{-x'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}} \right) \end{cases} \quad (3.1)$$

根据砂轮半径 R 及公式(3.1)可求得砂轮圆心坐标, 如公式(3.2)所示。

$$\begin{cases} X(t_i) = x(t_i) \pm \frac{Ry'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}} \\ Y(t_i) = y(t_i) \mp \frac{Rx'(t_i)}{\sqrt{[x'(t_i)]^2 + [y'(t_i)]^2}} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.2)$$

3.3 切点动态跟随

在实际凸轮随动磨削任务中, 由于砂轮的运动方向被限制在 x 轴上, 相当于要将图 3.1(a)中凸轮和砂轮绕原点 O 进行旋转变换, 设旋转角度为 θ , 如图 3.2(b)所示。

令凸轮回转中心 O 到砂轮圆心 O_1 连线的向量 $Q(t_i)$, 根据公式(3.2)所确定的砂轮圆心坐标, 易得:

$$Q(t_i) = \left(\frac{X(t_i)}{\sqrt{X^2(t_i) + Y^2(t_i)}}, \frac{Y(t_i)}{\sqrt{X^2(t_i) + Y^2(t_i)}} \right) = (\cos \theta, \sin \theta) \quad (3.3)$$

公式(3.3)即为图 3.2(a)到图 3.2(b)的旋转变换关系式, 则得到图 3.2(b)中:

砂轮圆心坐标为: $(\sqrt{X^2(t_i) + Y^2(t_i)}, 0)$;

进而得到砂轮轮廓曲线的方程为:

$$\begin{cases} X_\theta = \sqrt{X^2(t_i) + Y^2(t_i)} + R \cos \theta \\ Y_\theta = R \sin \theta \end{cases} \quad (l_{i-1} < t_i \leq l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.4)$$

凸轮轮廓曲线的方程为:

$$\begin{cases} x_\theta(l) = x(l) \cos(-\theta) - y(l) \sin(-\theta) \\ y_\theta(l) = y(l) \sin(-\theta) + x(l) \cos(-\theta) \end{cases} \quad (l_{i-1} \leq l \leq l_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

公式(3.4)、公式(3.5)表明, 对于任意一个旋转角, 能唯一确定凸轮轮廓位置和砂轮轮廓位置。不妨假定 θ 从 0° 开始, 以步长为 1° 递增, 终止于 360° , 即可利用 MATLAB 编程进行凸轮随动磨削动态模型的仿真测试。

4 凸轮随动磨削 matlab 仿真程序设计

4.1 仿真流程图设计

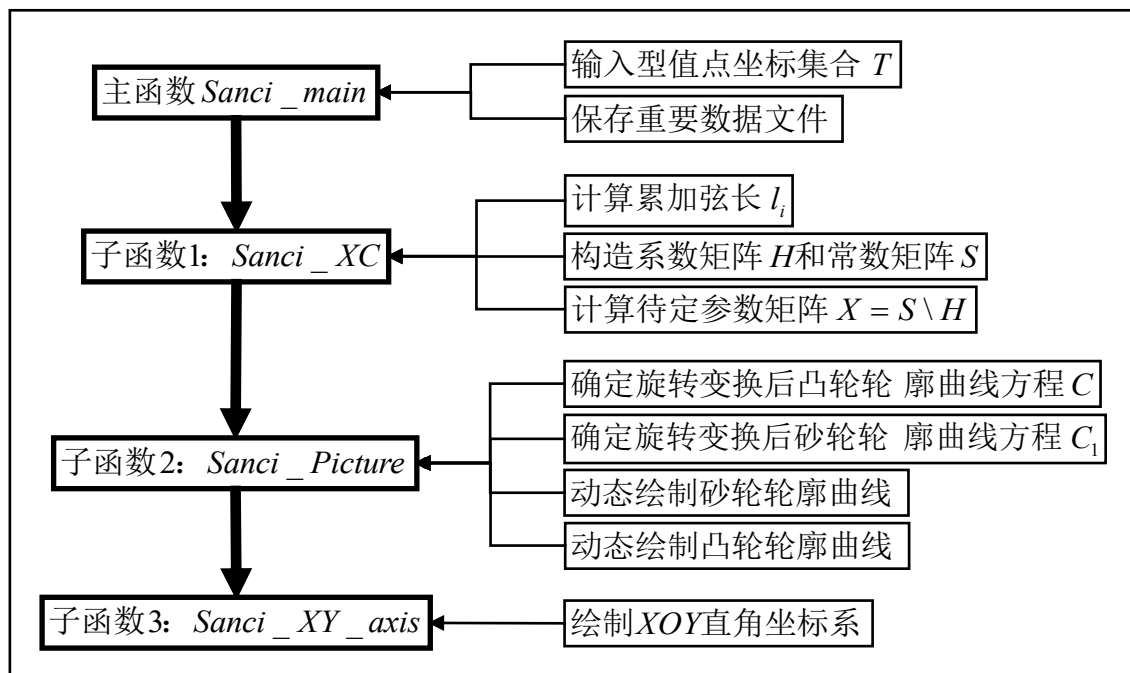


图 4.1 凸轮随动磨削 matlab 仿真流程图

如图 4.1 所示，仿真流程步骤如下：

步骤 1：执行主函数“Sanci_main”，用户输入（或用鼠标选定） $n+1$ 个型值点坐标数据集 $T=\{T_0(x_0, y_0), T_1(x_1, y_1), \dots, T_i(x_i, y_i), \dots, T_n(x_n, y_n), (i=1, 2, \dots, n)\}$ ，砂轮半径 R ；

步骤 2：主函数“Sanci_main”调用子函数 1“Sanci_XC”，根据型值点坐标集合 T 按照第 2 章第 1 节公式(2.1)求出 n 段累加弦长 l_i ， $(i=1, 2, \dots, n)$ ；

步骤 3：令 $h_i=l_i-l_{i-1}$ ， $s_i=x_i-x_{i-1}$ ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 使用变量替换的方法构造第 2 章第 3 节公式(2.14)的系数矩阵 H_1 和常数矩阵 S_1 。

步骤 4：计算并保存参数矩阵 $X=S_1 \setminus H_1$ ，确定 $x(l)$ 的三次参数样条函数的 $4n$ 个参数 a_i 、 b_i 、 b_i 、 d_i ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 。

步骤 5：重复步骤 3，令 $h_i=l_i-l_{i-1}$ ， $s_i=x_i-x_{i-1}$ ， $(i=1, 2, \dots, n)$ ，使用变量替换的方法构造第 2 章第 3 节公式(2.14)的系数矩阵 H_2 和常数矩阵 S_2 ；重复步骤 4，计算并保存参数矩阵 $Y=S_2 \setminus H_2$ ，确定 $y(l)$ 的三次参数样条函数的 $4n$ 个参数 e_i 、 f_i 、 g_i 、 p_i ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 。

步骤 6：根据 $8n$ 个参数 a_i 、 b_i 、 b_i 、 d_i ， e_i 、 f_i 、 g_i 、 p_i ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 及第 2 章第 1 节公式(2.2)确定凸轮轮廓曲线的三次样条函数解析式，至此，子函数 1“Sanci_XC”执行完毕，将 $8n$ 个参数返回到主函数“Sanci_main”，主函数“Sanci_main”将 $8n$ 个参数数据以.mat 格式保存为文件；

