

1. 有多少个5位数(十进制), 每位数字都不相同, 也不为0, 且数字7和9不能相邻?

解:

五位数: ○ ○ ○ ○ ○

- 五位数, 每位数字均不相同且不为0有 $P(9, 5) = 15120$ 种情况

- 存在7和9且二者相邻:

7和9捆绑看作一个数字和其他三个数字进行全排列, 共有 $P(2, 2) \times C(7, 3) \times P(4, 4) = 1680$ 种情况

因此: 有 $(15120 - 1680 = 13440)$ 个5位数(十进制), 每位数字都不相同, 也不为0, 且数字7和9不能相邻

2. 求能除尽1400的正整数数目 (1除外), 其中包含多少个奇数?

解:

$$1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$$

∴ 奇数 × 奇数 = 奇数, 奇数 × 偶数 = 偶数

∴ 包含奇数的个数为  $1 \times 3 \times 2 - 1 = 5$

3.  $S = 1, 2, \dots, 1000$ ,  $a, b \in S$ , 使得 $ab$ 是5的倍数, 求序偶 $(a, b)$ 的数目。

解: 要使 $ab$ 是5的倍数, 则需:

$$a \times b = 5n \quad \text{其中 } n \in N^+$$

- 若 $b = 5k, k \in N^+$ , 则 $a = \frac{n}{k}$ , 可取到1到1000的任意值。这种情况下序偶 $(a, b)$ 的数目为 $1000 \times 200 = 2 \times 10^5$

- 其他情况 ( $b$ 不能被5整除):

$$a = \frac{5n}{b}, \text{ 要想使得 } a \text{ 为正整数, 则 } n = bk, k \in N^+, a = 5k$$

$$\text{这种情况下序偶}(a, b)\text{的数目为 } 200 \times (1000 - 200) = 160,000 = 1.6 \times 10^5$$

综上: 序偶 $(a, b)$ 的数目为 $3.6 \times 10^5$