# Design and Analysis of Algorithms Part III: Greedy Algorithms

**Lecture 19: Activity Selection** 

盛浩

shenghao@buaa.edu.cn

北京航空航天大学 计算机学院

北航《算法设计与分析》

#### 贪心策略篇概述



在算法课程第三部分"贪心策略"主题中,我们将主要聚焦于如下 经典问题:

Fractional Knapsack Problem (部分背包问题)

Huffman Coding Problem (赫夫曼编码问题)

Activity Selection Problem (活动选择问题)

#### 贪心策略篇概述



在算法课程第三部分"贪心策略"主题中,我们将主要聚焦于如下 经典问题:

• Fractional Knapsack Problem (部分背包问题)

Huffman Coding Problem (赫夫曼编码问题)

Activity Selection Problem (活动选择问题)



#### • 会场出租



公司年会:10:00~19:00



生日聚会:12:00~17:00



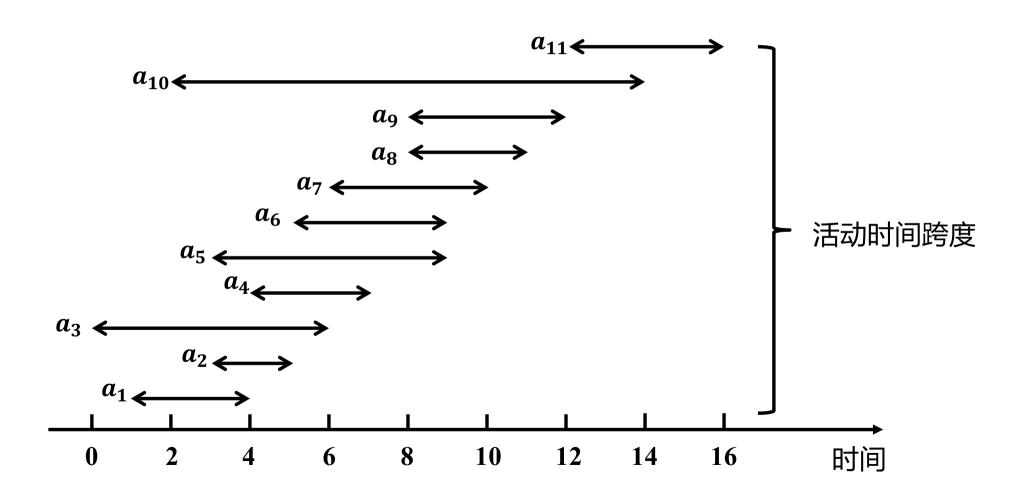
婚礼宴请:11:00~14:00



学术研讨:14:00~16:00

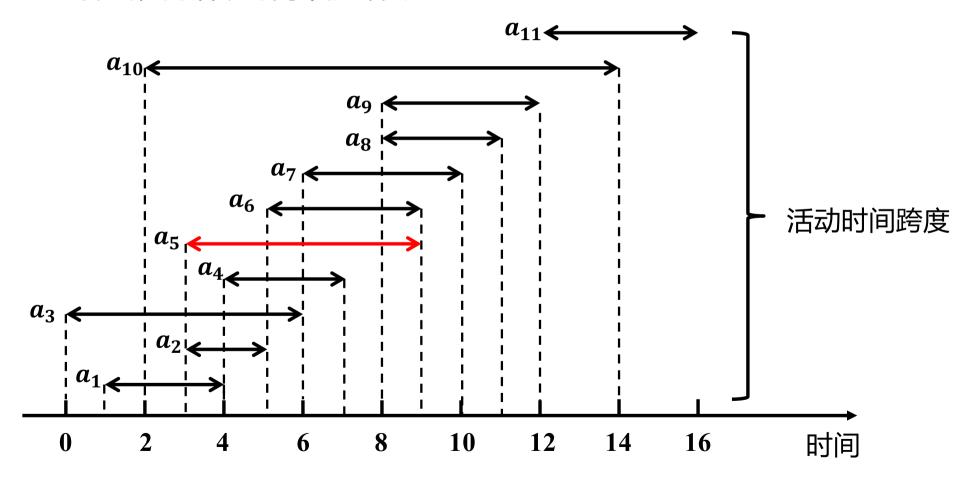


## • 会场出租



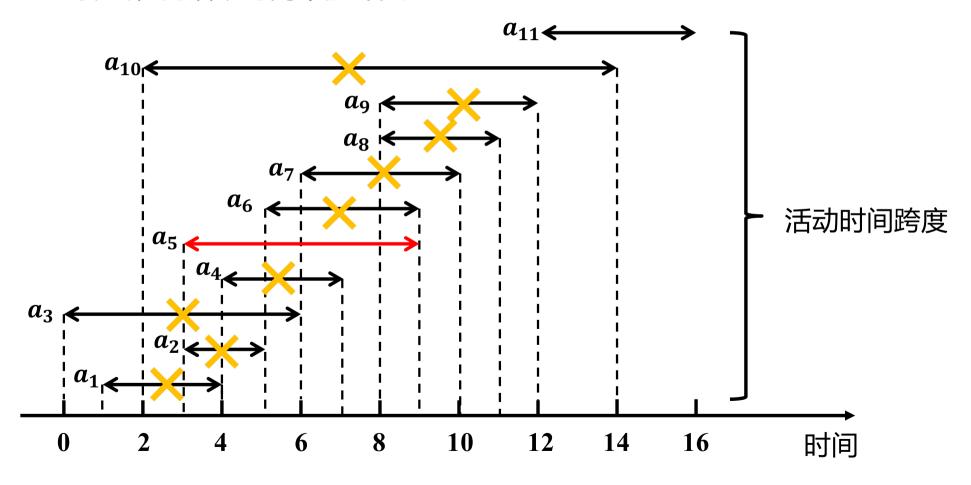


- 会场出租
  - 选择出租的活动时间不能冲突



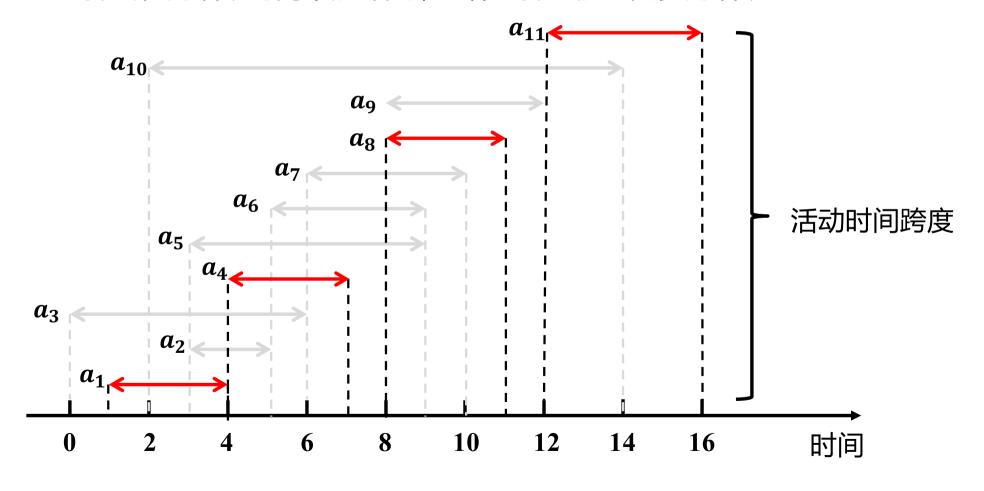


- 会场出租
  - 选择出租的活动时间不能冲突





- 会场出租
  - 选择出租的活动时间不能冲突,怎样选择才能选更多的活动?





#### 活动选择问题

#### **Activity Selection Problem**

#### 输入

- n个活动组成的集合 $S = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$
- 每个活动 $a_i$ 的开始时间 $s_i$ 和结束时间 $f_i$

#### 输出

• 找出活动集合S的子集S',令

 $\max |S'|$ 

 $s.t. \, \forall a_i, a_j \in S', s_i \geq f_j$ 或 $s_j \geq f_i$ 

优化目标:最大化选择活动个数



#### 活动选择问题

#### **Activity Selection Problem**

#### 输入

- $| \cdot n$ 个活动组成的集合 $S = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$
- 每个活动 $a_i$ 的开始时间 $s_i$ 和结束时间 $f_i$