步骤 7：主函数“Sanci_main”中调用子函数 2“Sanci_Picture”，以旋转角 $\theta=1^\circ: 1^\circ: 360^\circ$ 为循环参变量，根据第 3 章公式(3.2)和公式(3.4)及砂轮与凸轮外切的条件求出旋转变换后砂轮轮廓曲线方程 C_1 （即确定砂轮的位置），根据第 2 章第 1 节公式(2.2)和第 3 章公式(3.5)求出旋转变换后凸轮轮廓曲线方程 C （即确定凸轮的位置）。

步骤 8：循环绘制凸轮轮廓曲线及对应的砂轮轮廓曲线；

步骤 9：子函数 2“Sanci_Picture”中循环调用子函数 3“Sanci_XY_axis”，绘制 XOY 直角坐标系，子函数 3“Sanci_XY_axis”执行完毕后，不带参数地返回到子函数 2“Sanci_Picture”；

步骤 10：子函数 2“Sanci_Picture”循环执行完毕即结束，返回到主函数“Sanci_main”，主函

数“Sanci_main”结束，凸轮随动磨削 Matlab 仿真程序结束。

4.2 仿真测试实验

4.2.1 选取凸轮型值点

以某工厂提供的凸轮工件为例，该凸轮工件的升程表如图 4.1 所示。

表 4.1 某凸轮工件的升程表

凸轮转角 (度)	凸轮升程 (毫米)	凸轮转角 (度)	凸轮升程 (毫米)	凸轮转角 (度)	凸轮升程 (毫米)	凸轮转角 (度)	凸轮升程 (毫米)
1°	29.9868	14°	28.3875	54°	20.1709	299°	19.6994
2°	29.9449	15°	28.2276	55°	20.0813	300°	19.7431
3°	29.8759	⋮	⋮	56°	20.0001	301°	19.7941
4°	29.7858	⋮	⋮	57°	19.9259	302°	19.8531
5°	29.6792	45°	21.2251	58°	19.8593	303°	19.9182
6°	29.5551	46°	21.0925	59°	19.8005	304°	19.9904
7°	29.4214	47°	20.9581	60°	19.7057	⋮	⋮
8°	29.2818	48°	20.8328	⋮	⋮	⋮	⋮
9°	29.1369	449°	20.7092	⋮	⋮	356°	29.7675
10°	28.9892	50°	20.5898	295°	19.5947	357°	29.8612
11°	28.8394	51°	20.4758	296°	19.6118	358°	29.9345
12°	28.6934	52°	20.3699	297°	19.6346	359°	29.9813
13°	28.5422	53°	20.2686	298°	19.6337	360°	29.9999

根据表 4.1，选取凸轮转角为：360°、10°、21°、32°、45°、59°、90°、105°、121°、130°、141°、150°、166°、180°、194°、211°、220°、230°、240°、255°、270°、300°、315°、328°、339°、350°、360°，共(26+1)个型值点，标记为：

$T=\{T_0(x_0, y_0), T_1(x_1, y_1), \cdots, T_i(x_i, y_i), \cdots, T_{26}(x_{26}, y_{26}), (i=0, 1, 2, \cdots, 26)\}$ ，得到凸轮型值点坐标数据，如图 4.2 所示。

表 4.2 某凸轮工件的型值点坐标数据

(单位：mm)

型值点	x 坐标	y 坐标	型值点	x 坐标	y 坐标	型值点	x 坐标	y 坐标
T_0	30.0001	0.0000	T_9	-12.5294	14.9728	T_{18}	-9.8906	-17.0688
T_1	28.5574	4.9852	T_{10}	-15.1635	12.3228	T_{19}	-5.1210	-19.0151
T_2	25.2490	9.6429	T_{11}	-17.0677	9.8903	T_{20}	-0.0298	-19.9496
T_3	20.0448	12.4791	T_{12}	-19.0646	4.7853	T_{21}	9.8480	-17.1116
T_4	15.0284	14.9885	T_{13}	-19.9999	0.0285	T_{22}	14.9694	-15.0141
T_5	10.2182	16.9602	T_{14}	-19.0819	-4.7276	T_{23}	19.9632	-12.5173
T_6	0.0255	20.0004	T_{15}	-16.9147	-10.1340	T_{24}	25.1741	-9.7067
T_7	-5.0683	19.0299	T_{16}	-14.9725	-12.5294	T_{25}	28.5132	-5.0747

T_8	-10.1337	16.9138	T_{17}	-12.5703	-14.9349	T_{26}	30.0001	0.0000
-------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	---------	--------

4.2.2 仿真测试结果

根据图 4.1 提供的仿真流程图及执行步骤，在 MATLAB 2015b 软件编写及调试主函数文件“Sanci_main.m”、子函数文件 1“Sanci_XC.m”、子函数文件 2“Sanci_Picture.m”、子函数文件 3“Sanci_XY_axis.m”。

根据表 4.2 提供的型值点坐标数据，执行主函数 Sanci_main 后得到的仿真结果如图 4.2~4.5 所示。

```

>> Sanci_main
您选定的27个型值点的坐标依次为：
(x0,y0)=(30.000, 0.000) (x1,y1)=(28.550, 5.000) (x2,y2)=(25.000, 9.850) (x3,y3)=(20.000, 12.500)
(x4,y4)=(15.000, 15.000) (x5,y5)=(10.000, 17.050) (x6,y6)=(0.000, 20.000) (x7,y7)=(-5.000, 19.050)
(x8,y8)=(-10.000, 17.000) (x9,y9)=(-12.500, 15.000) (x10,y10)=(-15.000, 12.500) (x11,y11)=(-17.000, 10.000)
(x12,y12)=(-19.000, 5.000) (x13,y13)=(-20.000, 0.000) (x14,y14)=(-19.000, -5.000) (x15,y15)=(-17.000, -10.000)
(x16,y16)=(-15.000, -12.500) (x17,y17)=(-12.500, -15.000) (x18,y18)=(-10.000, -17.000) (x19,y19)=(-5.000, -19.050)
(x20,y20)=(0.000, -19.950) (x21,y21)=(10.000, -17.050) (x22,y22)=(15.000, -15.000) (x23,y23)=(20.000, -12.500)
(x24,y24)=(25.000, -9.850) (x25,y25)=(28.550, -5.000) (x26,y26)=(30.000, 0.000)
您选定的砂轮半径信息：R=5.000000e-01
请按任意键继续执行程序.....

