



浙江工业大学
ZHEJIANG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



浙江工业大学 理学院
College of Science, Zhejiang University of Technology

数学专业导论

2021年
曹军



课程
网站

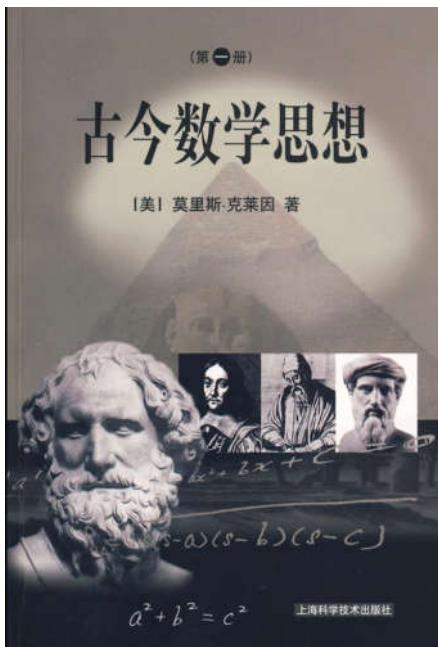
<https://caojun1860.github.io/subject2020-2021.html>

主要目的



一、数学发展简史

- 莫里斯. 克莱因 , 《古今数学思想》 , 全三册
- 丘成桐 , 《数学史大纲》 , 报告



This is a screenshot from a video conference. The main title 'Brief History of Math' is displayed prominently. Below it, the speaker's name 'Shing-Tung Yau' and affiliation 'Harvard University' are shown. The date '2020.8.4' is at the bottom. On the right side of the screen, there are two video feeds. The top feed shows a man named '56Shihao Wang'. The bottom feed shows another man named '冯惠涛' with the handle 'wangdaole'. The background of the video feeds shows bookshelves.

数学发展的四个时期



数学萌芽期
四大古文明-古希腊



古典数学习期
古希腊-17世纪



近代数学习期
17世纪-19世纪中叶

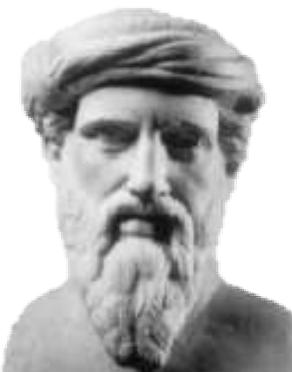


现代数学习期
19世纪-现在

古典数学期

- **数论**

毕达哥拉斯



毕达哥拉斯：数是万物之源

- **平面几何**

欧几里得



欧几里得：《几何原本》

- **代数**

花拉子密

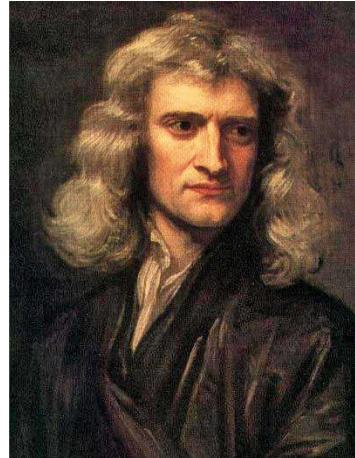


花拉子密：《代数学》

古典数学期的主要特征是，数学通过逻辑推理和证明，成为一门严格的学科。

近代数学期

- 微积分的创立



又称为无穷小分析，它使得我们可以利用极限的概念处理无穷等直觉不能想象的对象。

- 至此，基础数学的三大主要的分支：几何、代数、分析形成。

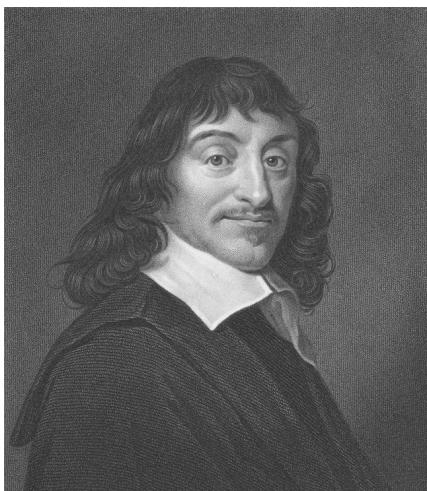


近代数学期一几何



近代数学期一解析几何

- 解析几何通过图形与解析方程的一一对应，利用方程的解析性质研究图形的几何性质。
- 解析几何和微积分的结合，又进一步形成了微分几何。



Characteristics of Common Quadric Surfaces

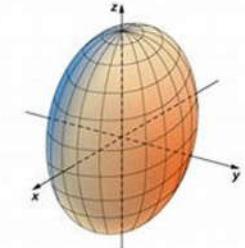
Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Traces

In plane $z = p$: an ellipse
In plane $y = q$: an ellipse
In plane $x = r$: an ellipse

If $a = b = c$, then this surface is a sphere.



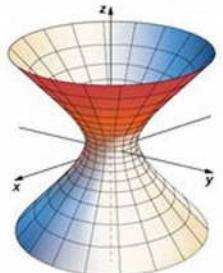
Hyperboloid of One Sheet

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Traces

In plane $z = p$: an ellipse
In plane $y = q$: a hyperbola
In plane $x = r$: a hyperbola

In the equation for this surface, two of the variables have positive coefficients and one has a negative coefficient. The axis of the surface corresponds to the variable with the negative coefficient.



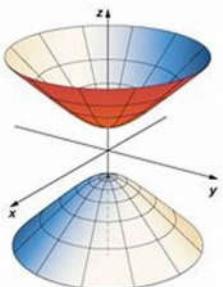
Hyperboloid of Two Sheets

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Traces

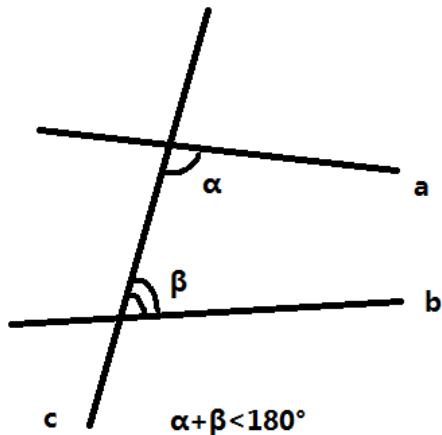
In plane $z = p$: an ellipse or the empty set (no trace)
In plane $y = q$: a hyperbola
In plane $x = r$: a hyperbola

In the equation for this surface, two of the variables have negative coefficients and one has a positive coefficient. The axis of the surface corresponds to the variable with a positive coefficient. The surface does not intersect the coordinate plane perpendicular to the axis.