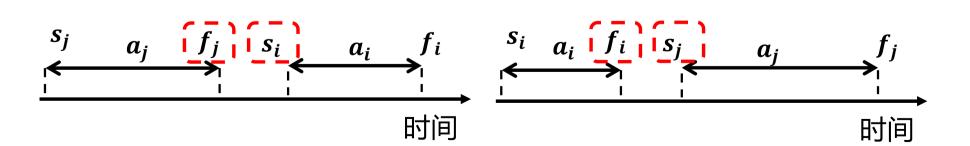
#### 输出

• 找出活动集合S的子集S',令

 $\max |S'|$ 

 $s.t. \, \forall a_i, a_j \in S', s_i \geq f_j$ 或 $s_j \geq f_i$ 

约束条件



## 贪心策略:一般步骤



提出贪心策略

观察问题特征,构造贪心选择



证明策略正确

假设最优方案,通过替换证明



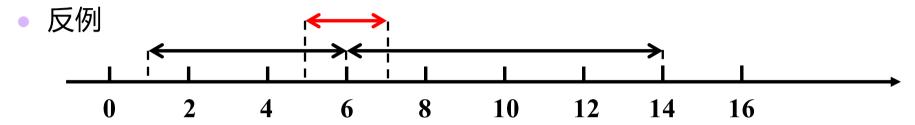
• 策略1: 最短活动优先

• 策略2:最早开始活动优先

• 策略3:最早结束活动优先



• 策略1: 最短活动优先

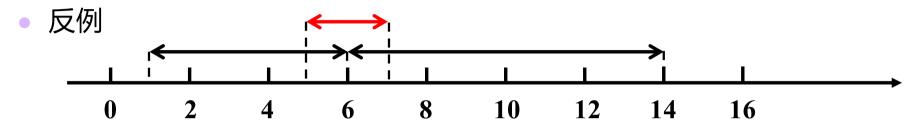


• 策略2:最早开始活动优先

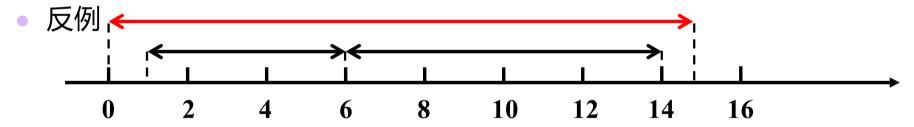
• 策略3:最早结束活动优先



• 策略1: 最短活动优先



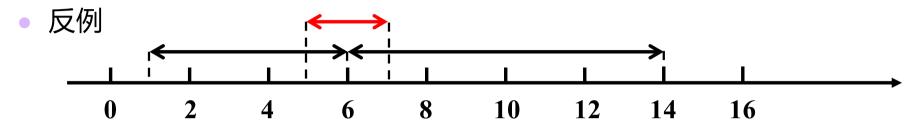
• 策略2:最早开始活动优先



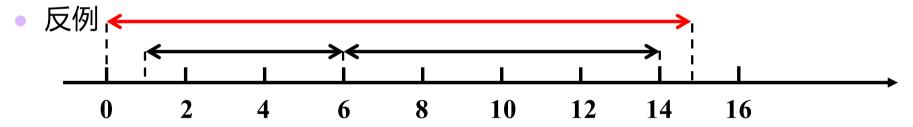
• 策略3:最早结束活动优先



• 策略1: 最短活动优先

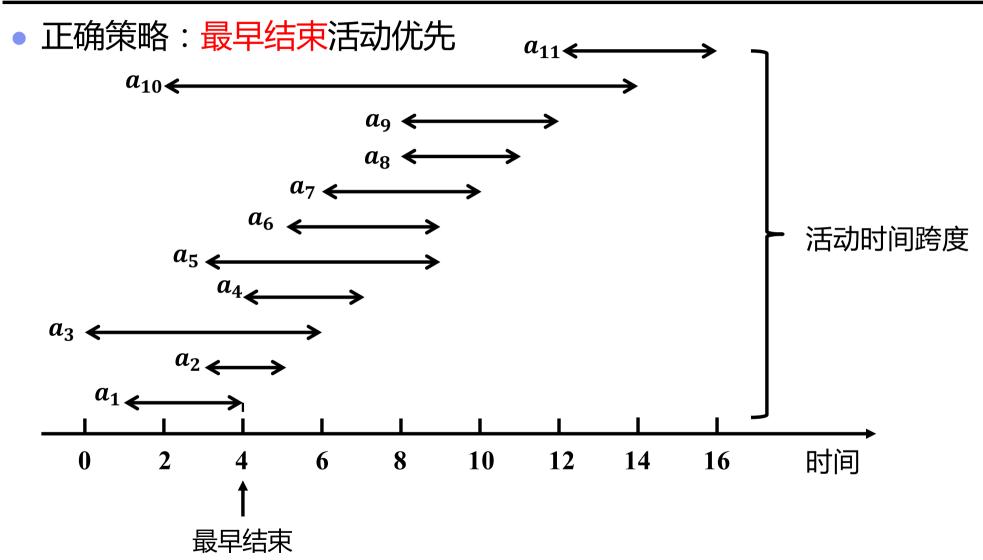


• 策略2:最早开始活动优先

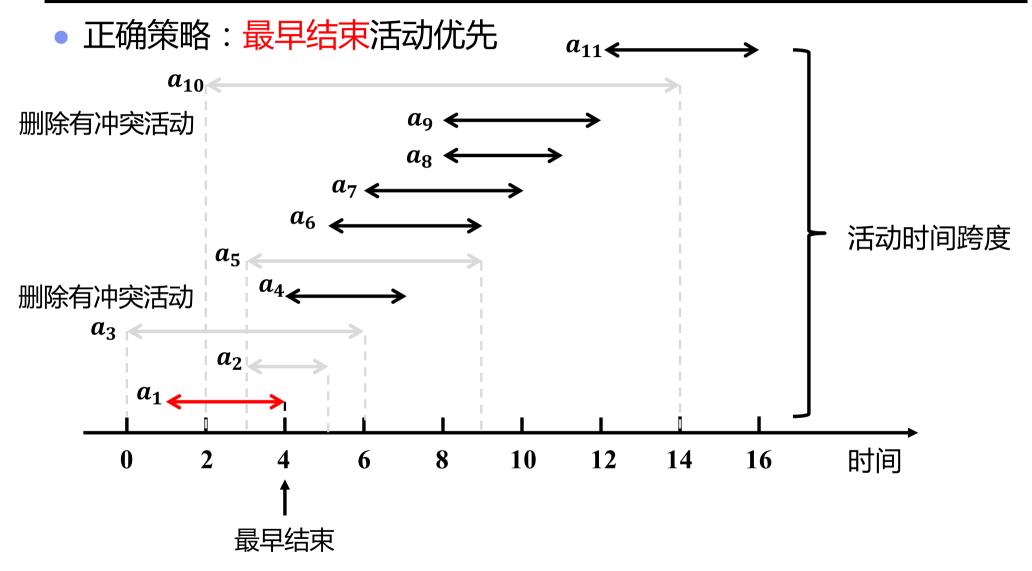


- 策略3:最早结束活动优先
  - 选择最早结束的活动,可以给后面的活动留更大的选择空间

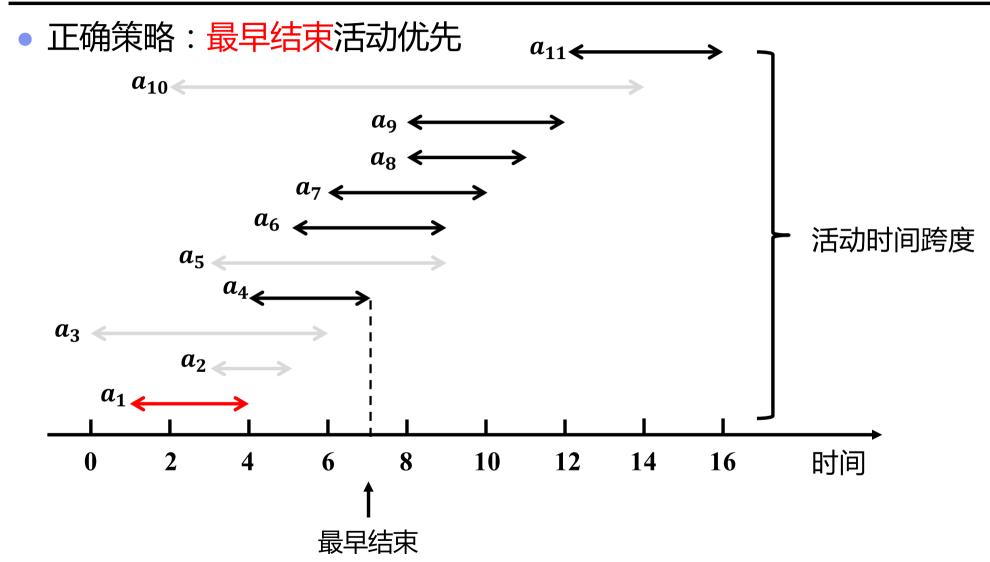




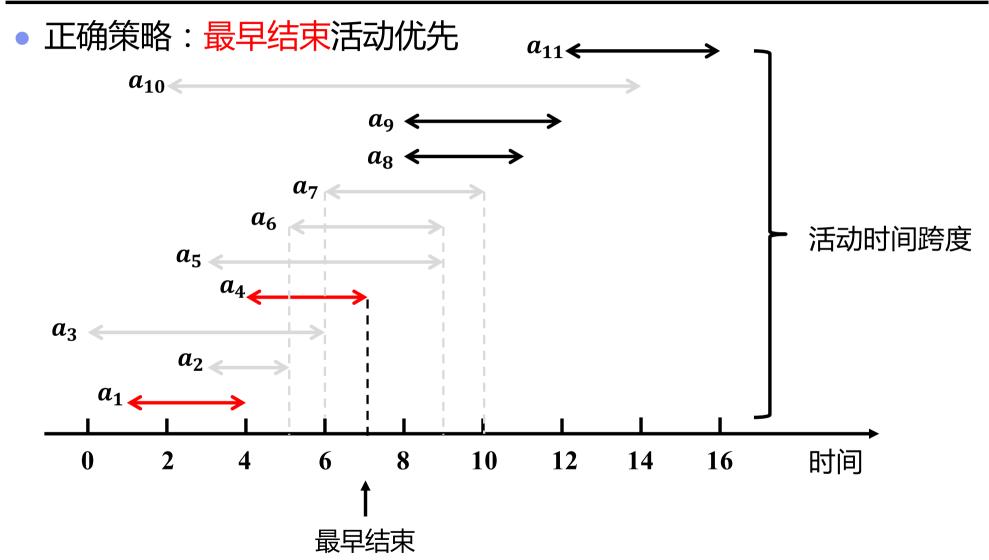




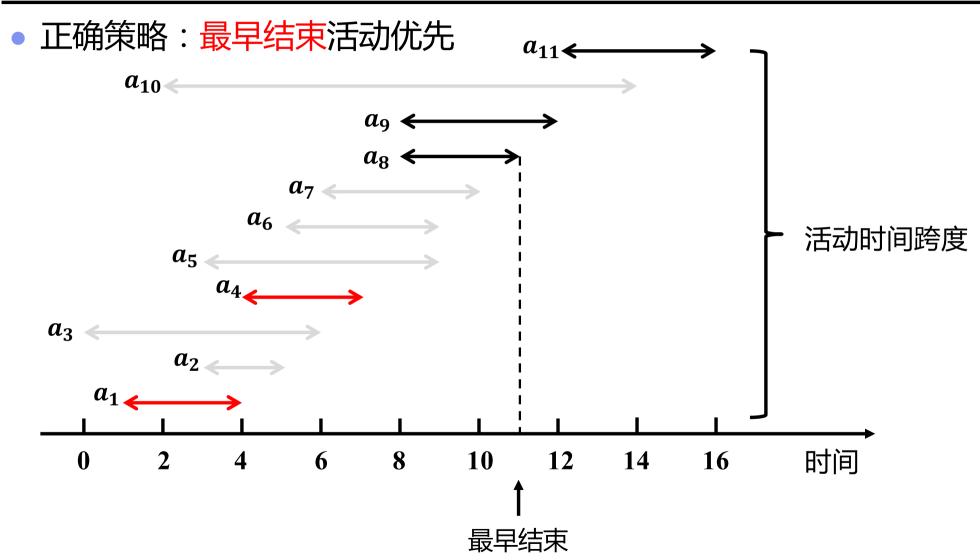




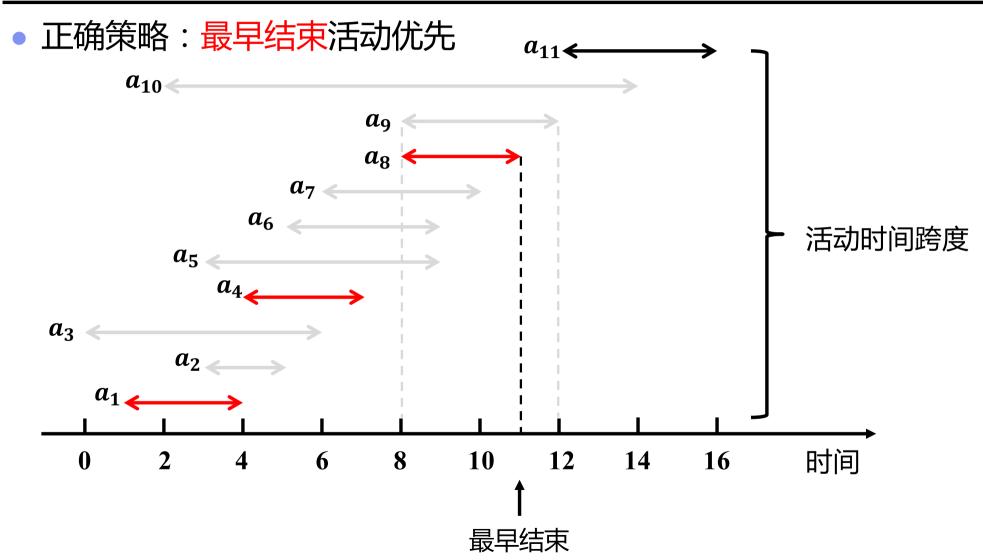




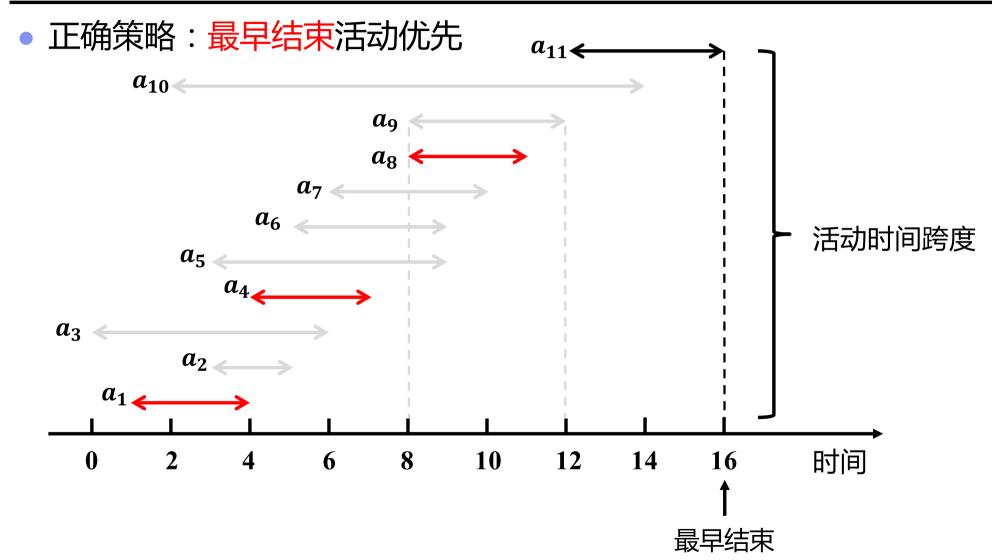




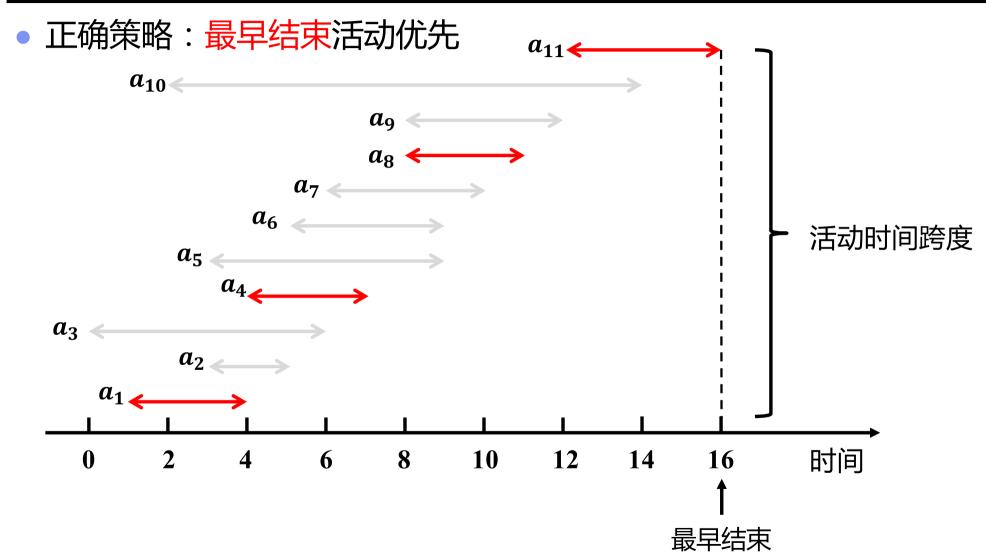






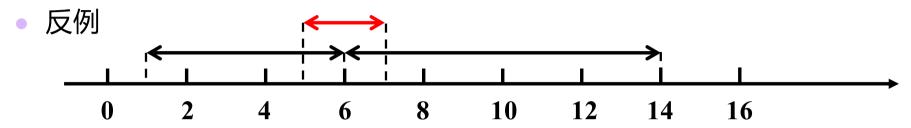




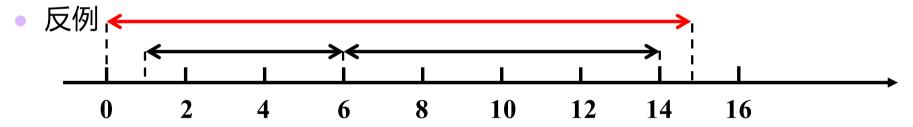




• 策略1: 最短活动优先



• 策略2:最早开始活动优先



- 策略3:最早结束活动优先
  - 选择最早结束的活动,可以给后面的活动留更大的选择空间

问题:策略3是否可以保证最优解?

#### 贪心策略:一般步骤



提出贪心策略

观察问题特征,构造贪心选择



证明策略正确

假设最优方案,通过替换证明

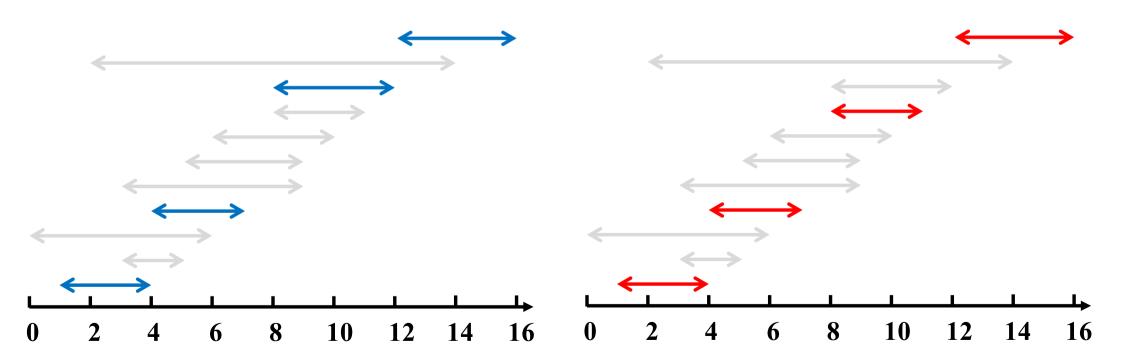


- 正确策略:最早结束活动优先
- 证明: 贪心解不劣于最优解

# 任意最优活动集合

依次检查并替换

#### 贪心所得活动集合





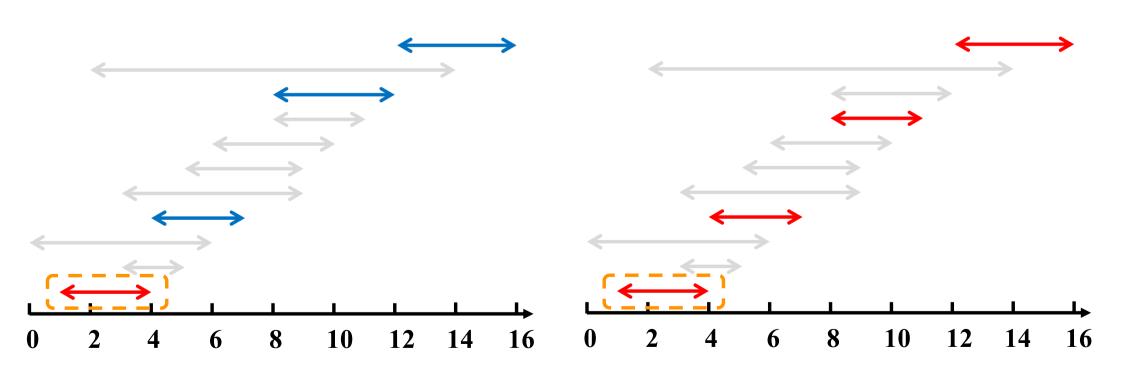
- 正确策略:最早结束活动优先
- 证明: 贪心解不劣于最优解

# 任意最优活动集合

依次检查并替换