```

图 4.2 型值点坐标数据信息输出界面截图

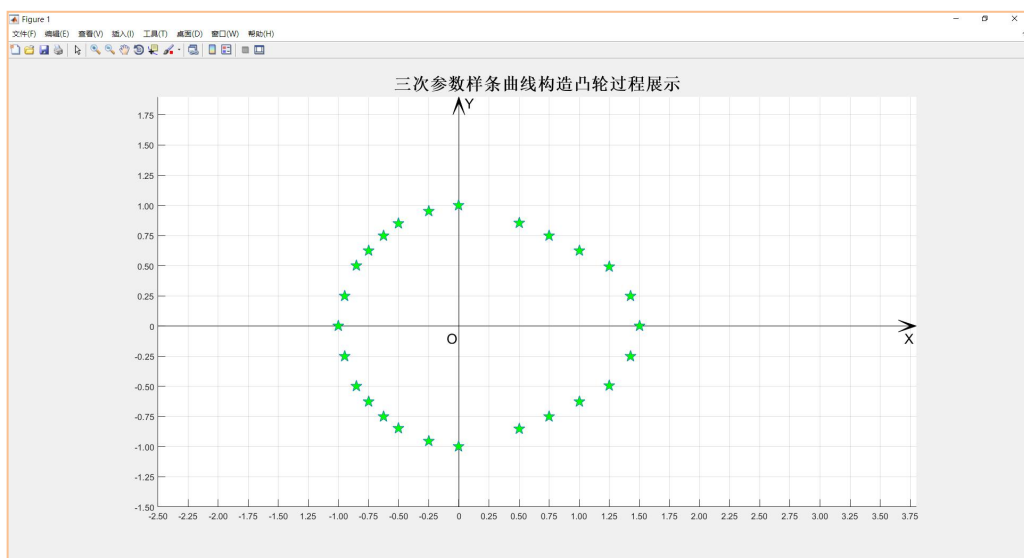


图 4.3 型值点图形信息显示界面截图

```

1 三次参数样条函数系数：
2      A=1.4692 ,B=-1.4524 ,C=-0.0000 ,D=1.5000
3      E=-0.2225 ,F=-0.0000 ,G=0.9755 ,P=0.0000
4 三次参数样条函数系数：
5      A=-0.4588 ,B=-0.3052 ,C=-0.4575 ,D=1.4275
6      E=-0.7872 ,F=-0.1738 ,G=0.9303 ,P=0.2500
7 三次参数样条函数系数：
8      A=1.0618 ,B=-0.7188 ,C=-0.7652 ,D=1.2500
9      E=1.3213 ,F=-0.8835 ,G=0.6125 ,P=0.4925
10 三次参数样条函数系数：
11      A=-0.3651 ,B=0.1825 ,C=-0.9169 ,D=1.0000
12      E=-0.6294 ,F=0.2380 ,G=0.4299 ,P=0.6250
13 三次参数样条函数系数：
14      A=0.1176 ,B=-0.1236 ,C=-0.9004 ,D=0.7500
15      E=0.5787 ,F=-0.2898 ,G=0.4154 ,P=0.7500
16 三次参数样条函数系数：
17      A=-0.0108 ,B=-0.0282 ,C=-0.9415 ,D=0.5000
18      E=-0.7216 ,F=0.1793 ,G=0.3856 ,P=0.8525

