# 特征线法的极限荷载与地基极限承载力

张美燕, 黄传志

(天津港湾工程研究所,天津 300222

摘 要:文章对特征线法计算地基的极限荷载及其极限承载力的确定进行了讨论。在理论上证明,滑移线族就是满足屈服准则的滑动面族。计算过程宜采用双向递推方法,这样便于基础底面荷载边界的处理及高阶数值解的计算,提高极限荷载的计算精度。计算结果说明,目前已有的极限荷载计算公式,大都与特征线法的某一特例计算结果基本吻合。极限荷载本身是偏心荷载,实际工程的地基极限承载力计算必须同时考虑设计荷载与极限荷载的分布特征。另外指出,基础底面的荷载边界条件如何确定,对地基极限承载力的影响很大,需要进一步研究。

关键词: 地基; 承载力; 极限荷载; 特征线法

中图分类号: TU 431 文献标识码: A 文章编号: 1003-3688 2005 03-0008-05

# Ultimate Loads in Characteristic Line Method and Ultimate Bearing Capacity of Foundation

ZHANG Mei yan, HUANG Chuan zhi

(Tianjin Port Engineering Institute, Tianjin 300222, China)

Abstract: The paper discusses the ultimate loads of foundations calculated with the characteristic line method and the determination of the ultimate bearing capacity of foundations. It proves theoretically that the slip line family is just the slip surface family meeting the yield criteria. It is advisable to adopt the tow way recurrence method in the process of calculation to facilitate treatment of the load boundaries of the underside of a foundation and the calculation of the numerical solution of high order, thus improving the accuracy of the calculated ultimate loads. The results of the calculations showed that most of the available formulae for calculating the ultimate loads produced results that tally basically with the calculated results of special cases with the characteristic line method. An ultimate load is itself an eccentric load and the design load and the distributional characteristics of the ultimate load must be considered simultaneously when the ultimate bearing capacity of a foundation for practical project is calculated. It is further pointed out that the way that the boundary conditions of the load on the underside of a foundation are handled will affect a lot the ultimate bearing capacity of the foundation, which requires further studies and investigations.

Key words: foundation; bearing capacity; ultimate load; characteristic line method

# 1 引言

众所周知,基于极限分析理论的特征线法获得的极限 荷载计算方法,在实际工程中得到了广泛应用,如我国的 《港口工程地基规范》推荐的就是基于特征线法计算结果而 得出的计算公式。

特征线法是一种数值方法,用来计算地基的极限荷载是成功的,已有许多人做了工作,Kotter (1903) 把平衡方程与莫尔 库仑屈服条件联立, 建立了极限平衡方程组。

Sokolovskii (1956) 首先提出了求解极限平衡方程组的数值方法——特征线法,并用于极限承载力、极限土压力等方面的研究。我国学者对应用特征线法计算地基极限承载力也有许多有益的研究,如肖大平、陈环<sup>[1]</sup>等人的工作。但在数值计算过程、边界条件的处理、用其计算的极限荷载确定实际工程的地基极限承载力等方面尚有一些问题需要进一步的讨论。

#### 2 特征线方程与应力方程

文献 [2] 证明:满足屈服条件、屈服函数的极值条件的应力分量 q、q、T。与滑动面族必满足屈服准则,并有如

收稿日期: 2005-03-21

作者简介:张美燕(1956-),女,高级工程师,岩土工程专业。

$$q + \frac{c}{\lambda} = \frac{1 + \lambda^{2} + (h' - \lambda^{2})}{(1 + \lambda^{2})(1 + h'^{2})} q$$

$$q + \frac{c}{\lambda} = \frac{(1 + \lambda^{2})h'^{2} + (1 + \lambda^{2})'^{2}}{(1 + \lambda^{2})(1 + h'^{2})} q$$

$$\tau_{z} = \lambda \frac{1 + \lambda^{2} - (h' - \lambda^{2})}{(1 + \lambda^{2})(1 + h'^{2})} q$$
(1)