近代数学期—欧氏几何

- 直线a、b被直线c所截，在截线一侧的；两个同侧内角 $\angle\alpha+\angle\beta<180^\circ$ ，那么直线a、b在向右无限延长一定会相交。



- 过已知直线外的一个已知点只能作一条直线和已知直线平行。
- “平行线理论”

近代数学期—非欧几何



罗巴切夫斯基



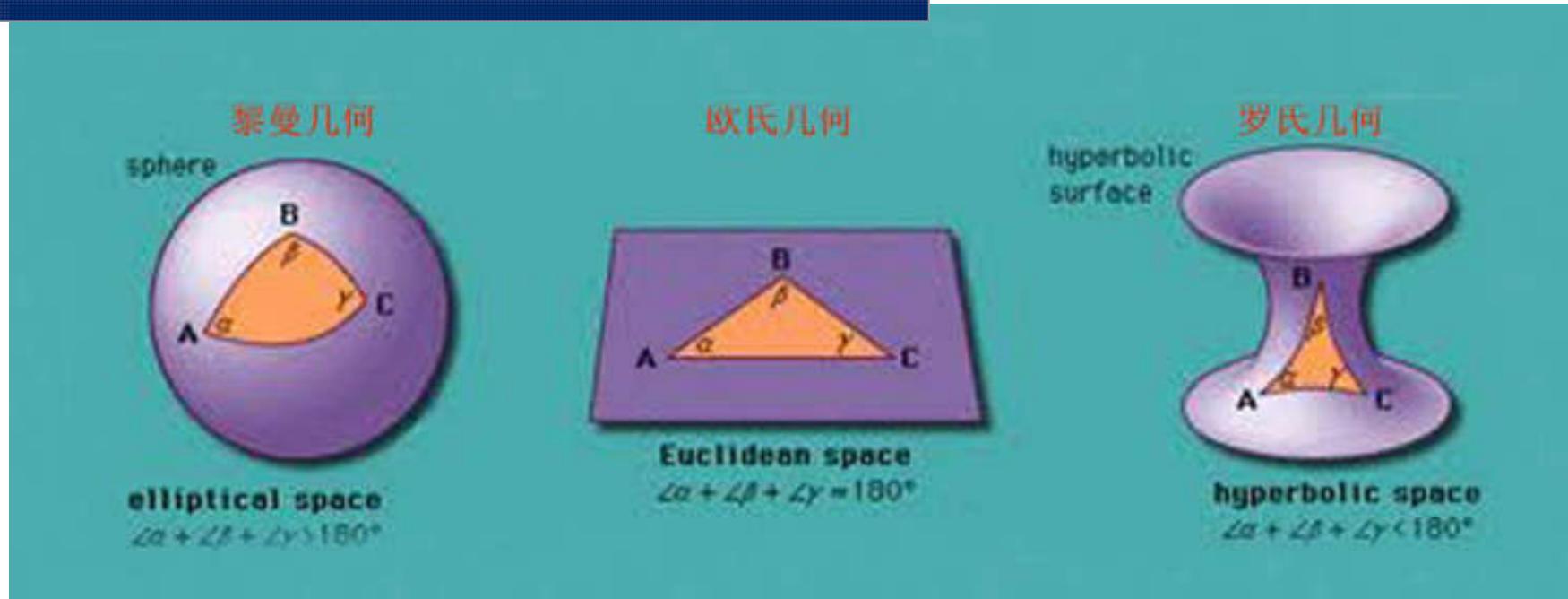
高斯



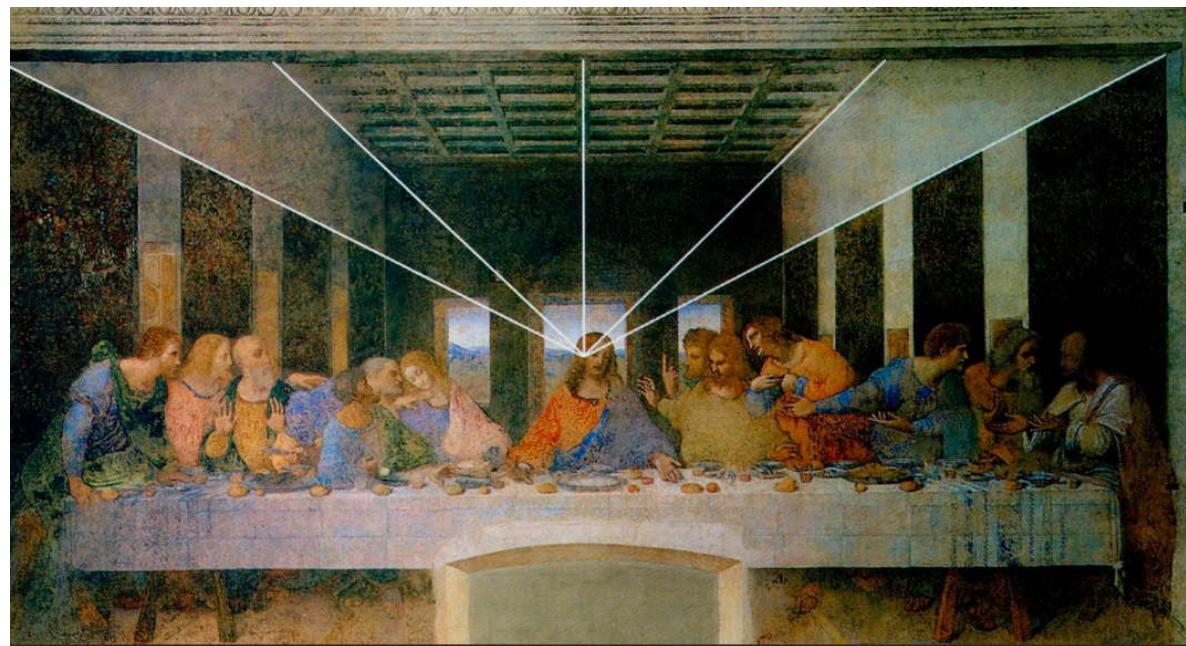
黎曼

- 欧氏几何：过已知直线外的一个已知点只能作**一条**直线和已知直线平行。
- 罗氏几何：过已知直线外的一个已知点能作**至少两条**直线和已知直线平行。
- 黎曼几何：过已知直线外的一个已知点**不能**作直线和已知直线平行。

三种非欧几何



近代数学期一射影几何

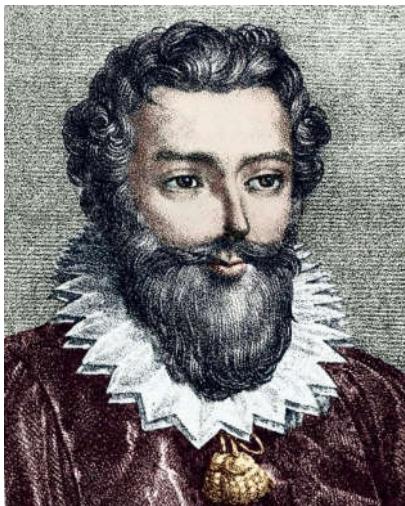


近代数学期一代数



近代数学期一方程论

- 给定一个多项式方程，求方程的解及其性质。
- 多项式的阶数越高，问题越复杂。



根与系数的关系
(韦达定理)

关于 x 的一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

的两个根是 x_1, x_2

$$\text{则 } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Fermat's Last Theorem