```

图 4.4 凸轮轮廓曲线的三次参数样条函数待定参数数据截图

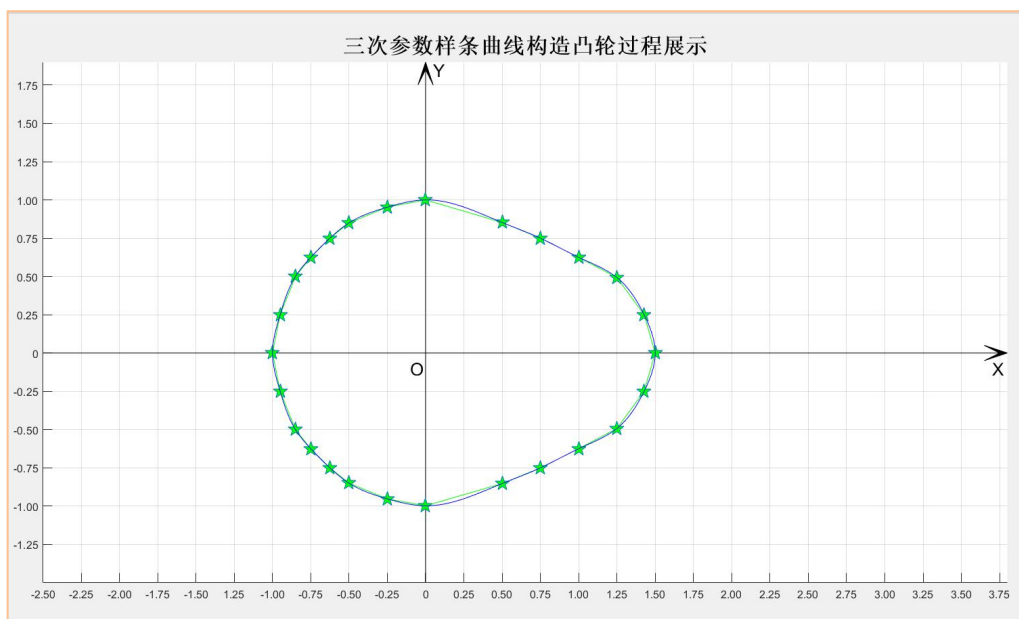


图 4.5(a) 型值点构成的弦与凸轮轮廓曲线整体对比截图

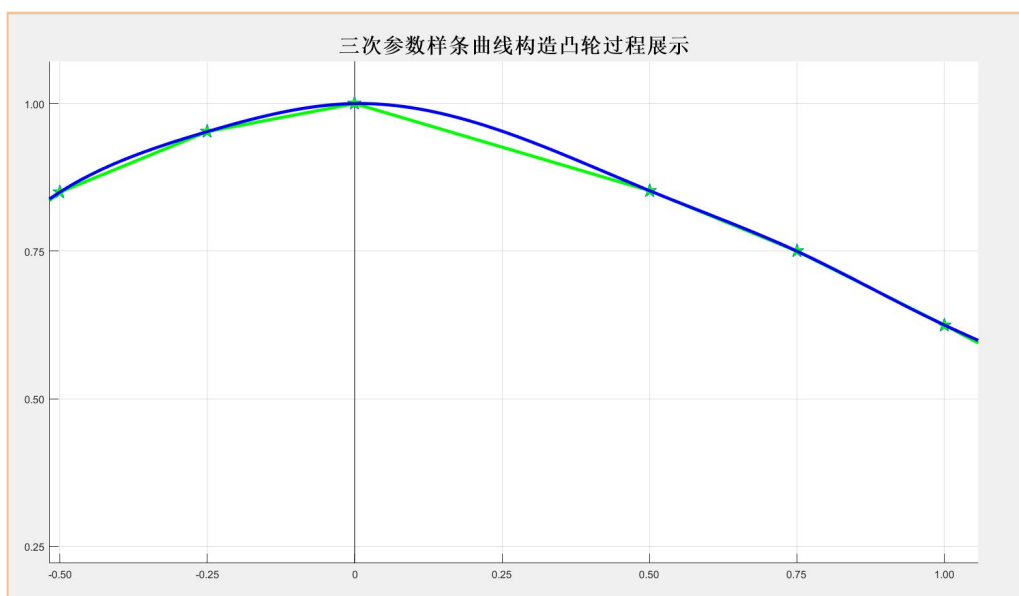


图 4.5(b) 型值点构成的弦与凸轮轮廓曲线局部放大对比截图

图 4.5 展现了型值点初始连接构成的弦，与经三次参数样条函数构造的光滑曲线的差异。初步验证了三次参数样条函数构造凸轮轮廓拟合曲线的可行性。

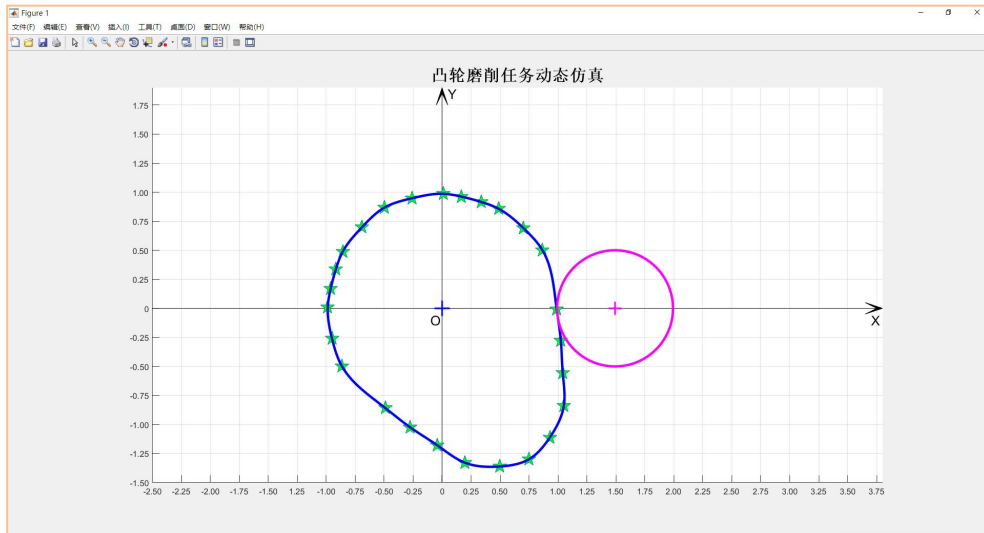


图 4.6(a) 凸轮随动磨削 MATLAB 仿真动态效果图

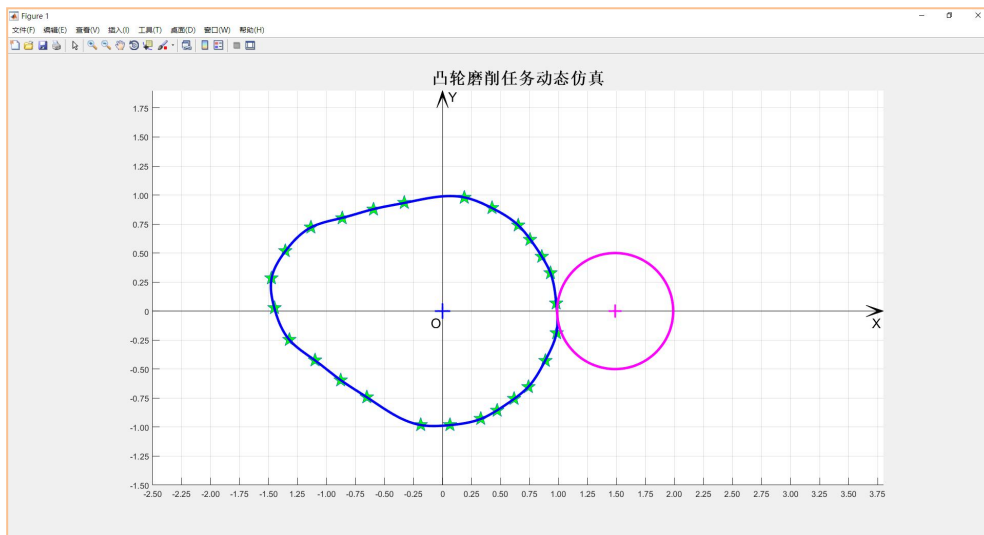


图 4.6(b) 凸轮随动磨削 MATLAB 仿真动态效果图

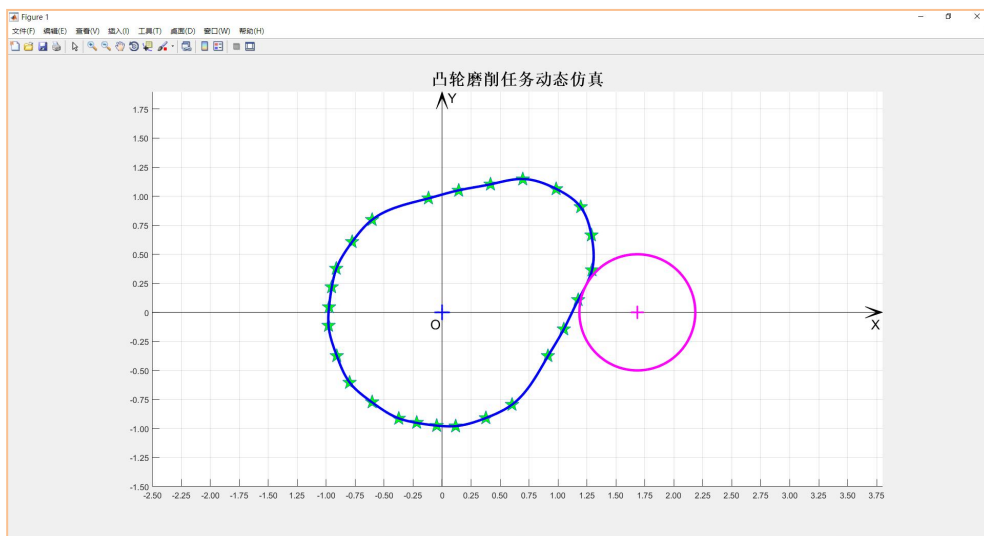


图 4.6(c) 凸轮随动磨削 MATLAB 仿真动态效果图

图 4.6 展现了凸轮随动磨削任务的动态效果图，展示过程运行良好，初步验证了凸轮随动磨削数学模型的正确性。

4.2.3 仿真结果误差分析

在本章 4.2.1 中，表 4.1 列出了某凸轮工件的升程表，根据极坐标与直角坐标的变换关系：

$$\begin{cases} x_i = \rho_i \cos \theta'_i \\ y_i = \rho_i \sin \theta'_i \\ \theta'_i = \frac{\pi \theta_i}{180} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, 360)$$

公式(4.1)

对于任意一个凸轮转角 θ ，设凸轮工件的极半径为 ρ_1 ， X 坐标为 x_1 ， Y 坐标为 y_1 ；对应的凸轮轮廓拟合曲线的极半径为 ρ_2 ， X 坐标为 x_2 ， Y 坐标为 y_2 。

则凸轮轮廓拟合曲线坐标误差计算可按如下进行处理：

$$\begin{cases} \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 \\ \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \end{cases}$$

公式(4.2)

利用 Matlab 软件，根据公式(4.1)、公式(4.2)进行凸轮轮廓曲线拟合误差数据实验，得到凸轮轮廓拟合曲线误差数据，如表 4.3、图 4.7~图 4.9 所示。