#### 贪心所得活动集合

活动相同,无需替换





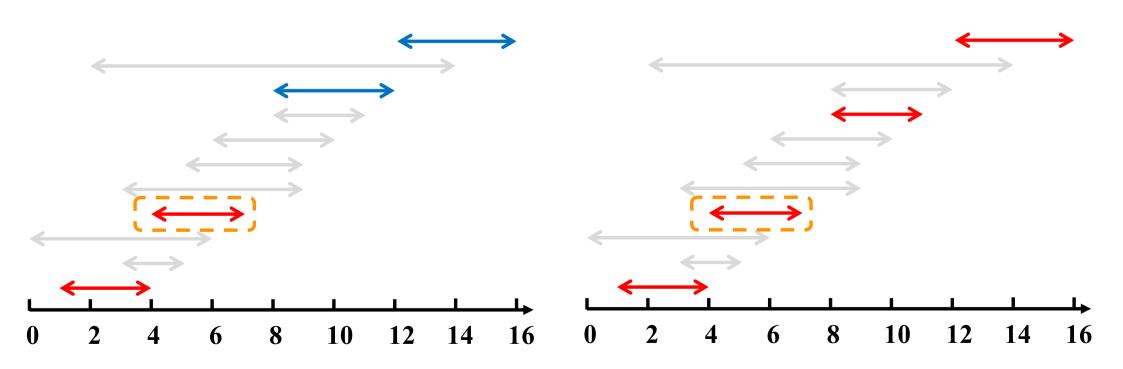
- 正确策略:最早结束活动优先
- 证明: 贪心解不劣于最优解

# 任意最优活动集合

依次检查并替换

#### 贪心所得活动集合

活动相同,无需替换





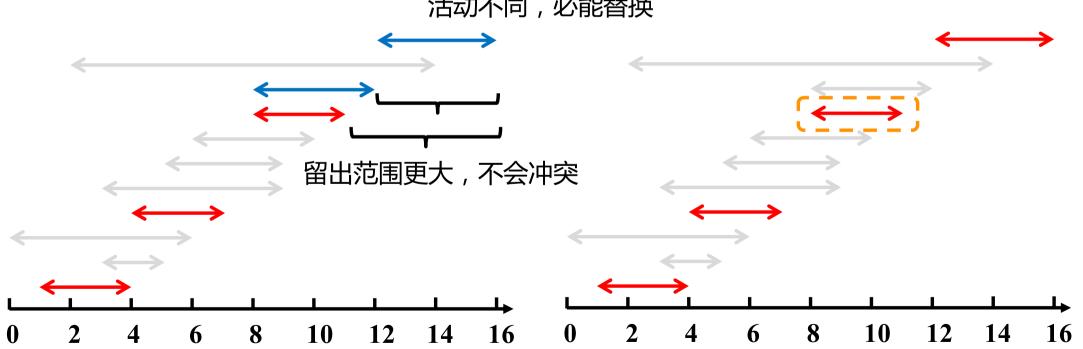
- 正确策略:最早结束活动优先
- 证明: 贪心解不劣于最优解

### 任意最优活动集合

依次检查并替换

#### 贪心所得活动集合

活动相同,无需替换活动不同,必能替换





- 正确策略:最早结束活动优先
- 证明: 贪心解不劣于最优解

### 任意最优活动集合

依次检查并替换

#### 贪心所得活动集合

活动相同,无需替换活动不同,必能替换





```
输入: 活动集合S=\{a_1,a_2,...,a_n\},每个活动a_i的起止时间s_i,f_i输出: 不冲突活动的最大子集S'把活动按照结束时间升序排序 S'\leftarrow\{a_1\}\\k\leftarrow 1把最早结束活动加入到集合  | \text{if } s_i\geq f_k \text{ then }\\ | S'\leftarrow S'\cup\{a_i\}\\ | k\leftarrow i \text{ end }\\ | \text{end }\\ | \text{end
```





```
输入: 活动集合S=\{a_1,a_2,...,a_n\},每个活动a_i的起止时间s_i,f_i输出: 不冲突活动的最大子集S'把活动按照结束时间升序排序 S'\leftarrow\{a_1\}\\k\leftarrow 1\\ \text{for }i\leftarrow 2\ to\ n\ \text{do} 检查每个活动  \begin{array}{c|c} if\ s_i\geq f_k\ \text{then}\\ S'\leftarrow S'\cup\{a_i\}\\ k\leftarrow i\\ \text{end} \end{array}  end return S'
```



```
输入: 活动集合S=\{a_1,a_2,...,a_n\},每个活动a_i的起止时间s_i,f_i输出: 不冲突活动的最大子集S'把活动按照结束时间升序排序 S'\leftarrow\{a_1\}\\k\leftarrow 1\\\text{for }i\leftarrow 2\ to\ n\ \mathbf{do} \bigcap_{\substack{if\ s_i\geq f_k\ \text{then}\\ k\leftarrow i\ \text{end}\\ }} \bigcirc \bigcirc \{a_i\}
```



```
输入: 活动集合S=\{a_1,a_2,...,a_n\},每个活动a_i的起止时间s_i,f_i输出: 不冲突活动的最大子集S'把活动按照结束时间升序排序 S'\leftarrow\{a_1\}\\k\leftarrow 1\\ \text{for }i\leftarrow 2\ to\ n\ \text{do} if s_i\geq f_k then S'\leftarrow S'\cup \{a_i\}\\k\leftarrow i 更新当前选择的活动 end return S'
```