There are no three positive integers x, y and z for which

$$x^n + y^n = z^n$$

For any integer $n > 2$

Crystal Clear Mathematics

韦达

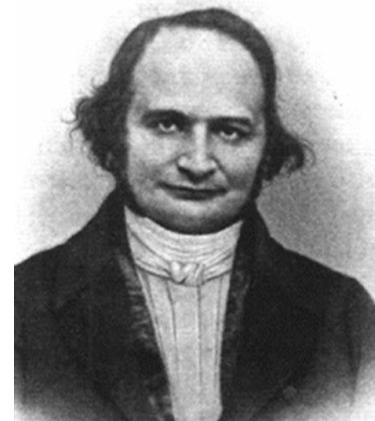
· 线性代数是一门

近代数学史话——线性代数

- 当方程变为方程组，则产生了线性代数。
- 利用向量与矩阵的几何意义，可以认为线性代数是一门研究空间及其(线性)运动的学科。



克莱默



雅可比



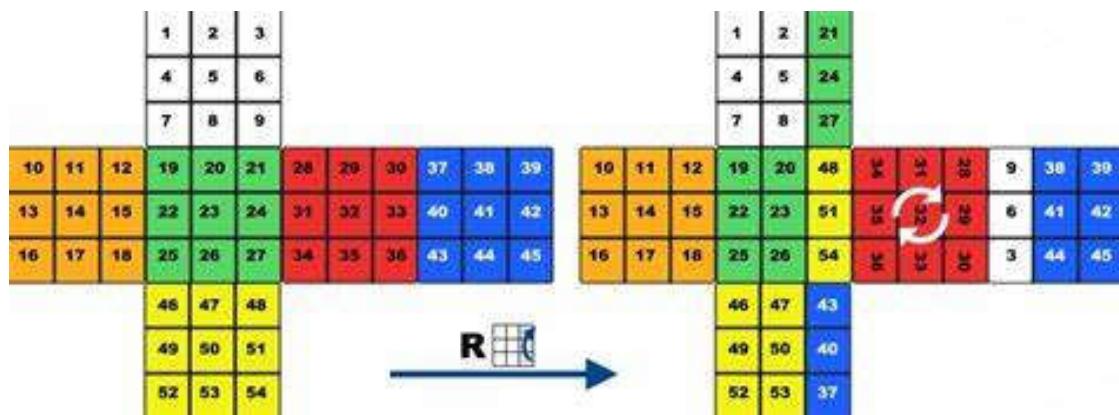
克罗列克

近代数学期—抽象代数

- 通过挖掘方程中蕴含的对称性，引入群论。



伽罗瓦



近代数学期一分析



近代数学期一第二次数学危机

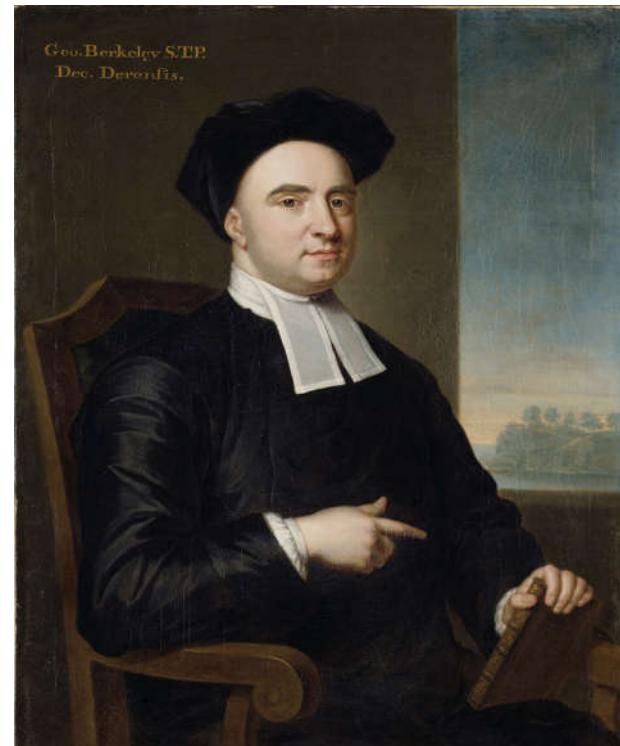
无穷小量：贝克莱悖论

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x} = f'(x_0)$$

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \text{“消失的幽灵”}$$

$$= - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x} = -f'(x_0)$$



近代数学期一分析基础的严格化

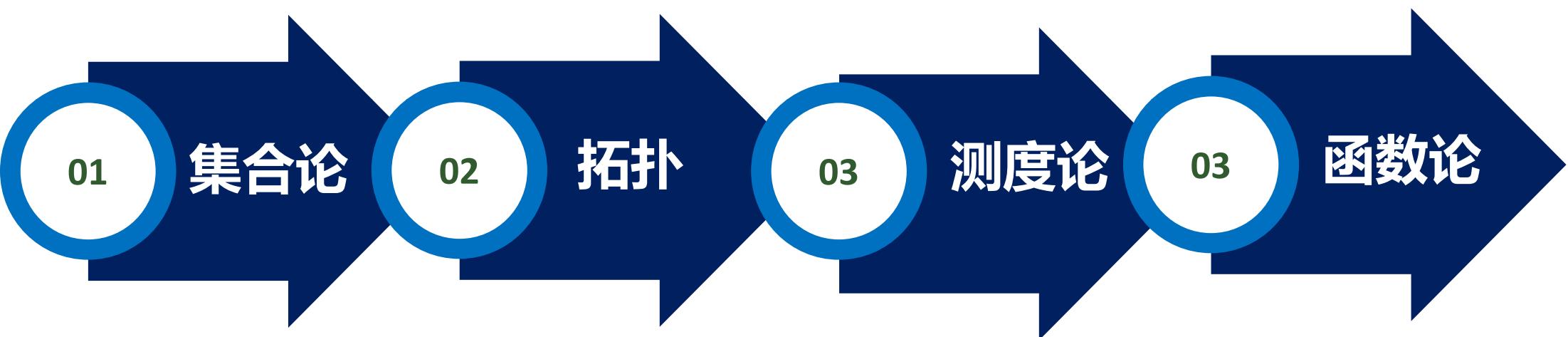


柯西(1789-1857)



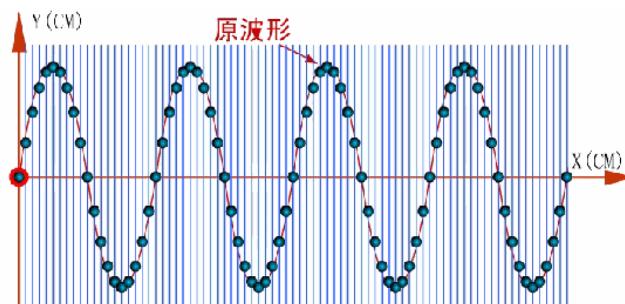
维尔斯特拉斯(1815-1897)