表 4.3 凸轮轮廓曲线拟合误差数据

凸轮转角(度)	凸轮工件(毫米)			凸轮轮廓拟合曲线(毫米)			凸轮拟合误差(微米)		
	极半径	X 坐标	Y 坐标	极半径	X 坐标	Y 坐标	极半径	X 坐标	Y 坐标
	ρ_1	x_1	y_1	ρ_2	x_2	y_2	$\Delta \rho$	Δx	Δy
1°	29.9868 17	29.9830 07	0.47802 1	29.9868 04	29.9829 95	0.47793 7	-0.067	-0.067	-0.018
2°	29.9448 81	29.9283 62	0.99450 7	29.9448 58	29.9283 42	0.99443 4	-0.063	-0.060	-0.097
3°	29.8759 04	29.8372 27	1.51970 0	29.8758 87	29.8372 11	1.51968 9	-0.008	-0.006	-0.041
4°	29.7858 28	29.7163 15	2.03375 8	29.7858 23	29.7163 11	2.03374 2	-0.011	-0.006	-0.084
5°	29.6791 87	29.5706 23	2.53622 4	29.6791 57	29.5705 95	2.53619 4	-0.020	-0.015	-0.062
6°	29.5550 85	29.3977 11	3.04592 2	29.5550 58	29.3976 88	3.04588 0	-0.006	-0.002	-0.038
7°	29.4214 23	29.2072 98	3.54314 3	29.4213 81	29.2072 62	3.54309 0	-0.054	-0.044	-0.088
8°	29.2818 36	29.0035 29	4.02755 9	29.2818 19	29.0035 16	4.02753 2	-0.093	-0.083	-0.078
9°	29.1369 08	28.7859 93	4.50843 5	29.1367 96	28.7858 93	4.50835 2	-0.068	-0.062	-0.048
10°	28.9892 31	28.5573 70	4.98518 7	28.9891 66	28.5573 19	4.98510 8	-0.065	-0.052	-0.081
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
46°	21.0924 75	14.6761 72	15.1493 39	21.0905 41	14.6750 52	15.1477 32	-2.415	-1.734	-1.683

47°	20.9581 34	14.3139 12	15.3086 68	20.9564 67	14.3122 20	15.3079 67	-1.808	-0.814	-1.714
48°	20.8327 91	13.9664 65	15.4577 83	20.8317 29	13.9658 95	15.4568 66	-1.581	-0.225	-1.927
49°	20.7091 92	13.6102 31	15.6087 24	20.7068 87	13.6089 04	15.6068 22	-1.320	-0.888	-0.978
50°	20.5898 31	13.2608 57	15.7508 99	20.5888 52	13.2596 52	15.7506 33	-0.724	-0.600	-0.441
51°	20.4758 33	12.9104 16	15.8927 94	20.4748 96	12.9091 03	15.8926 54	-0.857	-0.803	-0.452
52°	20.3698 61	12.5672 43	16.0310 83	20.3683 67	12.5666 23	16.0296 71	-1.873	-1.667	-1.074
53°	20.2686 03	12.2237 58	16.1677 46	20.2667 17	12.2230 95	16.1658 83	-1.703	-0.807	-1.524
54°	20.1708 62	11.8789 82	16.3019 46	20.1704 64	11.8786 06	16.3017 28	-1.021	-0.780	-0.695
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
297°	19.6345 57	8.88561 3	-17.508 903	19.6347 46	8.88459 4	-17.509 633	0.764	-1.996	-1.867
298°	19.6637 08	9.20729 9	-17.374 897	19.6641 71	9.20588 5	-17.376 170	1.098	-0.373	-1.441
299°	19.6994 36	9.52839 3	-17.241 737	19.7002 31	9.52681 0	-17.243 520	0.092	-1.562	-0.968
300°	19.7430 98	9.84803 6	-17.1115 78	19.7432 07	9.84737 4	-17.1120 85	0.912	-0.392	-1.278
301°	19.7941 12	10.1713 03	-16.980 915	19.7936 64	10.1694 76	-16.981 487	0.503	-1.985	-1.775
302°	19.8530 94	10.4998 45	-16.849 291	19.8526 97	10.4986 92	-16.849 541	-0.511	-1.605	-0.397
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
356°	29.7674 60	29.6914 00	-2.1266 00	29.7674 02	29.6913 37	-2.1266 73	-0.016	-0.020	-0.046
357°	29.8611 56	29.8175 68	-1.6128 60	29.8611 19	29.8175 26	-1.6129 35	-0.017	-0.020	-0.045
358°	29.9344 91	29.9147 15	-1.0879 06	29.9344 33	29.9146 58	-1.0879 09	-0.031	-0.033	-0.055
359°	29.9813 45	29.9758 97	-0.5715 35	29.9812 49	29.9758 01	-0.5715 47	-0.086	-0.088	-0.081
360°	29.9999 42	29.9999 08	-0.0448 54	29.9998 80	29.9998 47	-0.0448 80	-0.047	-0.047	-0.070