# 贪心算法:复杂度分析



## 问题拓展



### • 会场出租

### 收益很大



公司年会:10:00~19:00

#### 收益较多



生日聚会:12:00~17:00

#### 收益良好



婚礼宴请:11:00~14:00

#### 收益较少

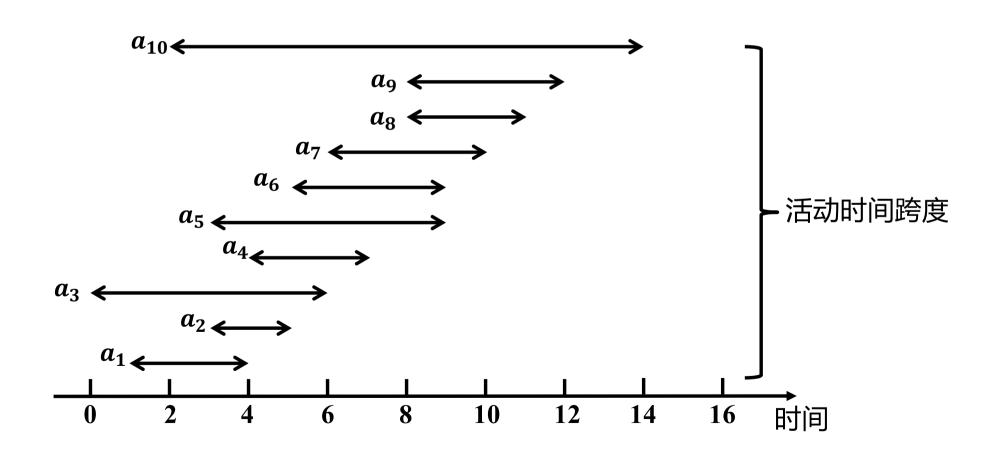


学术研讨:14:00~16:00

## 问题拓展



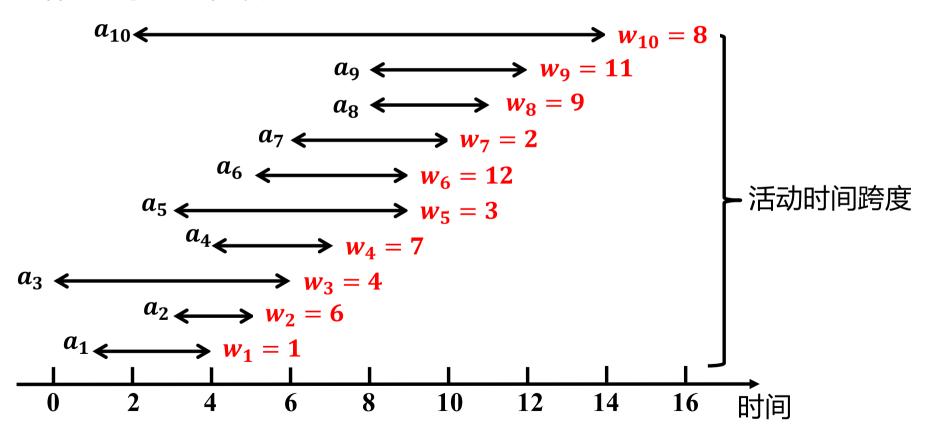
- 会场出租
  - 选择出租的活动时间不能冲突



### 问题拓展



- 会场出租
  - 选择出租的活动时间不能冲突,活动出租收益各不相同
  - 怎样选让收益总和最大?





#### **Weighted Activity Selection Problem**

#### 输入

- n个活动组成的集合 $S = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$
- 每个活动 $a_i$ 的开始时间 $s_i$ ,结束时间 $f_i$ 和权重 $w_i$

#### 输出

• 找出活动集合S的子集S', 令

$$ax \sum_{a_i \in S'} w_i$$

 $s.t. \, \forall a_i, a_j \in S', s_i \geq f_j$ 或 $s_j \geq f_i$ 

优化目标:最大化权重之和

约束条件

# 问题比较



### 带权活动选择问题

$$\max \sum_{a_i \in S'} w_i$$

权重均为1

活动选择问题

 $\max |S'|$ 



$$\max \sum_{a_i \in S'} w_i$$

权重均为1

#### 活动选择问题

 $\max |S'|$ 

$$a_3 \longleftrightarrow w_3 = 1$$
  $a_2 \longleftrightarrow w_2 = 10000$   $a_2 \longleftrightarrow w_2 = 1$   $a_1 \longleftrightarrow w_1 = 1$  时间 时间



$$\max \sum_{a_i \in S'} w_i$$

权重均为1

#### 活动选择问题

 $\max |S'|$ 

$$a_3$$
  $w_3 = 1$   $a_2$   $w_2 = 10000$   $a_2$   $w_2 = 1$   $a_3$   $w_3 = 1$   $a_2$   $w_2 = 1$   $a_3$   $w_3 = 1$   $a_4$   $w_1 = 1$  时间

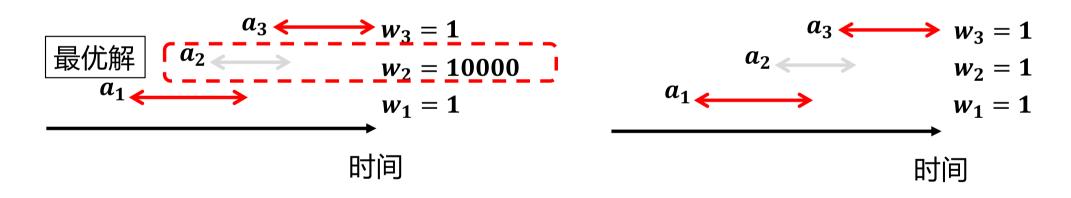


$$\max \sum_{a_i \in S'} w_i$$

权重均为1

#### 活动选择问题

 $\max |S'|$ 

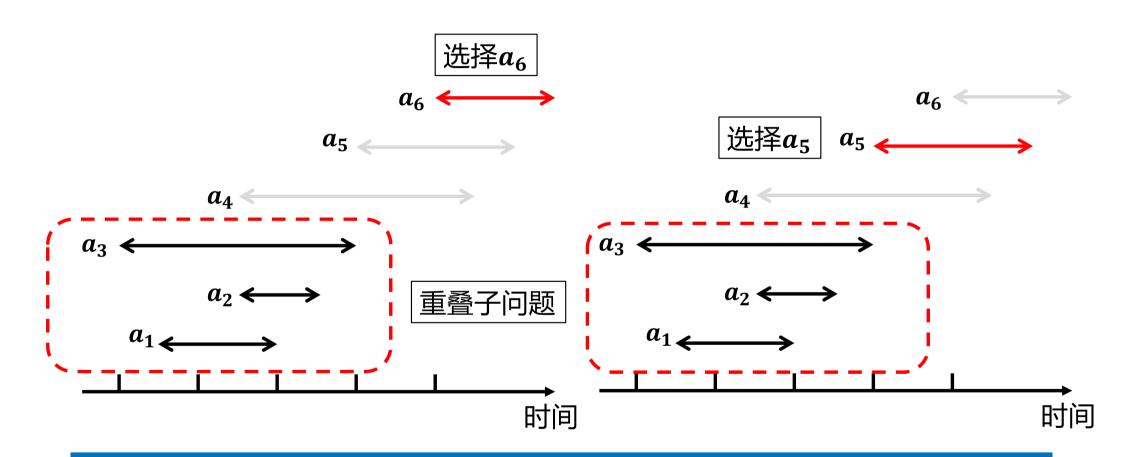


贪心策略不正确

贪心策略正确

## 从贪心策略到动态规划





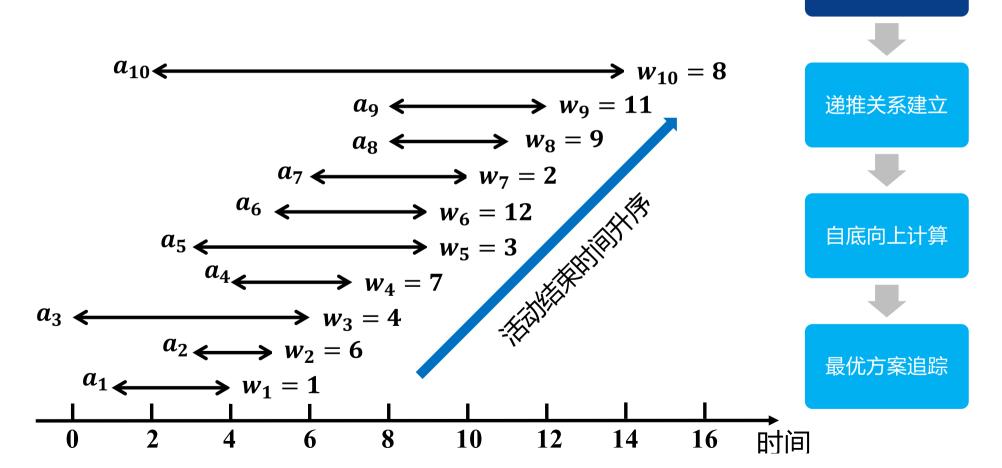
存在重叠子问题,使用动态规划求解



问题结构分析

• 预处理

• 排序:按活动结束时间升序



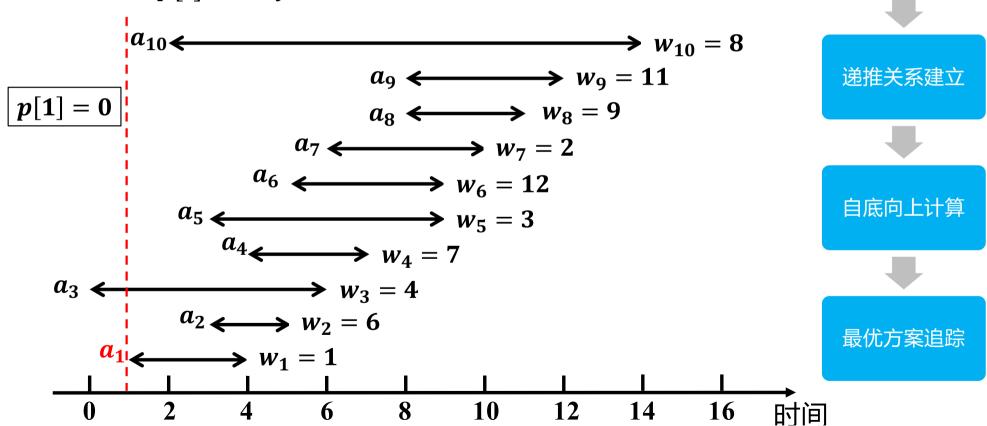


问题结构分析

#### • 预处理

• 排序:按活动结束时间升序

• 求p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动



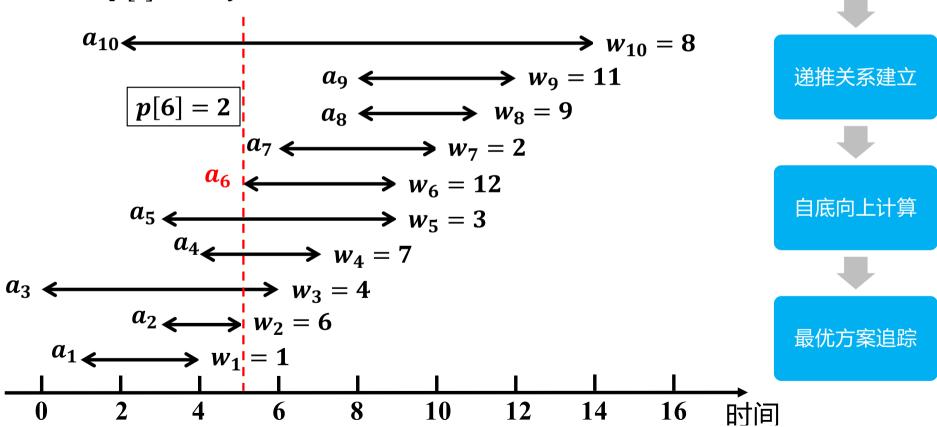


问题结构分析

#### • 预处理

• 排序:按活动结束时间升序

• 求p[i]: 在 $a_i$ 开始前最后结束的活动





• 预处理

• 排序:按活动结束时间升序

• 求p[i]: 在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

如何求解p[i]?