近代数学期一实分析与复分析

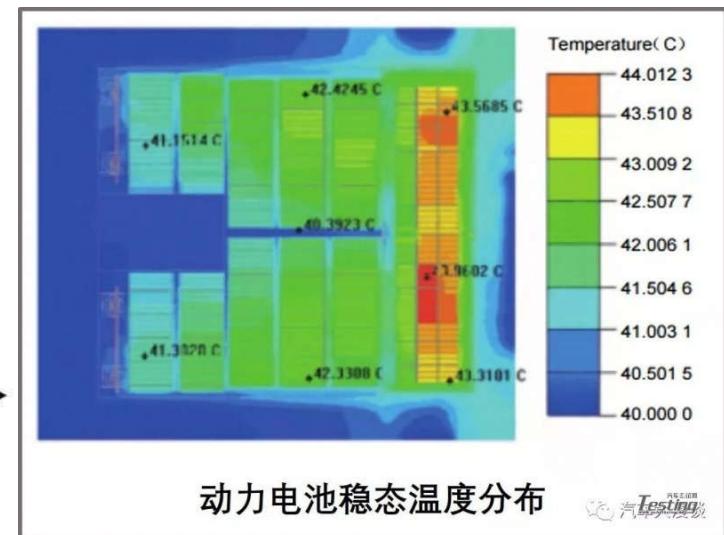
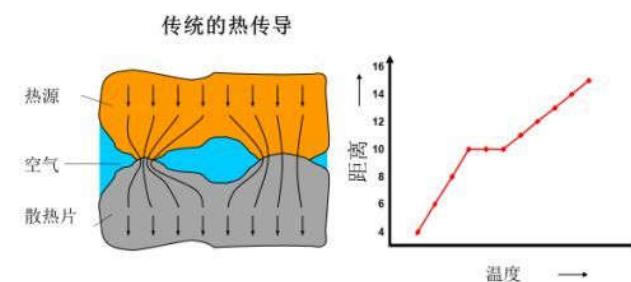


近代数学期一微分方程

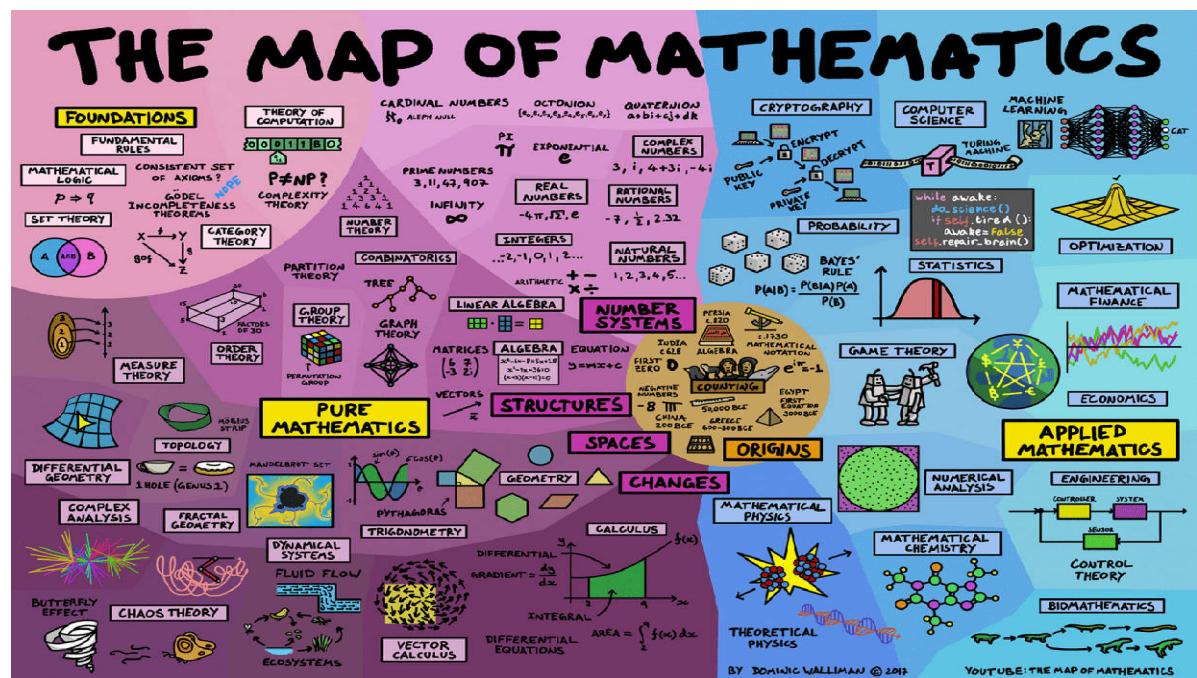
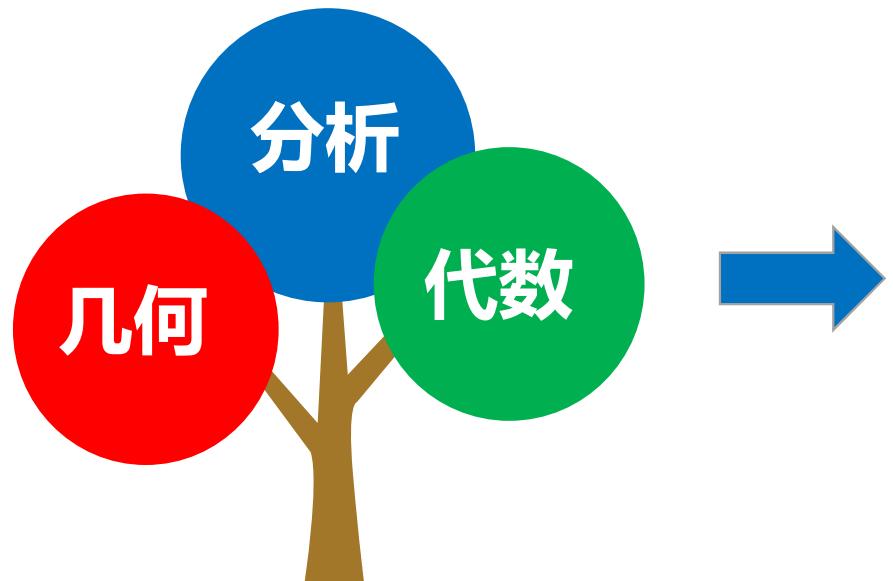
- 未知函数及其各阶导数的方程统称为微分方程。
- 物理世界的很多规律常常可以用微分方程来表示，例如波的振动现象通常可用双曲型方程表示。热的传导现象通常可用抛物型方程表示，状态的稳定分布通常可用椭圆型方程表示。



