曹建钦　　20375177　　201411

P137

8. 解

$H_0: \mu=2000$　　$H_1: \mu\neq 2000$

∵ σ^2 未知，检验统计量 $t=\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

拒绝域为 $W=\{|t|\geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}$ $\Rightarrow$ $|t|\geq 2.093$

实际值 $|t|=1.4734<2.093$ 接受原假设

则认为平均使用时数为2000小时

10. 解

H_0: 无显著差异 $\mu=78.5$　　$H_1: \mu\neq 78.5$

由于 σ^2 未知，使用t检验法，检验统计量 $t=\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

拒绝域为 $|t|\geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ $\Rightarrow |t|\geq$ 2.021

实际值 $|t|=3.0323>2.021$ 拒绝原假设

则可认为有显著差异

11. 解

$H_0: \sigma^2=0.048^2$　　$H_1: \sigma^2\neq 0.048^2$

使用 χ^2 检验　$\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$

拒绝域　$\chi^2\geq\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 或 $\chi^2\leq\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

$\Rightarrow$ $\chi^2\geq 14.860$ 或 $\chi^2\leq 0.207$

实际值 $\chi^2=13.5069$

接受原假设，即没有显著变化

17.

解：设服用甲种安眠药后增加的睡眠时数 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$

服用乙种安眠药后增加的睡眠时数 $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

使用t检验法： $t = \frac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{2}{n}}}$

拒绝域 $|t| \geq t_{0.975}(18) = 2.1009$

实际值 $t = 1.8981$

接受原假设，无明显差异

21

解：设放射性物质放射的α质点数为X

检验假设 H_0：α质点数X服从Poisson分布 $P(\lambda)$

使用 χ^2 拟合检验法

$\hat{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n} k n_k = \frac{10086}{2608} = 3.8673$

$\hat{p}_k = P\{X=k, \hat{\lambda}\} = \frac{3.8673^k}{k!}e^{-3.8673}$

在时段7.5s内 $n\hat{p}_k = 2608 \times \frac{3.8673^k}{k!}e^{-3.8673}$

拒绝域 $\chi^2 \geq \chi^2_{0.95}(9) = 16.919$

实际值 $\chi^2 = \sum (f_k - n\hat{p}_k)^2 / n\hat{p}_k = 12.9139$

可以认为 H_0 成立 即服从Poisson分布 $P(\lambda)$

25.

解 $H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$ μ, σ^2 极大似然估计分别为 $\hat{\mu} = \bar{x} = 600$ $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 38276.4$

把数据分成8组：$(-\infty,300]$, $(300,400]$, $(400,500]$, $(500,600]$, $(600,700]$, $(700,800]$, $(800,900]$, $(900,+\infty)$

检验统计量 $\chi^2 = \sum_{k=1}^{8}\frac{(f_k-n\hat{p}_k)^2}{n\hat{p}_k}$ 拒绝域 $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(5) = 11.070$

实际值 $\chi^2 = 1.974 < 11.070$

接受原假设 H_0，可以认为刀片寿命服从正态分布 $N(600, 195.6436^2)$

26.

解 需要检验的假设为：H_0: $p_{ij}=p_{i\cdot}p_{\cdot j}$, $i=1,2$, $j=1,2,3$

检验统计量为：

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{\left(n_{ij}-\frac{n_{i\cdot}n_{\cdot j}}{n}\right)^2}{\frac{n_{i\cdot}n_{\cdot j}}{n}}$$

χ^2分布的自由度 $(r-1)(s-1)=2$

拒绝域 $\chi^2\geq\chi^2_{1-\alpha}(2)=5.991$

实际值 $\chi^2=1.2229<5.991$

不能拒绝假设H_0 则可以认为患慢性气管炎与吸烟量无关.

P181

1. 解：

(1) $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{a}-\hat{b}x_i)=\sum_{i=1}^{n}y_i-n\hat{a}-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}x_i=n(\bar{y}-\hat{a}-\hat{b}\bar{x})=0$

(2) $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)x_i=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)x_i=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})x_i-\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})x_i$

$=L_{xy}-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})x_i=L_{xy}-\hat{b}L_{xx}=0$

(3) $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)(\hat{y}_i-\bar{y})=\hat{b}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)(x_i-\bar{x})=\hat{b}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})y_i-\sum_{i=1}^{n}\hat{y}_i(x_i-\bar{x})\right]$

$=\hat{b}\left[L_{xy}-\hat{a}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})x_i\right]=\hat{b}(L_{xy}-L_{xy})=0$

(4) $Q=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)(y_i-\hat{y}_i)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)y_i-\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)\hat{y}_i$

$=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\hat{a}\sum_{i=1}^{n}y_i-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\hat{a}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)x_i$

$=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\hat{a}\sum_{i=1}^{n}y_i-\hat{b}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$