。 排序后使用二分查找





预处理

• 排序:按活动结束时间升序

• 求p[i]: 在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

• 给出问题表示

• D[i]: 集合 $\{a_1, a_2, a_3, ..., a_i\}$ 中不冲突活动最大权重和

• 明确原始问题

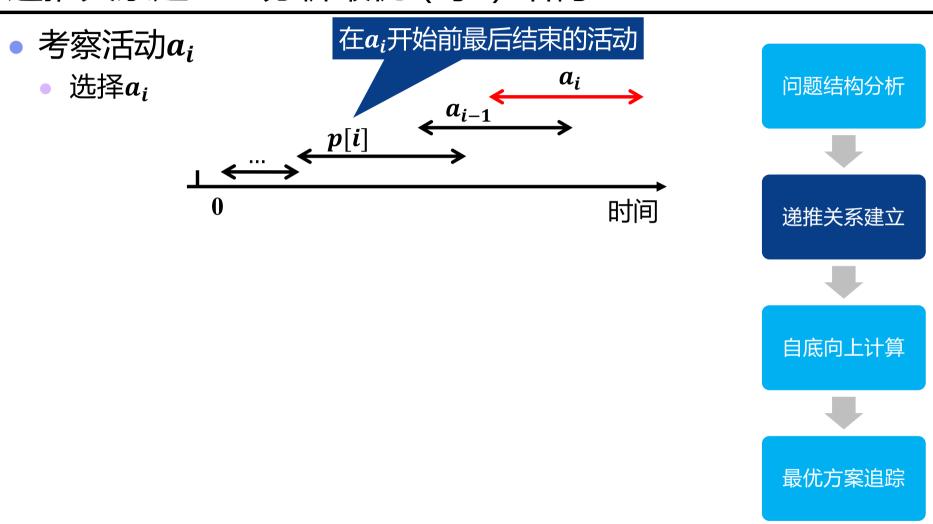
• D[n]: 集合 $\{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$ 中不冲突活动最大权重和

问题结构分析

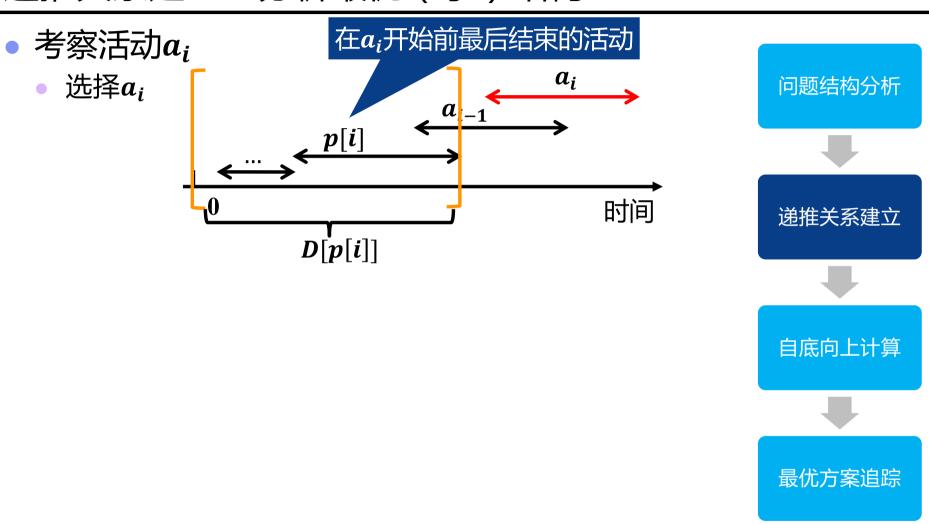
递推关系建立

自底向上计算

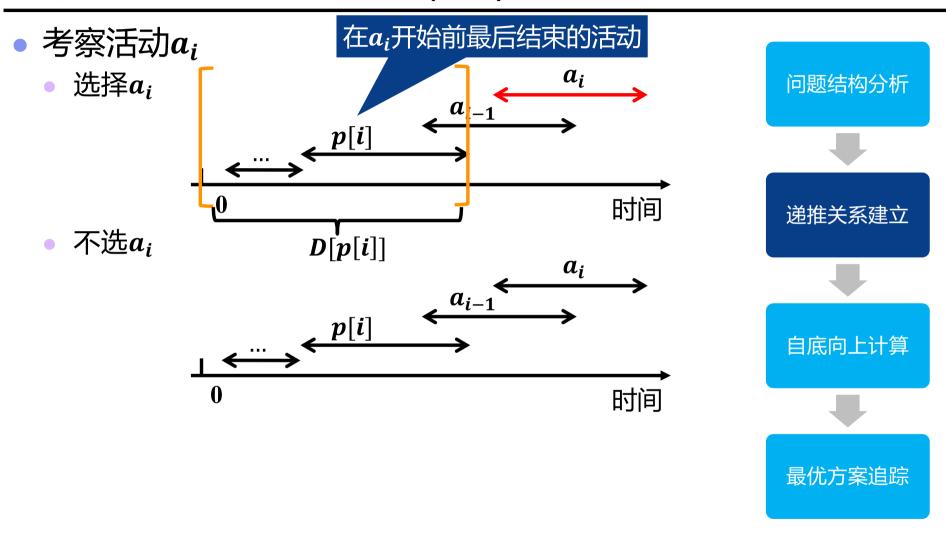




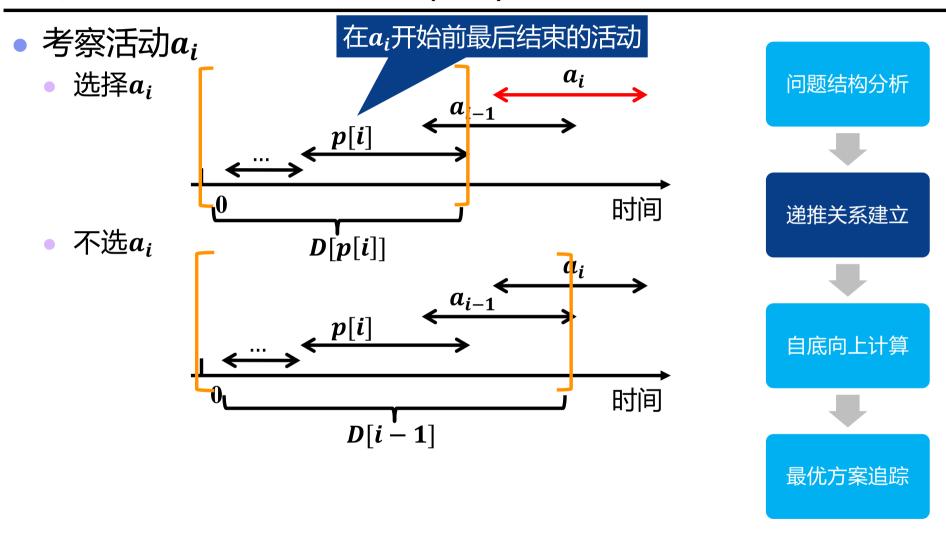












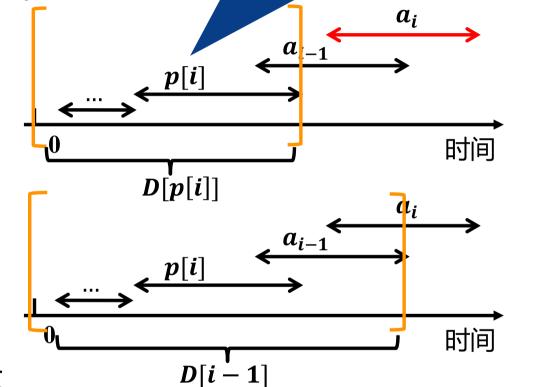
## 递推关系建立:构造递推公式





选择 $a_i$ 

下选 $a_i$ 



在ai开始前最后结束的活动

• 递推公式

• 
$$D[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$$

问题结构分析



递推关系建立

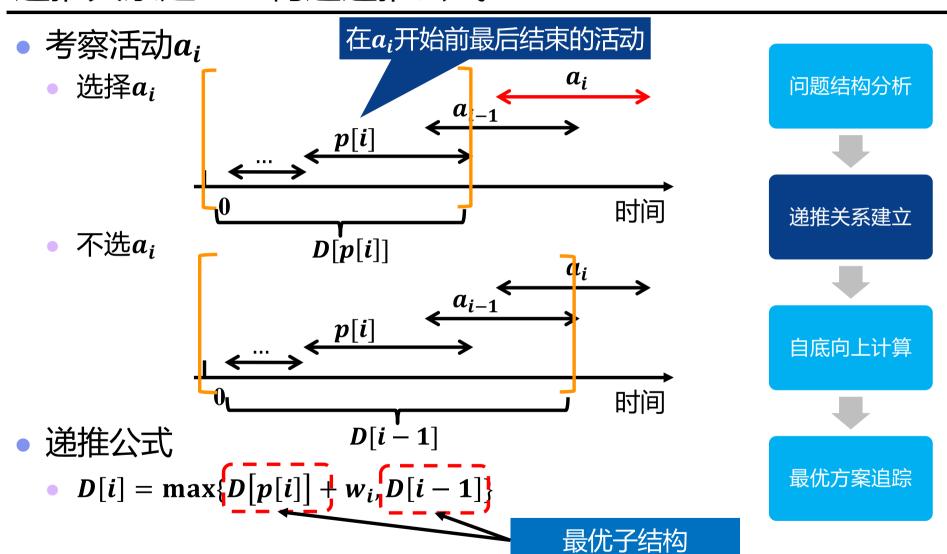


自底向上计算



## 递推关系建立:构造递推公式





## 自底向上计算:确定计算顺序



- 初始化
  - D[0] = 0:空活动集最大权重和为0



# 自底向上计算:确定计算顺序



- 初始化
  - D[0] = 0:空活动集最大权重和为0
- 递推公式

已知

•  $D[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$ 

		1	2	•••		i-1	i	•••	n
p[i]	p						p[i]		
				4					
		0	•••	p[i]	•••	i-1	i	•••	n
D[i]	D	0		D[p[i]]		D[i-1]			

问题结构分析

递推关系建立

n

 $W_i$ 

自底向上计算

# 自底向上计算:确定计算顺序



- 初始化
  - D[0] = 0:空活动集最大权重和为0
- 递推公式
  - $D[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$

		1	2	•••	i-1	i	•••	n
已知	W					$w_i$		

		1	2	•••	i-1	i	•••	n
p[i]	p					p[i]		

		0	•••	p[i]	•••	i-1	i	•••	n
D[i]	D	0		D[p[i]]		D[i-1]	D[i]		

问题结构分析

递推关系建立

自底向上计算

## 自底向上计算:依次求解问题



- 初始化
  - D[0] = 0:空活动集最大权重和为0
- 递推公式

已知

•  $D[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$ 

	1	2	•••		i-1	i	•••	n
p						p[i]		
			属向上	二计算				
	0	•••	p[i]		i-1	i	•••	n
D	0						<b></b>	•
			<i>p</i>	p       自底向」       0 p[i]	p       自底向上计算       0 p[i]	p       自底向上计算       0 p[i] i-1	p     p[i]       自底向上计算       0 p[i] i-1 i	p     p[i]       自底向上计算     i - 1 i