热传导

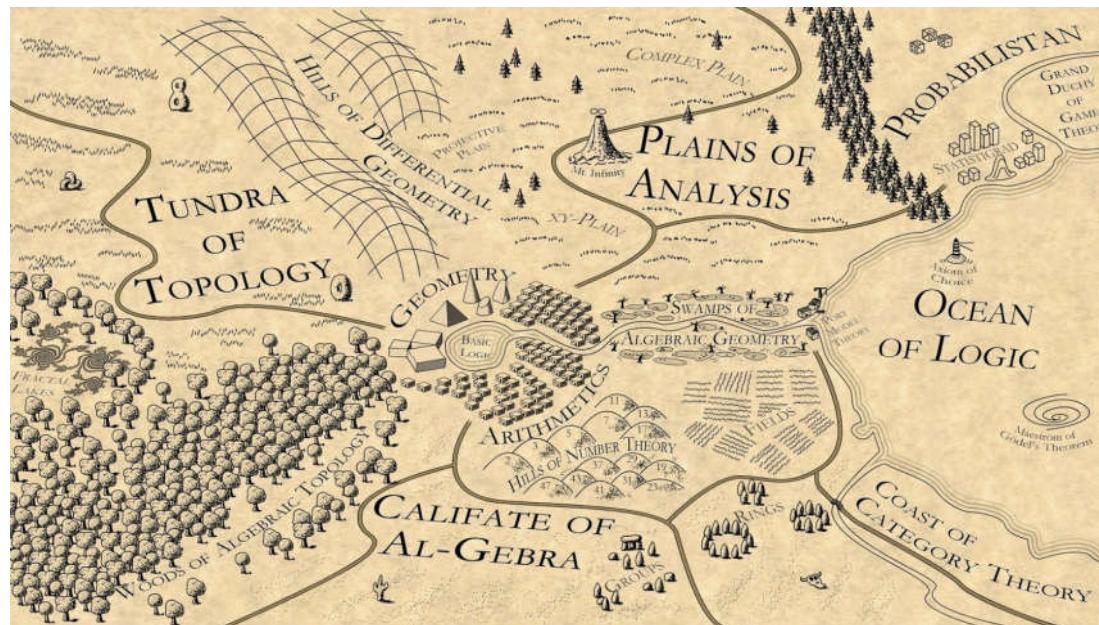


现代数学期



现代数学期---特点

- 几何、代数、分析三大分支之间的交叉融合日益明显。由此形成了众多新的分支，如解析数论、李群、代数几何、几何拓扑、随机分析等。



现代数学期---特点

- 各种数学思潮百家争鸣，例如第三次数学危机、布尔巴基学派、柯尔莫哥洛夫的概率论公理化运动，随机性想法的引入、格罗申迪克对代数几何的改革等。



哥德尔



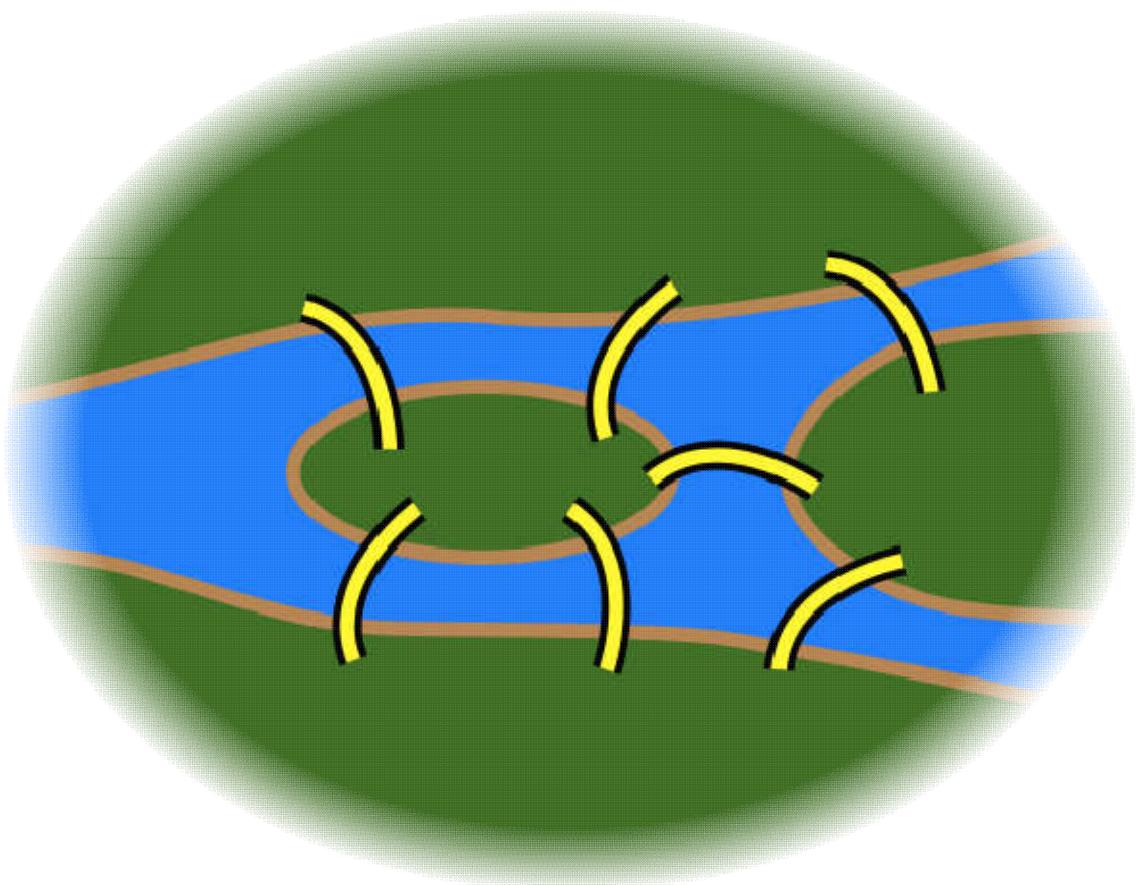
布尔巴基



随机性思想

现代数学期---特点

- 受物理学、计算机科学、金融管理学、工程学等其它学科影响，产生了一系列新的学科。如金融数学、博弈论、离散数学、分形、大数据等。



二、专业



信息与计算科学

培养目标：掌握数学、统计、数据科学和科学计算知识，具备分析问题、解决问题、组织管理、合作交流和自主学习能力，具有创新意识、社会责任感、职业道德及人文素养。

标准：能在高新技术、教育、金融、制造、服务等行业从事信息与大数据处理、科学计算与算法分析，具备研发与应用能力，或能继续攻读数学以及与数学相关的计算机、管理科学和其它高新技术学科的硕士学位。