式中:  $\lambda = \operatorname{tg} \, \mathfrak{P} \, \mathfrak{q} = \frac{1}{2} (\mathfrak{q} + \mathfrak{q}) + c/\lambda \, \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = h \, (x, z) \,$ 为滑动面族。

且满足平衡方程、屈服条件、屈服函数的极值条件的 g 与滑动面族必满足方程组:

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + h \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} - \frac{2\lambda}{1+h^2} \mathbf{g} \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + h \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \right) = \chi_h - \lambda$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + \frac{1+\chi_h}{\lambda - h}, \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + \frac{2\lambda}{1+h^2} \mathbf{g} \left( \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{1+\chi_h}{\lambda - h}, \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \right) =$$

$$\chi \left( \frac{1+\chi_h}{\lambda - h}, + \lambda \right)$$
(2)

$$\mathcal{U}: \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = h = \mathrm{tg}(\theta - \mu) \tag{3}$$

式中:  $\mu = \frac{\pi}{4} - \frac{\Phi}{2}$ ; 则容易得出, 应力关系式(  $\frac{1}{2}$ ) 就是:

$$q = q(1 - \sin \Phi_{\cos} 2\theta - c/tg) \Phi 
q = q(1 + \sin \Phi_{\cos} 2\theta - c/tg) \Phi 
T_z = q \sin \Phi_{\sin} 2\theta$$
(4)

这与通常特征线法的用莫尔 库仑屈服条件得出的应力关系是完全一样的。

由式(3), 应有: 
$$\frac{1+\lambda_h}{\lambda-h}$$
,  $= tg(\theta+T_h)$ 

注意到:

$$\frac{1}{1+h^{2}} \frac{\frac{\hbar}{d}}{\frac{1}{d}} = \frac{\partial}{\frac{1}{d}} (\operatorname{arctg} h) = \frac{\partial}{\frac{1}{d}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1+h}{h}\right) = \frac{\partial}{\frac{1}{d}}$$
$$\frac{1}{1+h^{2}} \frac{\frac{\hbar}{d}}{\frac{1}{d}} = \frac{\partial}{\frac{1}{d}} (\operatorname{arctg} h) = \frac{\partial}{\frac{1}{d}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1+h}{h}\right) = \frac{\partial}{\frac{1}{d}}$$

方程组(3就是:

这与通常的将式( 4) 代入平衡方程所得出的方程组完全一样。

根据偏微分方程的特征线理论,方程组(6)有两组相交的特征线,可以应用特征线法求解。即求解如下两组方程:

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \mathrm{tg}(\theta - \mathrm{T})$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} - 2\lambda Q \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = \sqrt{\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} - \lambda}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \mathrm{tg}(\theta + \mathrm{T})$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} + 2\lambda Q \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = \sqrt{\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} + \lambda}$$
(8)

式( 7 与( 8 是沿式中第一个方程所确定的特征线( 族)

程。

以上推导说明:以平衡方程、屈服条件(莫尔 库仑)为基本方程的特征线法,其特征线方程与应力方程,还满足屈服函数的极值条件。所以,如果边界条件适当,由特征线法计算的极限荷载就是满足平衡方程、屈服准则的极限荷载,相应的由式(3)所确定的曲面族(滑移线)就是满足屈服准则的滑动面族。

# 3 特征线法计算极限荷载的计算过程

特征线法实际上是沿两组特征线的差分方法。

### 3.1 差分方程

对于图 1中的差分格式, 当第 i 条滑移线上所有格点的  $\sigma$ 、  $\theta$ 、 z、 x 已知, 计算第 i + 1条滑移线上所有格点的  $\sigma$ 、  $\theta$ 、 z、 x 时, 由方程 ( $\eta$ 、( $\eta$ ) 可得出差分方程:

$$z_{i} + 1_{j} + 1^{-}z_{i} + 1_{j} = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}(\theta + 1_{j} + 1^{+}\theta + 1_{j}) - \mu\right) (x_{i} + 1_{j} + 1^{-}x_{i} + 1_{j})$$