问题结构分析

递推关系建立

n

 $W_i$ 

自底向上计算

## 最优方案追踪



• 记录决策过程

• 
$$Rec[i] = \begin{cases} 1, & \text{选择活动}a_i \\ 0, & \text{不选活动}a_i \end{cases}$$





递推关系建立



自底向上计算



## 最优方案追踪



### • 记录决策过程

• 
$$Rec[i] = \begin{cases} 1, & \text{选择活动}a_i \\ 0, & \text{不选活动}a_i \end{cases}$$

#### • 输出最优方案

- Rec[i] = 1时,选择活动 $a_i$ ,考察子问题D[p[i]]
- Rec[i] = 0时,不选活动 $a_i$ ,考察子问题D[i-1]

<b>\</b>		/	ı <u>/_</u>	7.1	
	题	425	7/2		・ホー
		/	ľΔI	$\tau$	M
1.7	1	$ \square$		ノコ	- 17



递推关系建立



自底向上计算

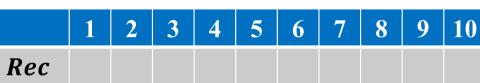


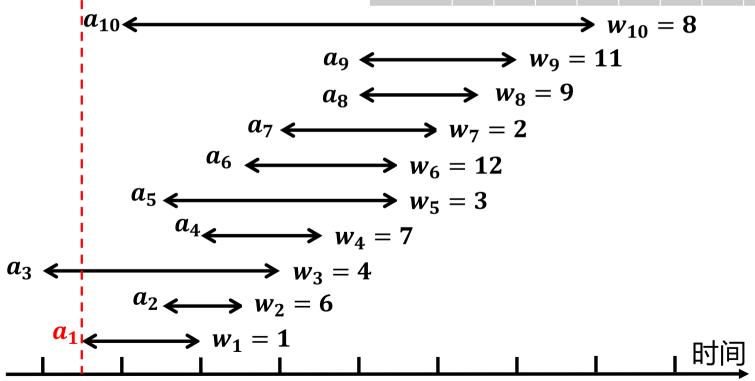
		1	2	•••	i-1	i	•••	n-1	n
改求	p					p[i]		i	
		1	•••	p[i]		i	•••	n-1	n
		1	•••	P[t]	•••		•••	111111111111111111111111111111111111111	
	Rec	1	0	0	0	1	0	1	0



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{p}$	0										D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

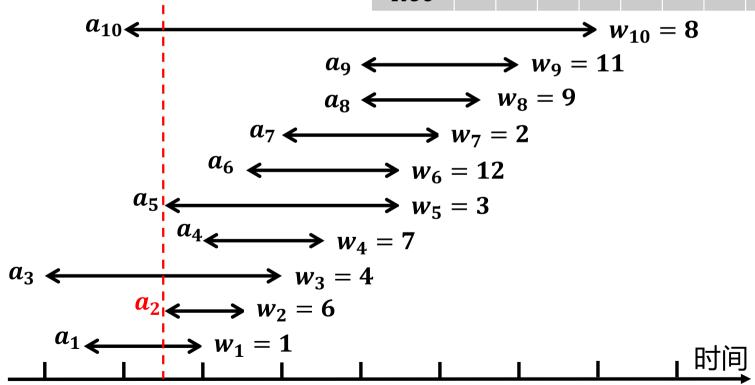






	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0									D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动



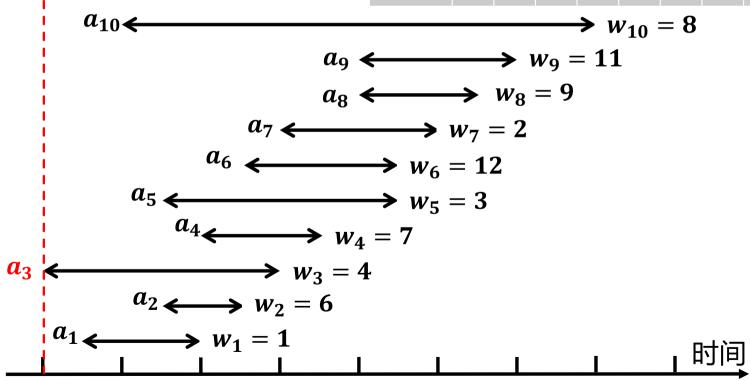


	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0								D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

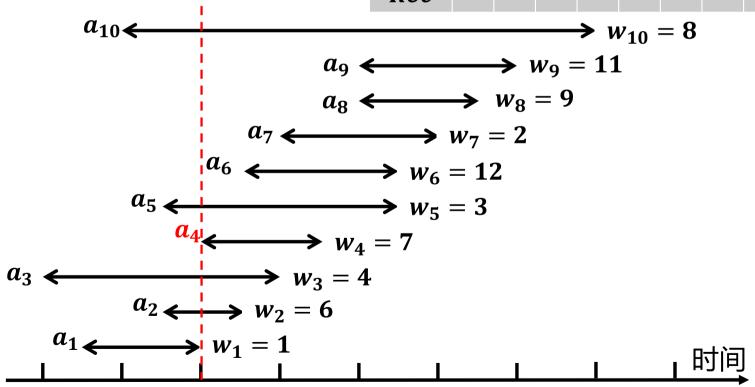
 Rec





	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0								D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动





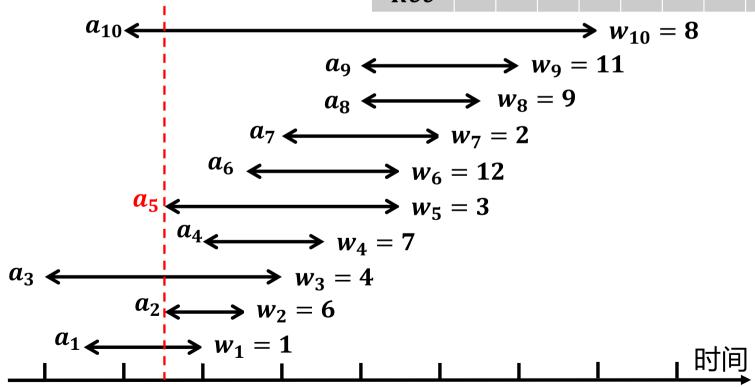
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{p}$	0	0	0	1	$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$						D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 Rec

 <t





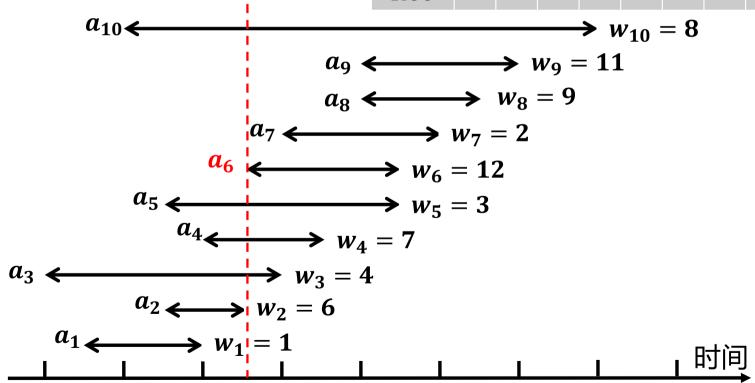
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2					D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 Rec

 <t



# 笛注京伽



时间

_ 	达	头	<i>9</i> IJ																				1057 A 10
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3					D											
p[	i]:{	$\Xi a_i$	开始	前	最后	结束	횐的	舌动						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
												R	ec										
$a_{10} \leftarrow \longrightarrow w_{10} = 8$																							
	$a_9 \longleftrightarrow w_9 = 11$																						
	$a_8 \longleftrightarrow w_8 = 9$																						
	$a_7 \longleftrightarrow w_7 = 2$																						
	$a_6 \longleftrightarrow w_6 = 12$																						
	$a_5 \longleftrightarrow b_5 = 3$																						
	$a_4 \longleftrightarrow w_4 = 7$																						
	$a_3 \longleftrightarrow w_3 = 4$ $a_2 \longleftrightarrow w_2 = 6$																						
	$a_1$																						
	$u_1 \longleftrightarrow w_1 = 1$ 时间																						



71	-14	<u> </u>	7 3																			10 10	1100
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
p	0	0	0	1	0	2	3	4			D												
$oldsymbol{p}[i$	[]: <del>[</del> ]	$\Xi a_i$	开始	前	最后	结束	的	舌动					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
											R	ec											
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	<u>,                                     </u>					<del>i -</del>					→ v	$v_{10}$	= 8					
										$a_9$	<b>←</b>			<b>→</b>	W9 =	= <b>1</b> 1	l						
										$a_8$	<b>←</b>		<b>→</b>		= 9								
								a	<sup>l</sup> 7 <b>←</b>		!	$\rightarrow$	$w_7$ :	= 2									
							a	<sup>1</sup> 6 <b>←</b>	)		<u></u>	$w_6$	= 1	2									
					(	a <sub>5</sub> ∢	<u>,                                      </u>				•	$W_5$											
						ı	<i>a</i> <sub>4</sub> ←			<b>→</b> w	$y_4 = 1$	_											
			$a_3 \blacktriangleleft$	$\leftarrow$					<b>→</b> 1	$v_3 =$	4												
					(	$a_2$	•	<b>→</b> 1	$w_2$ =	<b>= 6</b>	1												
				$a_1$	<del></del>		<b>→</b> 1	<i>w</i> <sub>1</sub> =	= 1					ı				. E	时间	]			

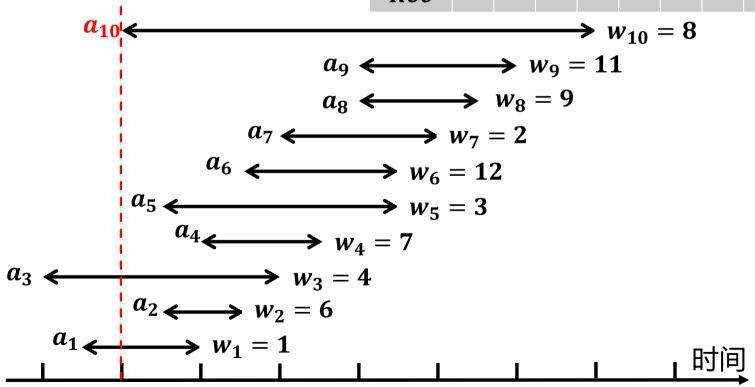


			18 44 ONT 45 8 P.							
6 7	8	9	10							
6 7	8	9	10							
<b>8</b>										
$a_9 \longleftrightarrow w_9 = 11$										
$a_8 \longleftrightarrow w_8 = 9$										
$a_5 \xrightarrow{a_4} w_5 = 3$ $a_4  w_4 = 7$										
	6 7	6 7 8	6 7 8 9							



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D											

p[i]:在 $a_i$ 开始前最后结束的活动





<del>71</del>	14		<i>/</i>																			100 ORIG
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0										
$oldsymbol{p}[oldsymbol{i}$	]:7	$\Xi a_i$	开始	前	最后	结束	三的	舌动					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									初始	北	1	Rec										
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•										<b>→</b> v	<i>v</i> <sub>10</sub>	= 8				
										$a_9$	<b>←</b>			<b>&gt;</b> 1	W9 =	<b>= 1</b> 1	Ĺ					
										$a_8$	<b>←</b>											
								a	<sup>l</sup> 7 <b>←</b>	Ū			$w_7$ :									
							a	<sup>1</sup> 6 <b>←</b>	·		$\longrightarrow$		-									
						a <sub>5</sub> ∢	<u>,                                     </u>					$W_5$										
							<i>a</i> <sub>4</sub> ←			<b>→</b> и		_										
		(	$a_3 \blacktriangleleft$	$\leftarrow$					<b>→</b> 1	$v_3 =$	4											
						$a_2$	•	<b>→</b> 1	$w_2 =$	= 6												
				$a_1$			<b>→</b> 1	w <sub>1</sub> =	<b>= 1</b>									_ F	时间	1		
		_																	רון ני <u>ו</u>	J ▶		