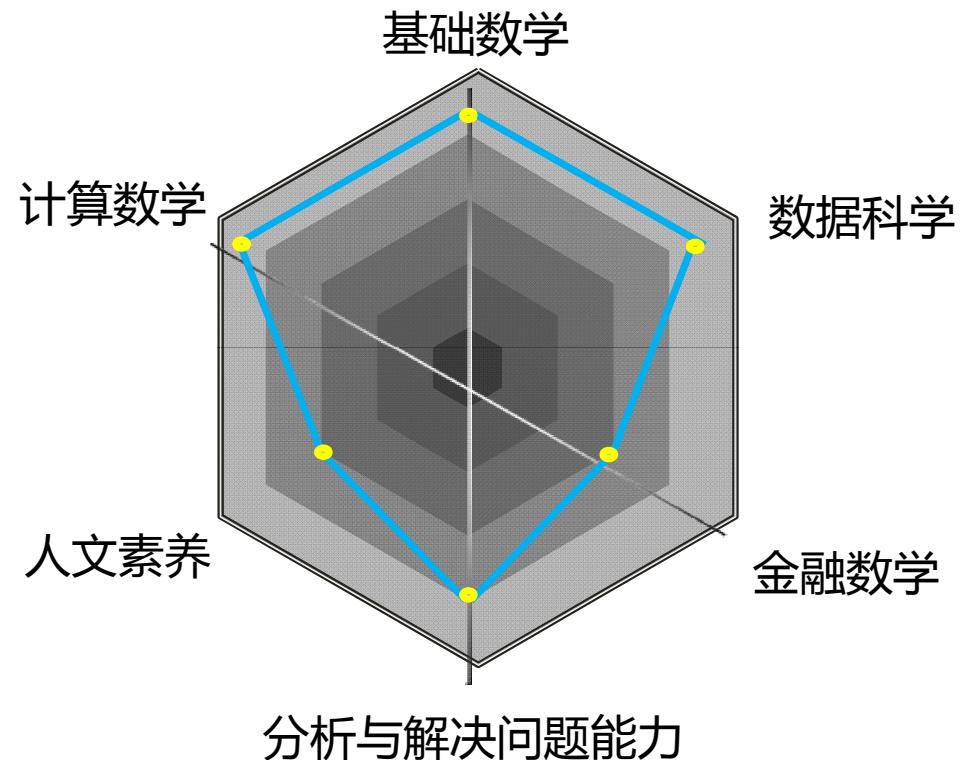
VS

数学与应用数学

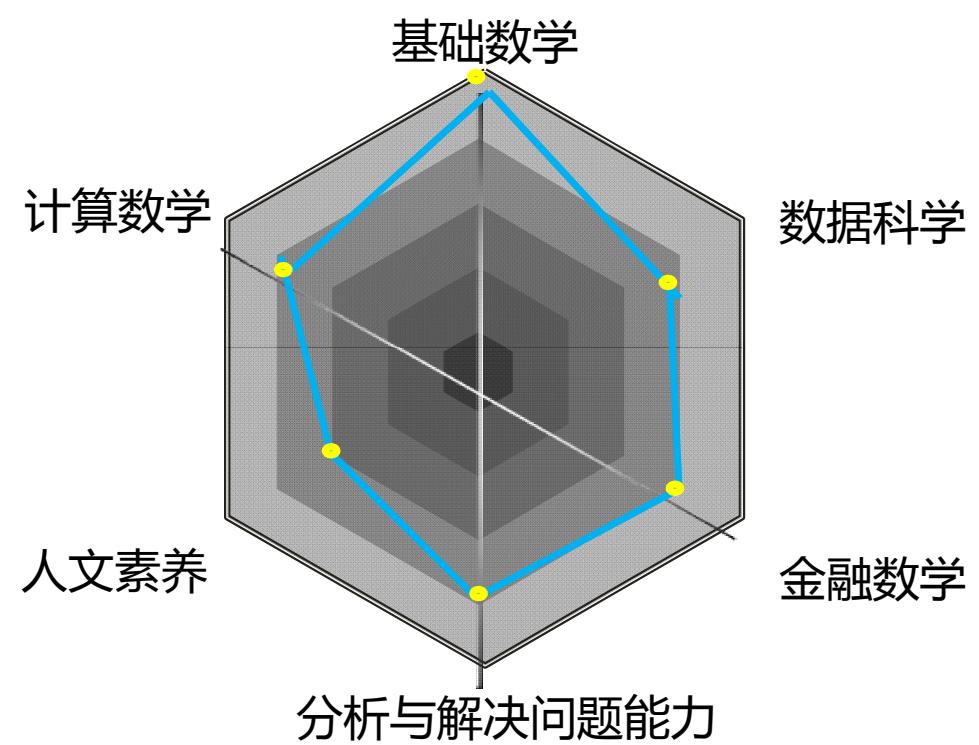
培养目标：掌握数学、计算机、数理金融知识，具备分析问题、解决问题、组织管理、合作交流和自主学习能力，具有创新意识、社会责任感、职业道德及人文素养。

标准：能在教育、科技、经济、金融和保险等部门从事研究、教学工作，或在生产企业及管理部门从事开发研究和管理工作，或能继续攻读数学以及与数学相关的计算机、管理科学和其它高新技术学科的硕士学位。

二、专业培养目标



信息与计算科学



数学与应用数学

专业现状

- 数学系共有三个本科专业与一个硕士点



数学与应用数
学



信息与计算科
学

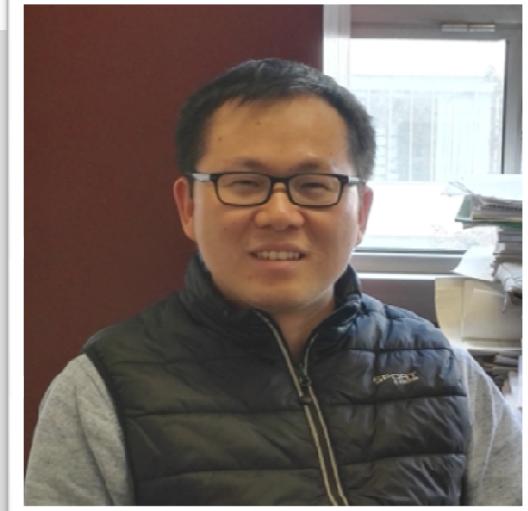


数据科学与大
数据技术



数学一级学科
硕士点

分析与几何研究团队



金永阳教授，浙江省数学会常务理事，浙江工业大学理学院应用数学系主任。浙江大学数学系博士毕业，主要研究领域为：调和分析与偏微分方程。曾获浙江省自然科学论文二等奖，浙江省科研成果奖三等奖。

顾娟如副教授，浙江大学基础数学博士毕业，曾任浙江大学数学科学研究中心助理研究员。研究方向为整体微分几何与几何分析。获世界华人数学家联盟最佳论文奖——若琳奖

程丽娟副教授，硕士生导师，北京师范大学概率论与数理统计博士，曾任卢森堡大学助理研究员，现任浙江工业大学副教授，ZMATH 评论员。主要研究领域：黎曼流形上的随机分析。

曹军副教授，硕士生导师，副教授，北京师范大学博士，德国比勒费尔德大学博士后。主要研究领域：调和分析和度量测度空间上的分析。浙江工业大学第二批“青年英才支持计划”。

数据科学研究团队



朱海燕教授, 理学院副院长, 南京大学博士毕业, 浙江大学博士后, 加州大学伯克利校区访问学者。主要研究领域: 同调代数、代数表示论。

沈守枫教授, 中国工业与应用数学会理事, 浙江工业大学数据科学研究所所长, 浙江大学博士毕业, 西北大博士后, 主要研究领域: 可积系统及其应用; 数据科学。

姜丽亚副教授, 浙江大学数学系基础数学博士研究生, 指导教师: 王斯雷教授、陈杰诚教授。主要研究领域: 调和分析。

宋军全副教授, 浙江大学基础数学专业毕业。主要研究领域: 微分方程及其应用, 数学建模及其教学。

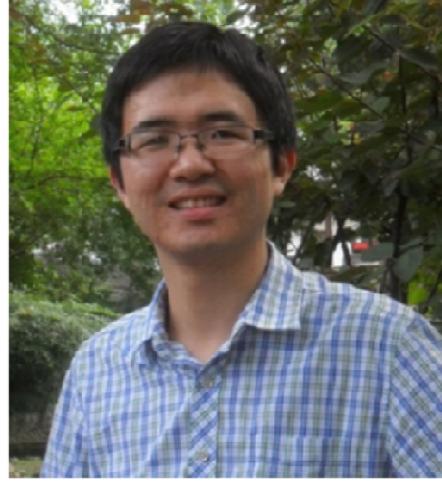
微分方程与动力系统团队



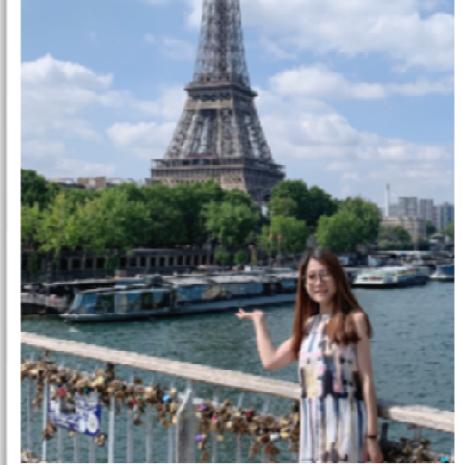
王定江教授，硕士生导师，浙江省应用数学研究会理事，中国生物数学学会理事，中国医药数学学会理事。中国科学院系统科学研究所毕业。主要研究领域：微分方程及应用、生物数学理论与应用问题研究。