$$q_{i} + 1_{j} + 1^{-}q_{i} + 1_{j} - 2\lambda \frac{1}{2}(q_{i} + 1_{j} + 1^{+}q_{i} + 1_{j})(\theta + 1_{j} + 1^{-}\theta + 1_{j}) = \begin{cases} \chi_{z_{i}} + 1_{j} + 1^{-}z_{i} + 1_{j} - \lambda_{x_{i}} + 1_{j} + 1^{-}x_{i} + 1_{j} \end{cases}$$

$$(\theta)$$

$$j = 1 \sim_{n} + 1$$

$$z_{i} + 1_{j} + 1 - z_{i,j} = 1g \left( \frac{1}{2} (\theta + 1_{j} + 1 + \theta_{,j}) + \mu \right) (x_{i} + 1_{j} + 1 - x_{i,j})$$

$$q_{i} + 1_{j} + 1 - q_{i,j} + 2\lambda \frac{1}{2} (q_{i} + 1_{j} + 1 + q_{i,j}) (\theta + 1_{j} + 1 - \theta_{,j}) =$$

$$\chi_{z_{i}} + 1_{j} + 1 - z_{i,j} + \lambda (x_{i} + 1_{j} + 1 - x_{i,j}))$$

$$j = 1 \sim_{n}$$

$$(19)$$

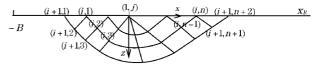


图 1 差分计算图示

特征线方程较滑移线方程少了 2个,所以共有 4× $_n$ + 2个差分方程。

#### 3.2 边界条件

用特征线法计算极限荷载的主要难点是边界条件的处理。边界有两个(见图 4),基础底面边界:滑移线的起始边界 [-B, 0],土体表面边界:滑移线的终止边界( $0, x_B$ )。

我们看到,特征线法的方程中的 4个方程(即,式(3)均是一阶常微分方程,未知量只有 4个: $\mathfrak{g}$ 、 $\mathfrak{g}$   $\mathfrak{g}$ 

土体表面边界:  $\sigma = q$ ,  $\tau_z = 0$ ,  $\exists z = 0 \exists x \ge 0$ 由式 ( 4),可转化为特征线法适用的边界条件:

$$\theta = 0$$
,  $q = \left(q + \frac{c}{\lambda}\right) / (1 - \sin \phi)$ ,  $z = 0$ ,  $x \ge 0$ 

基础底面边界:作为计算分布极限荷载的位置和滑移

成立的,称为特征线方程。而式由的第三个方程称为应力方。Publishing it ouse. 也是已知的 re通常还可以给出总水平力与总由

垂直力的关系:  $\int_{-B}^{0} (\tau_z)_{z=z} dx = \operatorname{tg} \delta \int_{-B}^{0} (\sigma + \frac{c}{\lambda})_{z=z} dx$ , 当 z = 0且  $x \leq 0$ 。

在满足这一关系的条件下,应有  $T_z = tg \ \delta \ (\ g + \frac{c}{\lambda})$ ,一般都是将  $tg \ \delta$  作为常数  $tg \ \delta$ 处理,同样由式( $\beta$ ,基础底面的边界条件可转化为特征线法适用的边界条件:

$$\Theta = \Theta_0 = \frac{1}{2} \left( \pi - \delta - \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \Theta} \right), z = 0$$

这样 6个边界条件就确定了。

#### 33 基础边缘点的增、煅植

基础边缘点的  $\sigma$ 、 $\theta$ 应当与土重无关(Y=0,即是无重土的解。根据方程(3,容易得出(见图3)滑动面族按不同的入土方向有:

$$\sigma = \left(q + \frac{c}{\lambda}\right) \frac{1 + \lambda^{2}}{1 + \lambda^{2} - \lambda} \exp(2\lambda\theta) \qquad (11)$$

$$\theta = \begin{cases}
\theta_{1} = \mu + \arctan h_{0} \\
\theta_{2} \leqslant \theta_{3} \end{cases} \qquad (A) \boxtimes \qquad (B) \boxtimes \qquad (12)$$

式中:
$$h' = \frac{\lambda \lambda - \log \delta + (1 + \lambda )(\lambda^2 - \log^2 \delta)}{1 + \log \delta (1 + 2\lambda)}$$
 (13) 式 (13) 也可以写为与式 (14) 相同的形式。