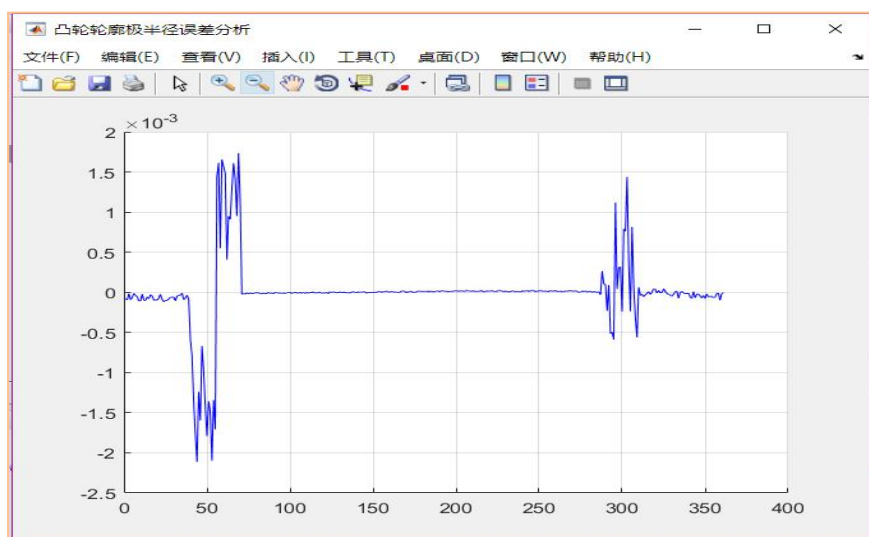


图 4.7 凸轮轮廓拟合曲线极半径误差

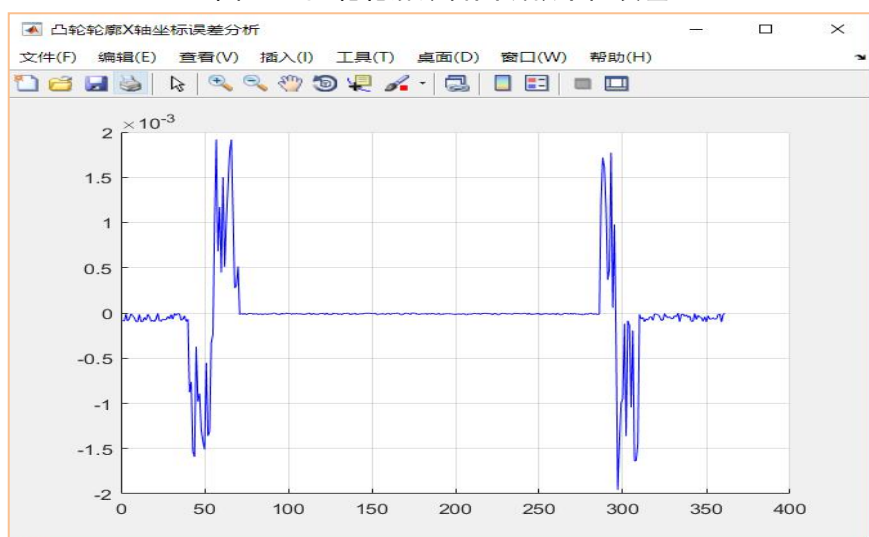


图 4.8 凸轮轮廓拟合曲线 X 轴坐标误差

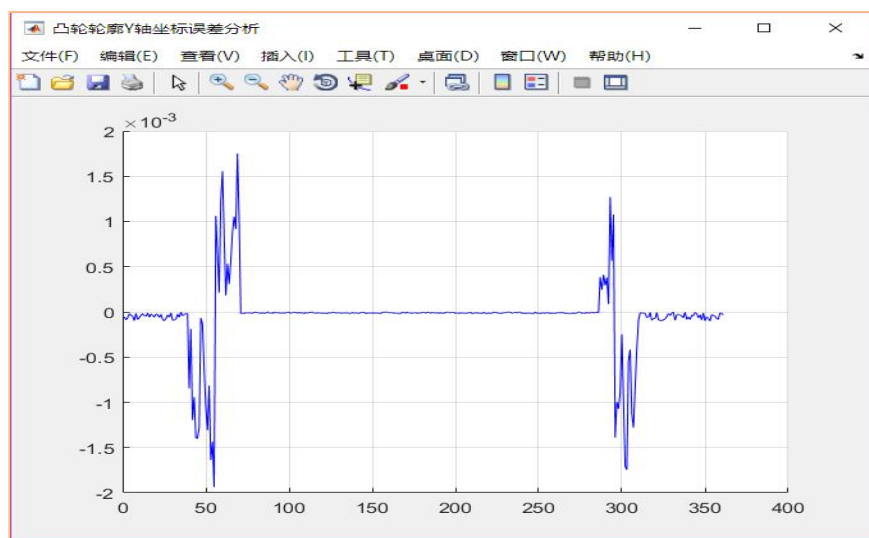


图 4.9 凸轮轮廓拟合曲线 Y 轴坐标误差

从表 4.3、图 4.7~图 4.9 中，可得知，凸轮轮廓拟合平均误差在 1.0×10^{-5} 毫米范围内，最大误差在 2.0×10^{-3} 毫米内，满足凸轮轮廓曲线的拟合要求。同时，从图 4.7~图 4.9 中可看出，最大拟合误差

数据点分布在凸轮转角 θ 为 50° 和 300° 附近，从本章 4.2.2 的仿真测试结果来看，凸轮转角 θ 为 50° 和 300° 附近处，曲线斜率变化较快，由于只选取了凸轮转角为 45° 、 59° ， 300° 、 315° 共 4 个型值点，型值点数目过少，因而导致较大的误差。

4.3 误差补偿算法

4.3.1 误差补偿算法流程图

由实际凸轮工件选取型值点时，应注意到型值点变化较大的弦长区段，在这些弦长区段内增加更多的型值点，以此改进凸轮轮廓曲线最大拟合误差。本文利用 Matlab 仿真程序，增加迭代误差补偿函数，自动增加型值点，迭代改进凸轮轮廓曲线拟合最大误差直到最大拟合误差小于设定精度为止。迭代误差补偿机制如图 4.10 所示：

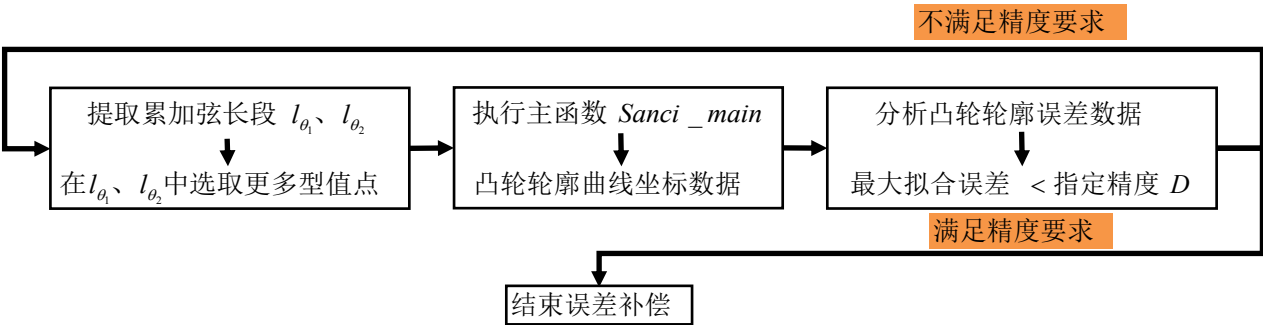


图 4.10 凸轮轮廓误差补偿算法机制

具体实施步骤如下：

- 步骤 1：**按照本章 4.1 节流程图执行一次主函数“Sanci_main”，将得到凸轮轮廓曲线坐标数据；
- 步骤 2：**在凸轮转角 $\theta=50^\circ$ 、 300° 的轮廓位置，提取对应的型值点坐标数据，并标记为 (P_1, Q_1) 、 (P_2, Q_2) ，分别确定 (P_1, Q_1) 、 (P_2, Q_2) 所在的累加弦长段 l_{θ_1} 、 l_{θ_2} ；
- 步骤 3：**选取更多的型值点，执行主函数“Sanci_main”，分析凸轮轮廓拟合曲线误差数据；
- 步骤 4：**若最大拟合误差小于设定的精度要求 D ，则结束误差补偿，仿真程序结束；否则返回步骤 1 继续执行。

4.3.2 误差补偿算法应用结果

根据实际加工要求，设定凸轮轮廓曲线最大拟合误差在 5.0×10^{-4} 毫米内，应用误差补偿算法补偿机制后，得到的凸轮轮廓拟合曲线极半径最大误差为 3.9×10^{-4} ， X 轴坐标最大误差为 2.1×10^{-4} ， Y 轴坐标最大误差为 2.0×10^{-4} 满足设定要求，验证了迭代误差补偿算法的可行性，如图 4.11~图 4.13 所示。据此，得到高精度凸轮轮廓拟合曲线的三次参数样条函数解析式，见本章 4.3.3。