<del>7</del>	-/4	<u> </u>	העו																				1950	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0											
			开始											1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
D[i]	[] =	ma	<b>x</b> { <b><i>D</i></b>	p[i]	]] +	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}			R	ec											
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•											→ v	v <sub>10</sub>	= 8					
										$a_{\varsigma}$	, •	$\leftarrow$			<b>→</b> 1	W9 =	= <b>1</b> 1	L						

$$a_{10}$$
  $w_{10} = 8$ 

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$
时间



$egin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $
$p[i]$ : 在 $a_i$ 开始前最后结束的活动 $p[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$ $p[i] = \min\{D[i] + w_i, D[i] + w_i, D[i-1]\}$ $p[i] = \min\{D[i] + w_i, D[i] + w_i, D[i] + w_i, D[i] + w_i, D[i] + w_i, D[i-1]\}$ $p[i] = \min\{D[i] + w_i, D[i] + w_i, $
$D[i] = \max\{D[p[i]] + w_i, D[i-1]\}$ $a_{10} \longleftrightarrow w_{10} = 8$ $a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$ $a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$ $a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$ $a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$ $a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$
$a_{10} \longleftrightarrow w_{10} = 8$ $a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$ $a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$ $a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$ $a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$ $a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$
$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$ $a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$ $a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$ $a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$ $a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$
$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$ $a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$ $a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$ $a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$
$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$ $a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$ $a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$
$a_6 \longleftrightarrow w_6 = 12$ $a_5 \longleftrightarrow w_5 = 3$
$a_5 \longleftrightarrow w_5 = 3$
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
$a_3 \leftarrow \longrightarrow w_3 = 4$
$a_2 \longleftrightarrow w_2 = 6$ $a_1 \longleftrightarrow w_1 = 1$
$u_1 \longleftrightarrow w_1 = 1$ 时间



<del>7 1</del>	-/Д		7:5																	1953
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	$D \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$									
	[]: <del>[</del>	_									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	<i>i</i> ] =	ma	<b>x</b> { <b><i>D</i></b>	p i	]] +	$w_i$ ,	$D\lfloor i$	<b>– 1</b>	]}		Rec [									
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•					_			→ v	v <sub>10</sub>	= 8				
										$a_9$		$\rightarrow$			L					
										$a_8$	$\longleftrightarrow$	$W_8$	= 9							
							~		<sup>1</sup> 7 ←		$\longrightarrow w$	y=2	) !							
						~		6 €			$\rightarrow w_6 =$									
					(	<i>a</i> <sub>5</sub> <b>∢</b>					$\rightarrow w_5 =$	3								
			~-			,	<i>a</i> <sub>4</sub> ←				= 7									
		(	<i>a</i> <sub>3</sub> ∢	$\leftarrow$		a -				$v_3 =$	ŀ									
				a.					_	= 6										
		_	ı	<i>a</i> <sub>1</sub> ∢			→ \ 	<i>v</i> <sub>1</sub> =	= 1 		I					1	时间	<b> </b>		



<del>7 1</del>	-/ <b>ム</b> ;		7.7																				1953
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		$D_{i}$	0										
	[]:7 [i] =													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	<b>'</b> ] —	ma	A (D	_	ן 10 <b>∢</b>		<i>D</i> [t		7)			Re	<i>C</i>				<b>→</b> ν	v <sub>10</sub>	= 8				
										$a_{9}$					→ 1			L					
									<sup>l</sup> 7 <b>←</b>	$a_8$				$\overline{w}_7$	$w_8 = 2$	<b>–</b> 9							
						a <sub>5</sub> ∢		6 €	1			<b>→</b>	_		2								
					•		a <sub>4</sub> ∢			→ v	V <sub>4</sub>		•	= 3									
		(	<i>a</i> <sub>3</sub> ∢	<del></del>		$a_2$		<b>→</b> 1		w <sub>3</sub> =	4	•											
		_	ı	<i>a</i> <sub>1</sub> ∢			<b>→</b>	w <sub>1</sub> =	= 1	1	1		ı				ı		1 [	讨问	]		



<del>)</del>	+14		<u> </u>																		1963
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0									
	$\begin{bmatrix} i \end{bmatrix} : \overline{i}$										Red	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			-	_	1 10 <b>∢</b>						ne				<b>→</b> и	V <sub>10</sub> :	<b>= 8</b>				
										$a_9$	<del></del>		<b>→</b> 1		= 11						
								0		$a_8$	<del></del>	<b>→</b>		= 9							
							a	u 6 <b>€</b>	<sup>l</sup> 7 <b>←</b>			<b>&gt;</b> <i>W</i> <sub>7</sub>									
					(	a <sub>5</sub> ∢		•	•			$y_6 = 1$									
							a <sub>4</sub> ←			<b>→</b> и	$v_4 = 7$	$y_5 = 3$									
		(	$a_3 \blacktriangleleft$	<del></del>		<i>~</i>				$v_3 =$	4										
		_	I	$a_1_{\blacktriangleleft}$		u <sub>2</sub> ∢	<b>→</b> [!	$v_1$	w <sub>2</sub> = 1	= 6 1	ı	ı	L		ı		, F	时间	]		



7	14.		/ J																			182
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		$D \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$	1									
p[i]													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	] =	ma	$\mathbf{x}\{D$	p[i]	]] +	$w_i$ ,	D[i	<b>-1</b>	]}			Rec										
				a	l <sub>10</sub> ∢	•										→ v	v <sub>10</sub>	<b>8</b>				
										$a_{0}$	<b>.</b> ◀			<b>→</b> 1	Wa =	= 11						

$$a_{10} \longleftrightarrow w_{10} = 8$$

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$

$$big$$



			–																			.0 ONI
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	$D_{i}$	0	[1	16								
					最后								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	i] =	ma	<b>x</b> { <b><i>D</i></b>	p[i]	]]+	$w_i$ ,	D[i	<b>-1</b>	]}		R	ec	1	1								
				a	l <sub>10</sub> ∢	<u>.                                    </u>										<b>→</b> ν	V <sub>10</sub> :	<b>8</b>				

$$a_{10}$$
  $w_{10} = 8$ 

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

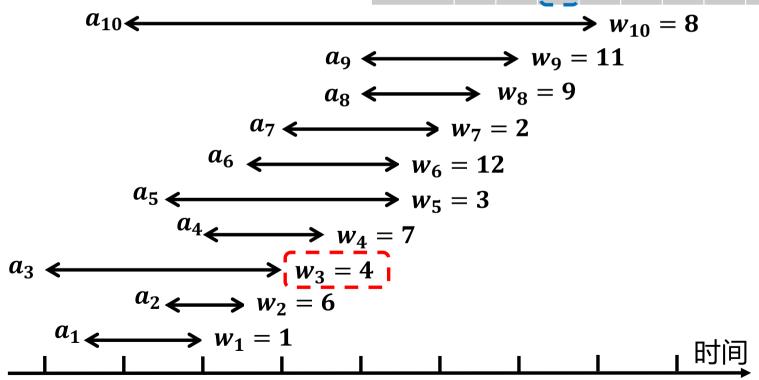
$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$

时间

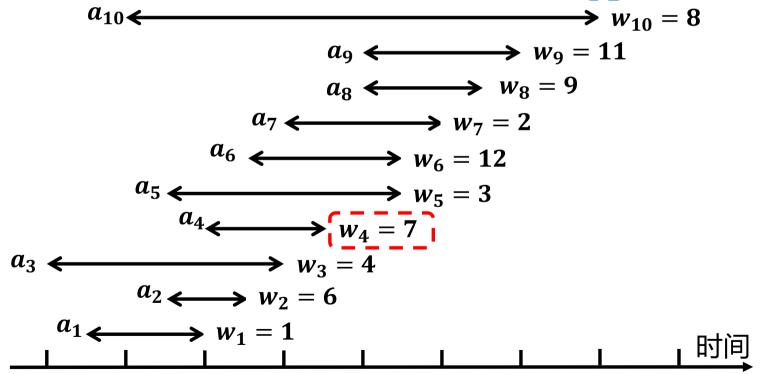


	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	I						
					最后								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	[] =	max	<b>X</b> { <b>D</b>	p[i]	]]+	$w_i$ ,	D[i]	<b>- 1</b>	]}		R	e <b>c</b>	1	1	0							



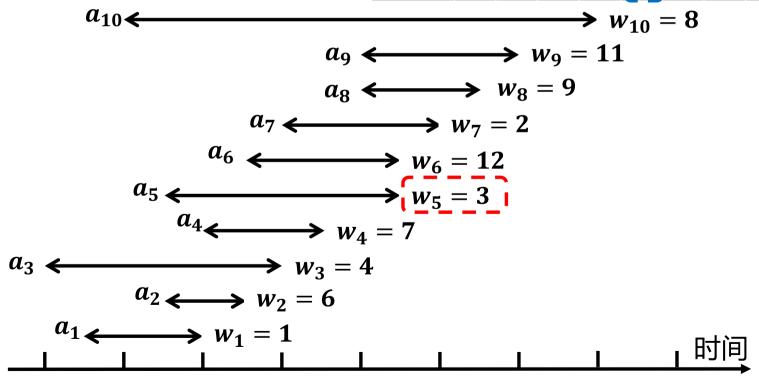


<del></del>	14	<u> </u>	<u> </u>																				100 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8						
	_		开始											1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	[] =	ma	<b>x</b> { <b>D</b>	p i	]] +	$w_i$ ,	D[i	<b>-1</b>	]}			R	ec	1	1	0	1						
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	)											→ ı	$v_{10}$	= 8				
										$a_{9}$	<b>9</b> •	<del></del>			<b>→</b>	W9 =	= 11	1					





	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1				5		7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8					
							的						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i	[] =	ma	<b>x</b> { <b><i>D</i></b>	p[i]	]]+	$w_i$ ,	D[i]	<b>- 1</b>	]}		R	e <b>c</b>	1	1	0	1	0					
				0	1404	•												0				





<del>7</del>	14	<u> </u>	/																				1000 0 100
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{p}$	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8	8	18				
	_				最后									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	i] =	ma	<b>x</b> { <b>D</b>	p[i]	]]+	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}			R	ec	1	1	0	1	0	[1				
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•											→ v	v <sub>10</sub>	= 8				
										$a_{i}$	9 ◀	<del></del>				_	= <b>1</b> 1	L					
								0		$a_{i}$	3 ◀	<del></del>			<i>w</i> <sub>8</sub>	= 9							
					(	a <sub>5</sub> €		<sup>1</sup> 6 <b>←</b>	<sup>1</sup> 7 <b>←</b>	<b>→</b> 1	<b>v</b> <sub>4</sub>	•	w <sub>6</sub> ∶ w <sub>5</sub> ∶	$w_7 = 12 = 3$									
		(	$a_3 \blacktriangleleft$	$\leftarrow$						$w_3 =$	= 4	Ļ											
				~		<i>a</i> <sub>2</sub> <b>∢</b>	•	<b>→</b> 1	$w_2 =$	= 6													
				$a_1$			<b>→</b> 1	$w_1$ =	= 1										. E	时间	]		