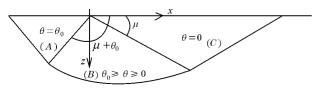


图 2 分区示意图

# 3.4 计算差分方程的双向递推方法

一般情况下,不能在基础底面(或土体表面)同时给出 所需的全部边界条件,所以特征线法求解的是常微分方程 组的边值问题,明了这一点对具体的计算过程是重要的。

计算过程一般应为: 在第i条滑移线上所有格点的  $\mathfrak{q}$ 、 $\mathfrak{q}, z$ 、x 已知条件下, 计算第i+ 1条滑移线上所有格点的  $\mathfrak{q}$ 、 $\mathfrak{q}, z$ 、x。这样, 共有 4×x+ 2个差分方程, 未知量也为 4×x+ 2个,所以可以求得唯一解。

目前,求解沿特征线的差分方程大都按以下的方法近似计算:假定(i+1, i)点的  $\alpha$ ,由基础底面沿滑移线向前推算,直至土体表面,如果满足土体表面边界条件,则第i+1条滑移线计算结束,否则,重新假定(i+1, i)点的  $\alpha$ ,进行上述过程的计算,直到满足土体表面边界条件为止。当然也可以假定(i+1, n+2, 点的 x,由土体表面沿滑移线向后推算,直到满足基础底面边界条件为止。

对上述的计算过程,如果要计算基础底面任一确定点的一阶近似极限荷载,都需要反复试算,才能得出计算结果。因此,根据差分方程的特点,讨论具体的计算方法是必要的。

以采用如下的格式进行计算,这一格式的目的是差分方程 的线性化处理与迭代计算。具体步骤为:

第一步,用已知的第i条滑移线上  $\theta_{ij}$ 、 $q_{i,j}$ 代替第i+ 1条滑移线上  $\frac{1}{2}$  ( $\theta_{+}$   $1_{ij+1}$  +  $\theta_{+}$   $1_{ij}$ )、 $\frac{1}{2}$  ( $q_{i+}$   $1_{ij+1}$  +  $q_{i+}$   $1_{ij}$ )及  $\frac{1}{2}$  ( $\theta_{+}$   $1_{ij+1}$  +  $\theta_{i,j}$ )、 $\frac{1}{2}$  ( $q_{i+}$   $1_{ij+1}$  +  $q_{i,j}$ ),使差分方程变为线性方程,并计算出第i+ 1条滑移线上  $q_{i}$ 、 $q_{i}$   $q_{i}$  的一次近似值。

第二步,以一次近似值代替第 $_i$ + 1条滑移线上  $_{\mathfrak{q}}$ 、 $_{\mathfrak{q}}$   $_{\mathfrak{q}}$ 

一般地,以 K 次近似值代替第 i+1条滑移线上 q、Q z、x,计算出第 i+1条滑移线上 q、Q z x 的 K+1次近似值。直至前后两次近似值充分接近为止(两者之差满足给定的计算精度)。

通常只计算一次近似值或二次近似值,需要差分网格 划分很密,否则有较大的误差。

由基础底面的 x, z已知。可以应用滑移线方程、特征线方程,首先由基础底面沿滑移线向前递推计算出滑移线的全部格点值。又因为土体表面的  $\varphi$ 、 $\theta$ 已知,且滑移线已知,又可以应用滑移线上的应力方程与特征线上的应力方程,由土体表面沿滑移线向后递推计算出滑移线上的全部 $\varphi$ 、 $\theta$ 值。

这一计算过程的优点是明显的,既不需要反复试算,还 便于计算高次近似值。

上述计算过程可以编写特征线法的计算程序。由于差分方程是非线形的,需要计算高次近似解。实际计算表明,一般需要计算 4~5次近似解,而 Φ较大时,需要计算 7~8次近似解,才使基础底面的 q 前后两次计算值之差满足 4位有效数字的精度。

# 4 计算结果与计算公式的讨论

一般地,总极限荷载的公式可以写为:  $P_z = B \left( qN_q + cN_c + \frac{1}{2} \gamma B N \right)$  (14)