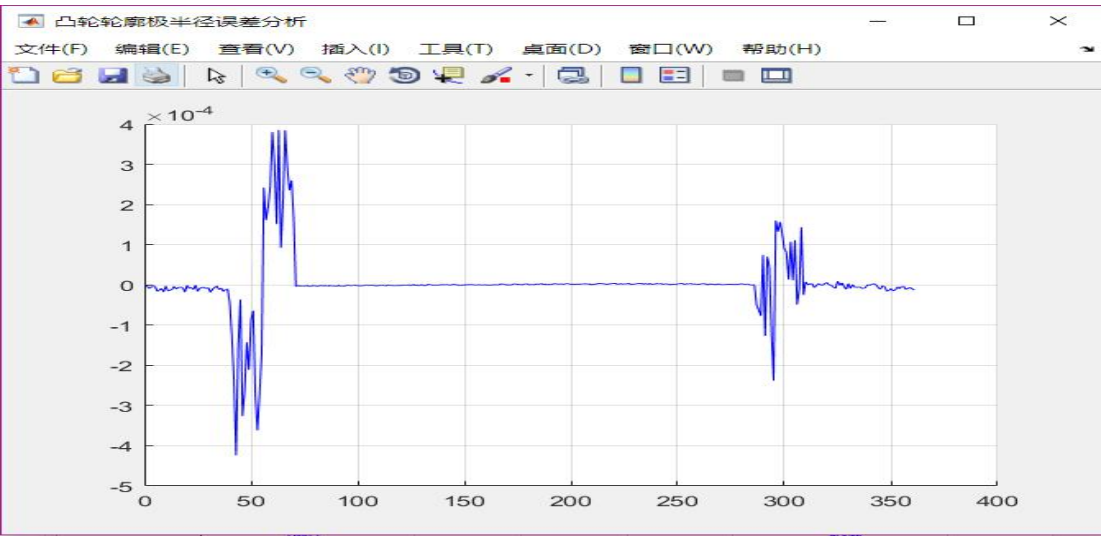


图 4.11 凸轮轮廓拟合曲线误差补偿后极半径误差

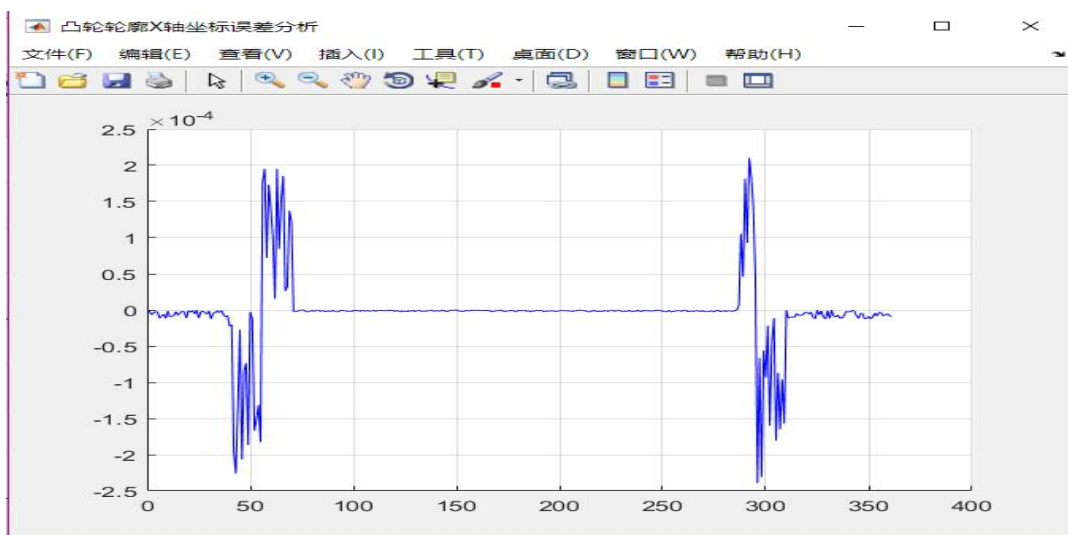


图 4.11 凸轮轮廓拟合曲线误差补偿后 X 轴半径误差

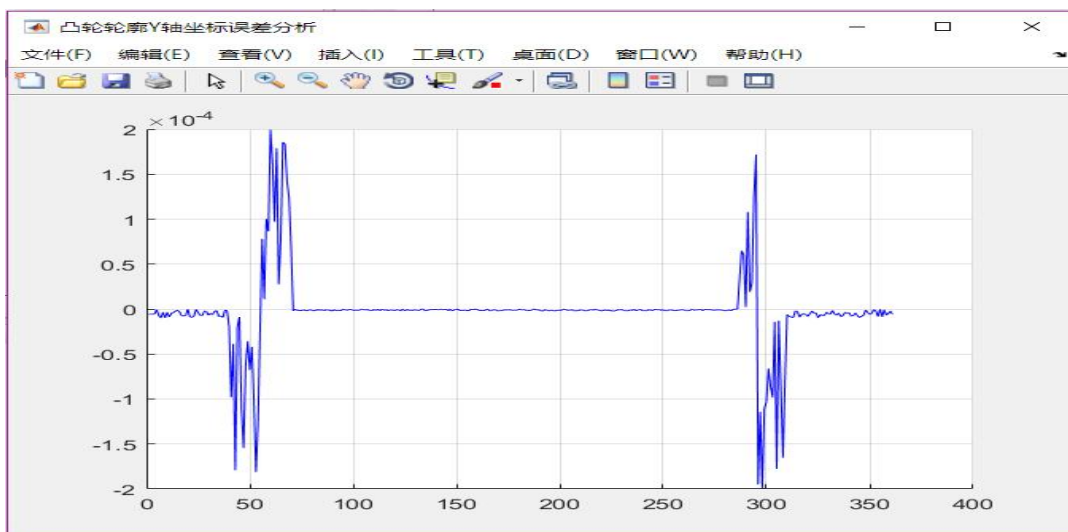


图 4.11 凸轮轮廓拟合曲线误差补偿后 Y 轴半径误差

4.3.3 凸轮轮廓拟合曲线解析式

根据本章表 4.1 提供的凸轮工件升程表，经过误差补偿后，得到的凸轮轮廓拟合曲线的三次参数样条函数解析式参数如表 4.4 所示：

表 4.4 某凸轮轮廓曲线解析式参数表格

凸轮轮廓拟合曲线解析式								
$\begin{cases} x(l) = a_i(l - l_{i-1})^3 + b_i(l - l_{i-1})^2 + c_i(l - l_{i-1}) + d_i \\ y(l) = e_i(l - l_{i-1})^3 + f_i(l - l_{i-1})^2 + g_i(l - l_{i-1}) + p_i \end{cases} \quad (l_{i-1} < l \leq l_i, \quad i = 1, 2, \dots, 26)$								
序号	a_i	b_i	c_i	d_i	e_i	f_i	g_i	p_i
$i = 1$	1.4692	-1.4524	-0.0000	1.5000	-0.2225	-0.0000	0.9755	0.0000
$i = 2$	-0.4588	-0.3052	-0.4575	1.4275	-0.7872	-0.1738	0.9303	0.2500
$i = 3$	1.0618	-0.7188	-0.7652	1.2500	1.3213	-0.8835	0.6125	0.4925
$i = 4$	-0.3651	0.1825	-0.9169	1.0000	-0.6294	0.2380	0.4299	0.6250
$i = 5$	0.1176	-0.1236	-0.9004	0.7500	0.5787	-0.2898	0.4154	0.7500
$i = 6$	-0.0108	-0.0282	-0.9415	0.5000	-0.7216	0.1793	0.3856	0.8525