赵松林副教授，硕士生导师，上海大学博士毕业，加拿大Brock大学联合培养，主要研究领域：可积系统及其应用

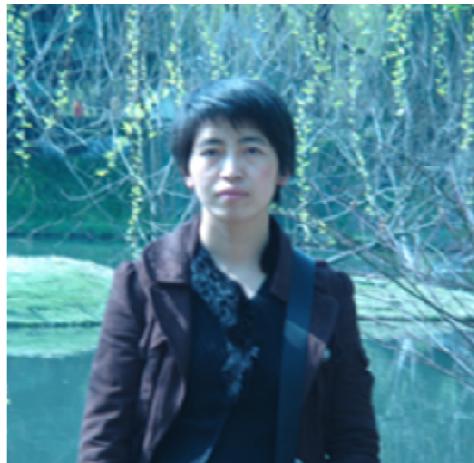


夏志南副教授，硕士生导师。美国数学会评论员，加拿大阿尔伯塔大学，日本京都大学访问学者。主要从事微分方程理论及其应用的研究，主要研究领域：1. 测度泛函微分方程的理论及其应用；2. 生物数学（种群生态学，传染病动力学）



李晓菲校聘副教授。韩国仁荷大学博士、博士后研究员，南方科技大学博士后香港浸会大学访问学者。主要研究领域：偏微分方程，数学物理方程，反问题与成像。

优化控制团队



张冬梅教授，入选浙江省“新世纪151人才工程”第三层次，“浙江省高等学校优秀青年教师资助计划”。浙江省“青年学术带头人”。2016年荣获校级“教学成果奖一等奖”。研究领域：传感器网络系统信息融合、网络化系统分析与控制。



徐利光副教授，硕士生导师，四川大学博士毕业，新加坡国立大学博士后。主要研究方向为随机、脉冲泛函微分方程与分数阶微分系统的定性与稳定性分析。



周晶，清华大学博士毕业，美国北卡罗来纳州立大学访问学者，洛桑联邦理工大学博士后。研究方向：最优化理论与算法



颜于清副教授，中山大学博士毕业，主要研究领域：数学控制论

金融数学与应用统计



王理同副教授，重庆大学毕业，主要研究领域：高维数据假设检验，金融数学，金融数据分析。



丁盈副教授，华东师范大学博士毕业。主要研究领域：概率极限理论和随机序关系。

可视化计算研究团队



寿华好教授，浙江大学博士、美国密歇根大学迪尔伯恩分校博士后、浙江工业大学理学院可视计算(Visual Computing)团队负责人、已发表学术论文70余篇，专著1本，是21个国际和国内学术杂志的审稿员。主要研究方向为计算机辅助几何设计和计算机图形学。



陆成刚，浙江大学博士毕业，入选浙江省首批青年科学家培养计划、获得绍兴科技奖二等奖（排名第一）、浙江省发明协会优秀发明人才奖。授权国家发明专利17项（其中16项为第一发明人）；累计主持纵横向科研项目经费达1400余万。于威盛、华为、智多微等国际著名企业任职。主要研究领域：软件、通信、安全等信息技术，应用数学。

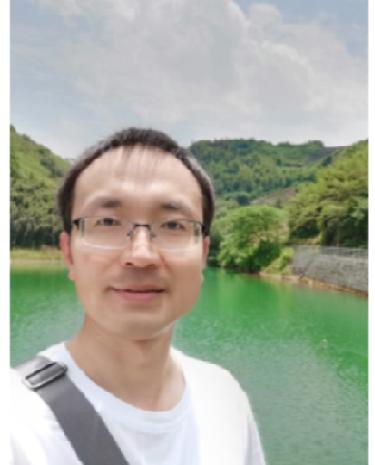
基础数学教学团队



张隽教授，浙江大学博士毕业，北京应用物理与计算数学研究所博士后。入选浙江省“新世纪人才工程”第三层次，浙江工业大学青年学术骨干，学术带头人培养计划。主要研究方向为可积系统与孤立子理论，非线性发展方程。



李素兰副教授，浙江大学数学系毕业，荣获2005年浙江工业大学优秀共产党员，获得浙江工业大学教学成果一等奖。主要研究领域：应用统计、综合评价及统一软件。



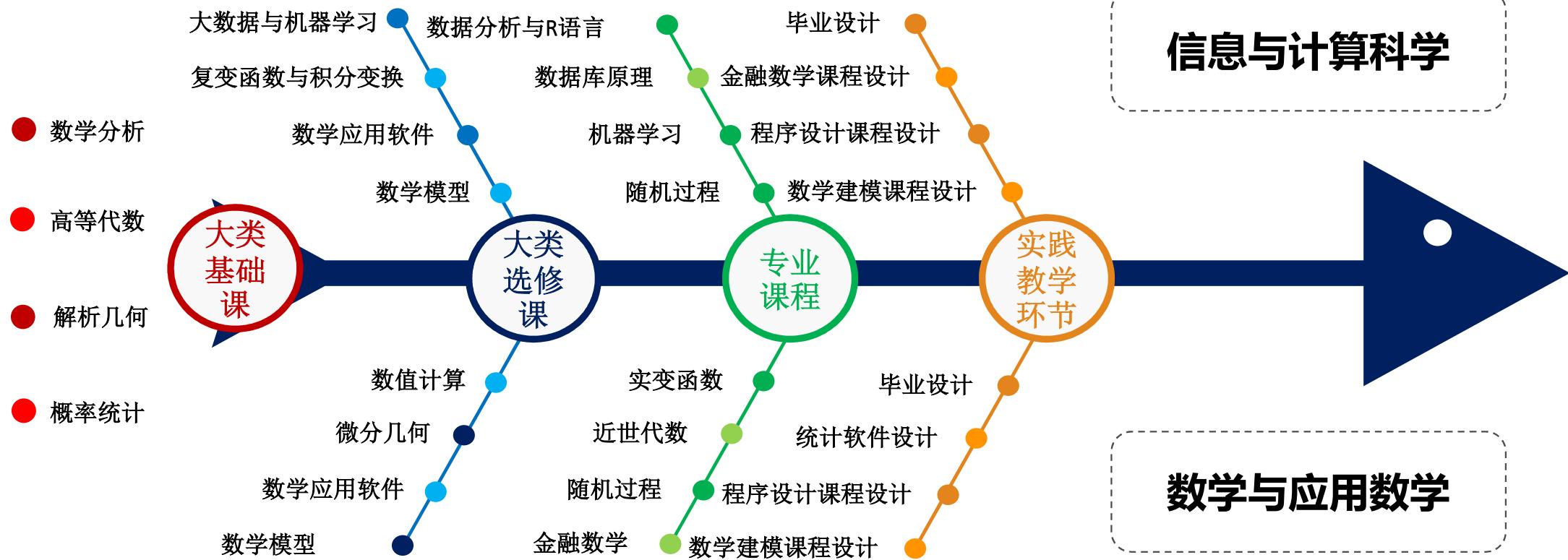
丁晓东，中国科学院数学与系统科学研究院，获理学博士学位(师从袁亚湘院士)，获浙江工业大学青年教师教学技能比赛优秀奖、理学院优秀教师称号。主要研究领域：最优化理论与算法。