在已有的一些承载力计算公式(如 Terzaghi 公式 (Hansen  $^{68}$ )、Vesic 公式、Meyerhof 公式、Chen 的上限解)中,总极限荷载的公式都可以写成式( $^{14}$ )的形式。这些公式的  $N_c$ , $N_q$  完全相同,其差别是  $N_y$ 的不同,表  $^{14}$ 出了特征线法及几种常用公式  $N_y$ 的计算结果。

计算结果清楚的显示: Sokolovskii 的特征线法结果,较本文计算结果略小,可能是差分网格划分较粗 $^{[1]}$ 或没计算高阶近似值的原因; 但这是由于  $^{\dagger}$  ( $^{\dagger}$  ( $^{\dagger}$   $^{\dagger}$   $^{\dagger}$  ) / ( $^{\dagger}$  ) 取很小值导致的结果是肯定的。Terzaghi 公式在  $^{\dagger}$  较大时,与

(人) 线性化处理与迭代计算; 差分方程是非线性的,可Publig/(YB) = 0.05, c/(YB) = 0.01时的特征线法结果很接近。

衣 1 九种方法的 N y 直 与特征线法 I 异直的 L I X										
				几	种	方	法			
φ	1	2	3	4	(5)	6	7	8	9	10
( )	Sokolovskii	特征线法 $q = 0.01$ $c = 0.0$	Terzaghi	特征线法 $q = 0.05$ $c = 0.01$	M eyerhof	特征线法 $q = 1.1$ $c = 0.0$	Vesic	特征线法 $q = 0.1$ $c = 0.2$	Chen	特征线法 $q = 1.5$ $c = 1.5$
2			0.012	0.09			0.15	0.15	0.156	0.158
4			0.055	0.19			0.34	0.33	0.350	0.361
6			0.135	0.33			0.57	0.55	0.595	0.622
8			0.268	0.51			0.86	0.82	0.909	0.956
10			0.467	0.75			1.22	1.17	1.313	1.388
12			0.755	1.07			1.69	1.62	1.837	1.945
15	1.40	1.49	1.418	1.75	2.50	2.63	2.65	2.54	2.941	3.014
18			2.490	2.80			4.07	3.91	4.614	4.832
20	3.16	3.34	3.537	3.80	5.50	5.55	5.39	5.18	6.198	6.446
22			4.961	5.14			7.13	6.85	8.318	8.581
25	6.90	7.25	8.110	8.07	12.00	11.49	10.88	10.46	12.970	13.200
28			13.130	12.74			16.72	16.12	20.360	20.450
30	15.30	15.95	17.680	17.39	26.00	24.22	22.40	21.65	27.670	27.610
32			24.940	23.90			30.22	29.31	37.860	37.460
35	35.20	36.64	40.710	39.15	60.00	53.37	48.03	47.04	61.490	60.360
38			67.410	65.81			78.03	77.54	102.100	99.930

130.00

126.50

表 1 几种方法的  $N_{\gamma}$  值与特征线法计算值的比较

注:( ¹) ①、⑤、⑨摘自文献[ ③, ③摘自文献 [ ④, ⑦摘自文献[ ⑤ ( ② q = q/( YB) , c = c/( YB) , q 为均布的边载。

95.450 94.70

86.50 90.74

对 Meyerhof、Vesic 公式与 Chen 的公式,均可以找到一组  $q/(\mathcal{B})$ 、 $c/(\mathcal{B})$  的特征线法结果与之非常接近。当然由于这 些均是近似公式(滑动面是近似的),在一些情况下,与特征 线法结果有些差别是不足为怪的。

仅就极限荷载的计算值而言,这些公式的 N y都有很高的精度,只是仅适用于特定的 q/(MB)、c/(MB),而真正的 N y是随  $T=(q \lambda + c)/(MB)$  而变的 [T]。