	7—,																					980 00	1989
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2		4		6			9	10	
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	18	8	18	18				
	]:7												1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
D[i]	<i>i</i> ] =	ma	<b>x</b> { <b>D</b>	p[i]	]]+	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}		R	ec	1	1	0	1	0	1	$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$				
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•										→ v	v <sub>10</sub>	= 8					
											_			_		44	1						

$$a_{10} \longleftrightarrow w_{10} = 8$$

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$

时间



<u> </u>	1—	<u> </u>	/																			120 08
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	118		
			开始										1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	[] =	ma	<b>x</b> { <b>D</b>	p[i]	]] +	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}		R	ec	1	1	0	1	0	1	0	0	ı	
				a	<sup>l</sup> 10 <b>≺</b>	•										→ v	$v_{10}$	= 8				
										a.	 •			_ 1	147	<b>- 1</b> 1	1					

$$a_{10}$$
  $w_{10} = 8$ 

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$

时间



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10												10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	
							的						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	[i] =	ma	$\mathbf{x}\{D$	p[i	]]+	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}		R	e <b>c</b>	1	1	0	1	0	1	0	0	1	
				_	1404																	•

$$a_{10} \longleftrightarrow w_{10} = 8$$

$$a_{9} \longleftrightarrow w_{9} = 11$$

$$a_{8} \longleftrightarrow w_{8} = 9$$

$$a_{7} \longleftrightarrow w_{7} = 2$$

$$a_{6} \longleftrightarrow w_{6} = 12$$

$$a_{5} \longleftrightarrow w_{5} = 3$$

$$a_{4} \longleftrightarrow w_{4} = 7$$

$$a_{3} \longleftrightarrow w_{2} = 6$$

$$a_{1} \longleftrightarrow w_{1} = 1$$

时间



	, —,																						343 081458
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
	[]: <del>[</del>													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D[i]	i] =	ma	<b>x</b> { <b><i>D</i></b>	<b>p</b> [i	]] +	$w_i$ ,	D[i]	<b>-1</b>	]}			R	ec	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
				O	<i>t</i> <sub>10</sub> ∢	•											•		= 8	ì			
										-	) ◀						= <b>1</b> 1	L					
								a	7 <b>←</b>	$a_{\epsilon}$	<b>} ◆</b>			$\overrightarrow{w}_7$ :	W <sub>8</sub>	= 9							
							a	6 €	-			<b>→</b>		= 1									
					(	a <sub>5</sub> ∢	•						_	=3									
						(	<i>a</i> <sub>4</sub> ←			→ v	<b>v</b> <sub>4</sub>	= 7	•										
		(	$a_3 \blacktriangleleft$	<del></del>		~				<b>v</b> <sub>3</sub> =	<b>- 4</b>	•											
				<b>a</b> 4		<i>u</i> <sub>2</sub> <b>∢</b>				= 6													
			I	$a_1$			→ เ เ	<i>w</i> <sub>1</sub> =	= 1		I				ı		ı		, 8	时间			



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
														1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
												Re	ec	1	1	0	1	0	1	0	0		0
				a	l <sub>10</sub> ∢												→ ν	V10	= 8				1
					,	-				a.		•							Ŭ	靠	批的	屛	
										u	•				<b>→</b> 1								
										$a_{\epsilon}$	} ◀			<b>→</b>	<i>w</i> <sub>8</sub>	= 9							
								a	<sup>l</sup> 7 <b>←</b>				<b>→</b>	W <sub>7</sub> :	= 2								
							a	<sup>1</sup> 6 <b>∢</b>				<b>→</b>	Wa:	= 1	2								
						a <sub>5</sub> ∢							$w_5$										
													•	<b>–</b> 3									
						·	<i>a</i> <sub>4</sub> ←			→ v	<i>v</i> <sub>4</sub>	= 7											
		(	$a_3 \blacktriangleleft$	$\leftarrow$					<b>→</b> 1	<i>w</i> <sub>3</sub> =	<b>4</b>												
					(	$a_2$	•	<b>→</b> 1	$w_2$ =	= 6													
				$a_1$	<del></del>		<b>→</b> 1	w <sub>1</sub> =	= 1											计问			
			I		I		ı	_	1		1		ı		ī		1			寸间			



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活z	边集	合S	′ = {	{}									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											Re	e <i>c</i>	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0

$$a_{10}$$
  $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{8}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{11}$ 



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活z	动集	合S	′ = {	$\{a_9\}$									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											D	oc	1	1	O	1	O	1	n	O	1 1	Λ

$$a_{10}$$
  $a_{10}$   $a_{10}$ 



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活起	边集	合S	′ =	$\{a_9\}$									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											D	or	1	1	0	1	O	1	O	n	1	Λ

$$a_{10}$$
  $a_{10}$   $a_{10}$ 



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活z	边集	合 <i>S</i> ′	′ = {	$\{a_4,$	$a_9$ }								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											Re	2 <i>C</i>	1	1	0	1 1	0	1	0	0	1	0

$$a_{10}$$
  $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{8}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{11}$ 



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0	D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活z	动集	合 $S$	′ =	$\{a_4$ ,	$a_9$ }								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											Re	ec e	1	1	0	<sup>i</sup> 1 I	0	1	0	0	1	0

$$a_{10}$$
  $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{8}$   $a_{9}$   $a_{11}$   $a_{11}$ 



时间

<del></del>	-/4		7.7																				1953
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活	动集	合S	' = -	$\{a_1,$	$a_4$ ,	$a_9$								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				-	_							R	ec	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
				a	<sup>l</sup> 10 <b>⋖</b>	<u>,                                      </u>											<b>→</b> ν	v <sub>10</sub>	= 8				
										$a_{0}$	•				<b>→</b> 1		= 11	L					
											3 ◀				<i>w</i> <sub>8</sub>	= 9							
							a		<sup>1</sup> 7 <b>←</b>					w <sub>7</sub> =									
						a		6 €						= 12	2								
						<i>a</i> <sub>5</sub> <b>∢</b>	$a_{4}$						w <sub>5</sub> :	= 3									
			n	•			~4€			→ v	-												
		•	<i>a</i> <sub>3</sub> ∢			$a_2$	,			<i>v</i> <sub>3</sub> =	= <b>4</b>	•											
				$a_1$			<b>→</b> 1			– <b>O</b>													
				. T <b>《</b>			<b>つ</b> 、'	<b>v</b> 1 -											. E	时间			



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0	0	0	1	0	2	3	4	4	0		D	0	1	6	6	8	8	18	18	18	19	19
活动集合 $S' = \{a_1, a_4, a_9\}$												1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
											Rec		1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	

$$a_{10}$$
  $a_{9}$   $w_{10} = 8$ 

$$a_{9}$$
  $w_{9} = 11$ 

$$a_{8}$$
  $w_{8} = 9$ 

$$a_{7}$$
  $w_{7} = 2$ 

$$a_{6}$$
  $w_{6} = 12$ 

$$a_{5}$$
  $w_{5} = 3$ 

$$a_{4}$$
  $w_{4} = 7$ 

$$a_{3}$$
  $w_{3} = 4$ 

$$a_{2}$$
  $w_{2} = 6$ 

$$a_{1}$$
  $w_{1} = 1$ 





```
输入: 活动集合S = \{a_1, a_2, ..., a_n\},
    每个活动a_i的起止时间s_i, f_i和权重w_i
输出: 不冲突活动的最大子集S'
//预处理
把活动按照结束时间升序排序
for i \leftarrow 1 to n do
  二分查找求解p[i]
end
//初始化
新建数组D[0..n], Rec[1..n]
                            初始化
D[0] \leftarrow 0
```





```
// 动态规划 for j \leftarrow 1 to n do  |\begin{array}{c} \text{ (if } D[p[j]] + w_j > D[j-1] \text{ then} \\ | D[j] \leftarrow D[p[j]] + w_j \\ | Rec[j] \leftarrow 1 \\ | \text{end} \\ | \text{else} \\ | D[j] \leftarrow D[j-1] \\ | Rec[j] \leftarrow 0 \\ | \text{end} \\ | \text{end}
```



```
//动态规划 for j \leftarrow 1 to n do  | \begin{array}{c} \textbf{if} \ D[p[j]] + w_j > D[j-1] \ \textbf{then} \\ | \ D[j] \leftarrow D[p[j]] + w_j \\ | \ Rec[j] \leftarrow 1 \\ | \ \textbf{end} \\ | \ C[j] \leftarrow D[j-1] \\ | \ Rec[j] \leftarrow 0 \\ | \ \textbf{end} \\ | \ \textbf{en
```



```
//输出方案
k \leftarrow n
while k > \theta do
 if Rec[k] = 1 then
                                                   选择活动a_k
  | print 选择a[k]
    k \leftarrow p[k]
   \mathbf{end}
   else
    k \leftarrow k-1
   \mathbf{end}
end
return D[n]
```



```
//输出方案
k \leftarrow n
while k > \theta do
    if Rec[k] = 1 then
     __print 选择a[k]_
    \overline{k} \leftarrow p[k]
                                                              回溯子问题
    \mathbf{e}\mathbf{n}\mathbf{d}
    else
     k \leftarrow k-1
    \mathbf{end}
end
return D[n]
```



```
//输出方案
k \leftarrow n
while k > \theta do
    if Rec[k] = 1 then
         \operatorname{print} 选择a[k]
         k \leftarrow p[k]
    \mathbf{end}
  ' else
                                                              不选活动a_k
      k \leftarrow k-1
  \mathbf{end}
\mathbf{end}
return D[n]
```

## 动态规划:复杂度分析



```
输入: 活动集合S = \{a_1, a_2, ..., a_n\},
     每个活动a_i的起止时间s_i, f_i和权重w_i
输出: 不冲突活动的最大子集S'
//预处理和初始化
把活动按照结束时间升序排序 - - - O(n \log n)
for i \leftarrow 1 to n do
                                   rac{1}{r} O(n \log n)
  二分查找求解p[i]
end
新建数组D[0..n], Rec[1..n]
D[0] \leftarrow 0
//动态规划
for j \leftarrow 1 to n do
   if D[p[j]] + w_j > D[j-1] then
      D[j] \leftarrow D[p[j]] + w_j
     Rec[j] \leftarrow 1
   end
   else
      D[j] \leftarrow D[j-1]
     Rec[j] \leftarrow 0
   \mathbf{end}
end
//输出方案
k \leftarrow n
while k > \theta do
   if Rec[k] = 1 then
      \operatorname{print} 选择a[k]
     k \leftarrow p[k]
                                        O(n)
   \mathbf{end}
   else
   k \leftarrow k-1
   end
                                                                          时间复杂度:O(n \log n)
end
return D[n]
```

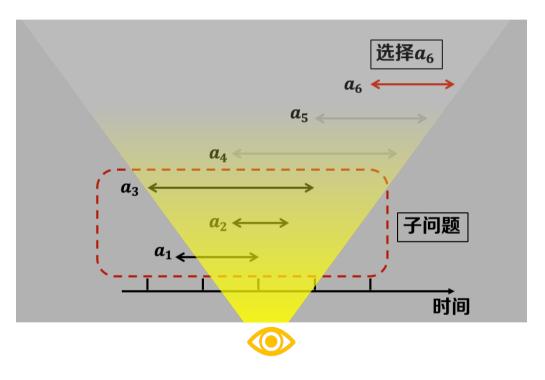
# 活动选择问题:动态规划 vs. 贪心策略

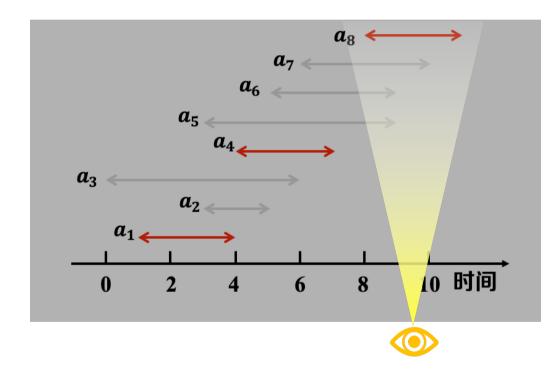


# 带权活动选择问题

权重均为1 性质更好

#### 活动选择问题





求解子问题,组合最优解

动态规划:考察全局

直接做决策,构造最优解

贪心策略:考察局部

# 算法策略总结



分而治之

动态规划

贪心策略

分解原问题

问题结构分析

提出贪心策略



递推关系建立

证明策略正确

解决子问题

合并问题解

自底向上计算

-

最优方案追踪

# 算法策略总结