$i = 7$	0.1362	-0.0452	-0.9797	0.0000	1.0913	-0.9492	-0.0158	1.0000
$i = 8$	0.4815	0.0588	-0.9763	-0.2500	-0.8370	-0.1161	-0.2869	0.9525
$i = 9$	-0.5339	0.4490	-0.8391	-0.5000	1.3828	-0.7946	-0.5329	0.8500
$i = 10$	-0.1540	0.1926	-0.7363	-0.6250	-0.0968	-0.1305	-0.6810	0.7500
$i = 11$	1.5695	0.1110	-0.6827	-0.7500	-0.6067	-0.1818	-0.7362	0.6250
$i = 12$	-1.0721	0.8647	-0.5265	-0.8500	0.5516	-0.4732	-0.8411	0.5000
$i = 13$	1.5111	-0.0013	-0.2940	-0.9500	0.0361	-0.0276	-0.9759	0.2500
$i = 14$	-1.5111	1.1545	0.0000	-1.0000	0.0360	0.0000	-0.9829	0.0000
$i = 15$	1.0721	-0.0013	0.2940	-0.9500	0.5519	0.0275	-0.9759	-0.2500
$i = 16$	-1.5698	0.8647	0.5265	-0.8500	-0.6091	0.4734	-0.8410	-0.5000
$i = 17$	0.1552	0.1108	0.6827	-0.7500	-0.0885	0.1808	-0.7363	-0.6250
$i = 18$	0.5289	0.1931	0.7364	-0.6250	1.3476	0.1339	-0.6807	-0.7500
$i = 19$	-0.4719	0.4471	0.8389	-0.5000	-0.7699	0.7811	-0.5342	-0.8500
$i = 20$	-0.1457	0.0646	0.9772	-0.2500	0.9871	0.1570	-0.2807	-0.9525
$i = 21$	0.0102	-0.0464	0.9818	0.0000	-0.6824	0.9092	-0.0099	-0.9975
$i = 22$	-0.1142	-0.0305	0.9418	0.5000	0.5431	-0.1565	0.3820	-0.8525
$i = 23$	0.3642	-0.1230	0.9004	0.7500	-0.6203	0.2837	-0.7500	
$i = 24$	-1.0616	0.1824	0.9170	1.0000	1.3189	-0.2364	0.4296	-0.6250
$i = 25$	0.4587	-0.7187	0.7652	1.2500	-0.7866	0.8831	0.6126	-0.4925
$i = 26$	-1.4691	-0.3052	0.4575	1.4275	-0.2228	0.1739	0.9302	-0.2500

结论

本文在总结和吸收国内外凸轮随动磨削最新技术与研究成果的基础上，以高精度凸轮轮廓曲线拟合为目标，展开对三次参数样条插值函数、凸轮随动磨削动态数学模型和凸轮轮廓曲线误差补偿算法的研究，利用 Matlab 仿真模拟凸轮随动磨削任务，对凸轮轮廓曲线坐标数据进行误差分析与误差补偿处理，并编写误差补偿迭代函数，实现凸轮轮廓曲线误差的自动补偿。具体研究成果如下：

(1)完成三次参数样条函数的构造、三次参数样条函数的求解，生成凸轮轮廓曲线解析式分段表及凸轮轮廓曲线坐标数据表；

(2)完成切点动态跟随算法，以实际凸轮轴磨削加工为技术背景依据，将实际磨削动作数据化，完成凸轮随动磨削动态数学建模，在 Matlab 上仿真实验成功；

(3)完成凸轮轮廓误差补偿算法，通过对仿真实验得到的坐标数据进行误差分析，确定出指定型值点所对应的凸轮轮廓的高精度拟合曲线解析式。

(4)编写凸轮随动磨削任务仿真完整代码，自动生成高精度凸轮轮廓曲线，为凸轮轮廓曲线拟合科技研究者提供参考。

参考文献

- [1] 胡建忠.凸轮轴磨削数控技术的研究[D].大连: 大连理工大学, 2005.
- [2] 李佳佳.高速凸轮轴磨床数控系统研究与开发[D].武汉: 华中科技大学, 2011: 12-24.
- [3] RTAI 分析[EB/OL]. [2010-12-21]. <http://blog.chinaunix.net>.
- [4] CCMT2008 看华中数控实力与亮点[EB/OL].[2010-12-18].<http://www.huazhongcnc.com>.
- [5] JUCAM CBN 凸轮轴磨削[EB/OL].[2010-12-15]. <http://www.junker.com.cn/>.
- [6] 章振华.切点跟踪及其关键技术在凸轮轴磨削中的应用[D].长沙: 湖南大学, 2006.
- [7] 潘盛湖.全闭环数控凸轮轴磨床控制系统设计与开发[D].重庆: 重庆大学, 2007.
- [8] 许第洪.切点跟踪磨削法核心技术的核心研究[D].长沙: 湖南大学, 2005.
- [9] 龚时华.凸轮轴高速磨削加工控制系统关键技术[D].武汉: 华中科技大学, 2008.
- [10] 胡占齐.平面凸轮 CAD/CAM/CNC 一体化磨削系统研究[D].秦皇岛: 燕山大学.
- [11] 李静.凸轮非圆磨削技术的研究与实现[D].上海: 上海大学, 2008.
- [12] 孙永志, 韩秋实.全数控凸轮轴磨床研制的若干主要技术[J].现代制造工程, 2004(6): 29-31.
- [13] 蔡光起.磨削技术现状与新进展[J].制造技术与机床.2000, (5): 10-11.
- [14] 朱文, 王洁.从 CIMT95 看数控磨床发展现状[J].上海磨床, 1996, (1): 14-25.
- [15] 李勇.影响数控凸轮轴磨削加工精度若干因素的研究[D].武汉: 华中科技大学, 2004, 23-24.
- [16] 王振国.凸轮轴靠模磨削机床的数控技术研究[D].大连: 大连理工大学, 2000, 1-10.
- [17] 侯志泉.面向凸轮磨削的等速高精度实时插补技术研究[D].长沙: 湖南大学, 2007: 8-18.
- [18] 徐晖.凸轮磨削控制系统研究与实施[D].武汉: 华中科技大学, 2002, 1-10.
- [19] 余世林, 朱国立.数控加工编程中列表曲线的数学处理[J].武汉交通科技大学学报.2000, 24(5): 266-569.
- [20] 陆金贵编著.凸轮制造技术[M].北京: 机械工业出版社, 1996: 2-15.
- [21] 李雅昔, 王宏斌, 李晓莉.基于 SolidWorks 与 Matlab 的凸轮机构设计与仿真运动分析[J].河北工业科技, 2015, 32(3): 252-256.
- [22] Bolton, K.M. Biarc curves. Computer-aided Design. 1975, (7): 89-92.
- [23] Yang, M.Y. and Kim. C.H.A CAD/CAM system for precision cams with three CNC interpolation methods. Computer-aided Design, 1994, (9): 87-92.
- [24] 龚时华, 朱国力, 段正澄.凸轮磨削加工 CNC 系统的关键技术.制造业自动化.2000, (4).
- [25] 来传远, 金建新, 唐小琦.任意凸轮曲线的极坐标式等速 CNC 磨削[J].工具技术. 2001, 35(3).
- [26] 李俊源.用五次 PH 曲线设计圆盘凸轮轮廓线的研究[J].浙江工业大学学报, 2008, 36(1): 48-51.
- [27] 许小勇, 钟太勇.三次插值样条函数的构造与 MATLAB 实现[J].自动测量与控制, 2006, 25(11): 76-78.
- [28] 夏省祥, 于正文.三次样条函数的构造自动求法[J].山东建筑工程学院学报, 2003, 18(4): 86-89.
- [29] 曹德欣, 王海军.三次样条插值函数的数值稳定性[J].中国矿业大学学报, 2001, 30(2): 213-216.