#### 5 地基极限承载力的确定

特征线法计算的极限荷载是在滑动体内的土体处于极限状态条件下得出的,这意味着每一点的强度均发挥到极值,是地基可以承受荷载的最大值;且其分布形式是唯一确定的。

地基极限荷载与实际工程的地基极限承载力是不同的,后者需要考虑设计荷载的分布形式。实际工程设计荷载的分布形式一般不可能恰好与计算的极限荷载分布形式一致,设计荷载、极限荷载沿基础底面的分布分别为: $p_v(x)$ 、 $p_z(x)$ ,( $-B \le x \le 9$ ,并 $p_v^*(x) = sp_z(x)$ , $s = P_z/P_v(P_z, P_v)$ 分别为总极限荷载、总设计荷载)。当两者的总荷载相同的情况下,按设计荷载必有一部分土体处于稳定状态,而另一部分土体处于破坏状态。

的地基极限承载力时,应当同时考虑实际工程设计荷载与 极限荷载的分布形式。地基极限承载力有两种方法可以确 定。

110.20

145.300

142.400

第一种方法, 地基极限承载力用下式计算:

109.40

$$P_{u} = \int_{-R}^{0} \min \{ p_{z}(x), p_{v}^{*}(x) \} dx$$
 (15)

这一公式的实际意义为按土体不违背屈服准则来确定 地基极限承载力:如果设计荷载的偏心矩大于极限荷载的偏心矩,则在过基础底面 [-b,0]的滑动面族上,土体处于极限状态,在过基础底面 [-B,-b] 的滑动面族上,土体处于稳定状态(见图  $\{a\}$ )。如果设计荷载的偏心矩小于极限荷载的偏心矩,则在过基础底面 [-b,0] 的滑动面族上,土体处于稳定状态,在过基础底面 [-B,-b] 的滑动面族上,土体处于极限状态(见图  $\{b\}$ )。

通常习惯用偏心矩来确定地基极限承载力,这时必须同时考虑设计荷载的偏心矩(e<sub>v</sub>)与极限荷载的偏心矩(e),注意到极限荷载的分布呈接近于线性的凸形。计算表明:如果按线形分布近似考虑,得出的偏心矩具有足够的精度。因此,地基极限承载力由以下三点确定:

$$p(-B) = \min \{p_{z^{-1}}, p_{v^{-1}}^*\}, p(-B/2) = \frac{1}{2}(p_{z^{-1}} + p_{z^{-2}}),$$

(所以)特征线法计算的极限荷载在用于确定实际工程 Publishing House: 2/2/11 rights reserved. http://www.cnki.net

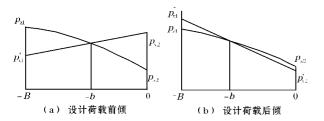


图 3 设计荷载与极限荷载沿基础底面的分布

即: 
$$P_{u} = P_{z} - \frac{B}{4} \left| p_{z}^{2} - p_{v}^{*}^{2} \right| = \frac{B}{2} (p_{z}^{1} + p_{z}^{2}) \times$$

$$\left( 1 - \frac{1}{4} \left| \frac{p_{z}^{2} - p_{z}^{1}}{p_{z}^{2} + p_{z}^{1}} - \frac{p_{v}^{*}^{2} - p_{v}^{*}}{p_{v}^{*}^{2} + p_{v}^{*}} \right| \right)$$
得出:  $P_{u} = P_{z} \left( 1 - \frac{3}{2} \left| \frac{e}{B} - \frac{e_{v}}{B} \right| \right)$  (16)

式( $^{16}$ ) 是式( $^{15}$ ) 的近似公式,应用方便并具有很高的精度。

第二种处理方法,通常是按基础的有效宽度 B 代替实际宽度进行计算的处理方法(见图 4。

要求极限荷载满足设计荷载的偏心矩:

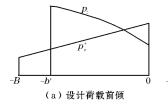
$$\int_{-p}^{0} p_{z}(x) (x + B/2 - e_{v}) dx = 0$$

因为这一条件一般不可能满足, 所以通过减小荷载作用宽度来达到:

如果  $e_v - e \ge 0$  则设[-B, -B]内  $p_z(x) = 0$  有效宽度为: $B = B - 2e_v - e$ 。

如果  $e_v - e < 0$  则设[-b′, 0]内  $p_z(x) = 0$  有效宽度为:  $B = B + 2 e_v - e$  。

可统一写为:
$$B = B - 2|_{e_v} - e|$$
 (17)



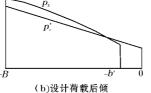


图 4 有效宽度代替实际宽度的设计荷载与极限荷载沿基础底面的分布

通常的不考虑极限荷载计算值已包含的偏心矩是不合理的。在一些情况下会使地基极限承载力计算值偏小,例如当设计荷载的偏心矩恰好与极限荷载计算值的偏心矩相同时,还要用设计荷载的偏心矩去修正极限荷载的计算值,显然人为地减小了地基极限承载力。在另一些情况下会使地基极限承载力计算值偏大,例如当设计荷载的偏心矩为零时,确定的极限承载力实际上是偏心矩为计算值时极限荷载的最大值,显然高估了地基极限承载力。

按基础的有效宽度代替实际宽度进行计算,对于设计荷载时前倾的情况会大大降低地基极限承载力。考虑一个极端的例子: 当 q = 0, c = 0,  $e_v = B/6$ , 如果按特征线法通常所用的基础底面边界条件, 应有  $e^{\approx} - B/6$ , 这时有效宽度为 B = B - 2,  $e_v - e = B/3$ , 这意味着基础只有约 1/3 宽度承受荷载,将会使地基极限承载力变成总极限荷载计算值的约 1/3, 而按公式(16) 地基极限承载力约为总极限荷载计算值的 1/3

极限荷载的分布特征是影响地基极限承载力的主要原因之一,而影响极限荷载分布特征的主要原因之一是基础底面边界条件的处理问题。

#### 6 基础底面荷载边界处理问题的讨论

在基础底面边界:滑移线的起始边界[-B,0,为了数值计算方便通常采有边界条件<sup>[1]</sup>:

$$\tau_z = t_g \delta \left( \sigma + \frac{c}{\lambda} \right) . \tag{18}$$

相应于这一边界条件,对于实际工程的应用有两个问题需要明确。

一是通常用基础底面的总设计荷载确定 tg δ时,应有:

$$\int_{-R}^{0} (\mathbf{T}_{z})_{z=0} dx = \operatorname{tg} \delta \int_{-R}^{0} (\mathbf{Q} + \frac{c}{\lambda})_{z=0} dx \qquad (19)$$

二是如前所述,实际工程一般只能给出式(19,也就是说式(18)只是一个假定,在满足式(19)的条件下应有  $\mathbf{r}_z = \mathbf{tg} \ \mathbf{k} (\mathbf{q} + \frac{\mathbf{c}}{\lambda})$ ,如果将  $\mathbf{tg} \ \mathbf{k}$  取为不同的形式,极限荷载沿基础底面的分布是完全不一样的,另外,可能使总极限荷载相对较小。这两者对地基极限承载力均会产生影响。

一般,设计荷载是前倾的必然伴随较大水平力,因此, 正确的考虑水平力沿基础底面分布状况,使地基极限承载 力更为合理,这是对实际工程有直接意义的需要进一步讨 论的问题。

假如在 tg & 不能确定的情况下,一个稳妥的方法是把 tg & 作为一个变数,并以基础底面上的总极限荷载(或地基极限承载力)为极小来确定 tg & 沿基础底面的分布。当 然这样做有一定的难度,但值得进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] 肖大平,朱唯一,陈环 ·滑移线法求解极限承载力问题的一些进展[J] ·岩土工程学报,1998(4):25-29.
- [2] 黄传志 ·屈服函数的极值条件~土体极限分析的基本方程之 一[A] ·第九届土力学及岩土工程学术会议论文集[C] ·北 京:清华大学出版社,2003.343-346.
- [3] 陈惠发·极限分析与土体塑性[M]·北京:人民交通出版社, 1995.
- [4] 沈珠江·理论土力学[M]·北京:中国水利水电出版社,2000.
- [5] 华东水力学院土力学教研室 土工原理与计算(上册)[M] · 北京:水利水电出版社,1979.