刘震副教授，中科院理论物理所博士，浙江大学数学中心博士后，哈佛大学数学系博士后。主要研究兴趣：量化金融、图形\图像处理。

分析与几何团队	数据科学研究团队	微分方程与动力系统团队	优化控制团队	可视化计算团队	金融数学与应用统计
调和分析	数据科学	微分方程	无线传感器网络	计算机辅助几何设计	金融数学
微分几何	可积系统	生物数学	最优化理论	计算机图形学	高维数据假设检验
偏微分方程	同调代数	非线性分析	数值线性代数	模式识别	概率极限理论
随机分析	数值计算基础	数学物理方法	随机脉冲泛函微分方程	通信安全	随机序关系

三、课程



课程要求

专业	数学与应用数学	信息与计算科学
学分要求	164学分	164学分
核心课程	数学分析、线性代数、高等代数、空间解析几何、概率论与数理统计、常微分方程、复变函数与积分变换、随机过程、数值计算、运筹学、 实变函数、近世代数、数据分析与R语言、时间序列分析、金融统计、金融市场分析等。	数学分析、线性代数、高等代数、空间解析几何、概率论与数理统计、常微分方程、复变函数与积分变换、随机过程、数值分析、运筹学、 数学应用软件、程序设计基础C、数据结构、数据分析与R语言、算法分析与设计、数学模型等。

大类必修课

(三) 大类基础课程 60.5 学分

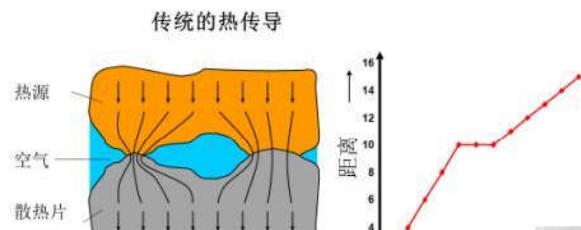
1. 大类必修课程 最低要求 43.5 学分

课程编码	课程名称	学分	总学时	周学时	开设学期	考核方式	辅修课程
G210007	数学分析 I	5.0	80	5.0	—1	考试	
G210177	高等代数 I	3.0	48	3.0	—1	考试	
G210024	大学物理 A I	3.0	48	3.0	—2	考试	
G210006	数学分析 II	6.0	96	6.0	—2	考试	✓
G210166	Python基础	4.0	64	4.0	—2	考试	
G210102	空间解析几何	2.0	32	2.0	—2	考试	✓
G210178	高等代数 II	3.0	48	3.0	—2	考试	✓
G410015	大学物理实验 A	1.5	48	3.0	二1	考查	
G210023	大学物理 A II	4.0	64	4.0	二1	考试	
G210152	常微分方程	4.0	64	4.0	二1	考试	✓
G210005	数学分析 III	3.0	48	3.0	二1	考试	✓
G210018	概率论与数理统计	5.0	80	5.0	二2	考试	✓

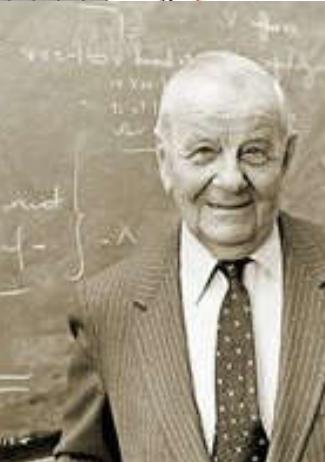
四、调和分析学科介绍

调和分析，又名Fourier分析，它起源于18时期初期法国数学家J. Fourier对于热传导问题的研究。

热传导



Hardy



Zygmund



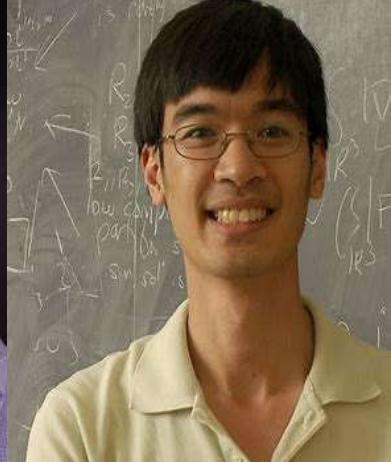
Calderon



Stein



Fefferman



陶哲轩

四、调和分析学科介绍

- 热传导的稳定状态可以用如下的**热方程**表示。

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) + \Delta_x u(x, t) = 0$$

- 为了解Laplace方程，Fourier首先引入**Fourier变换**。

$$\hat{u}(\xi, t) = \int_{\mathbb{R}^n} u(x, t) e^{-ix \cdot \xi} dx$$

由此将热方程，化简为如下常微分方程。

$$\frac{d}{dt} \hat{u}(\xi, t) + |\xi|^2 \hat{u}(\xi, t) = 0$$

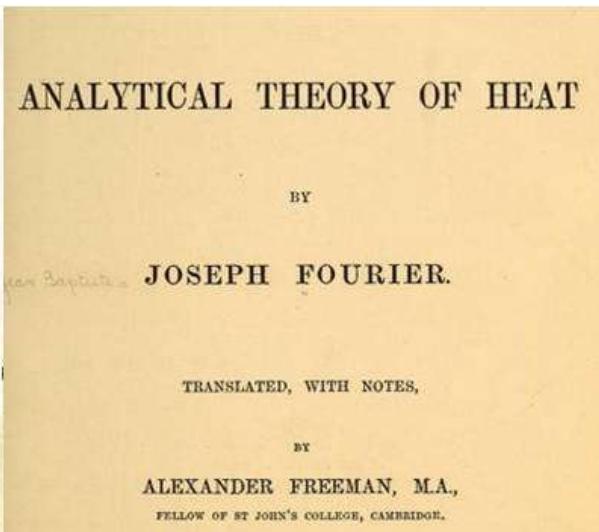
- 最终热方程的解，可用如下**Fourier级数(三角级数)**表示。

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_n(t) e^{ikx} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_n(t) (\cos(kx) + i \sin(kx))$$



problem is now to integrate
imply

$$\frac{dv}{dt} = k \frac{d^2v}{dx^2} - hv,$$



四、调和分析学科介绍

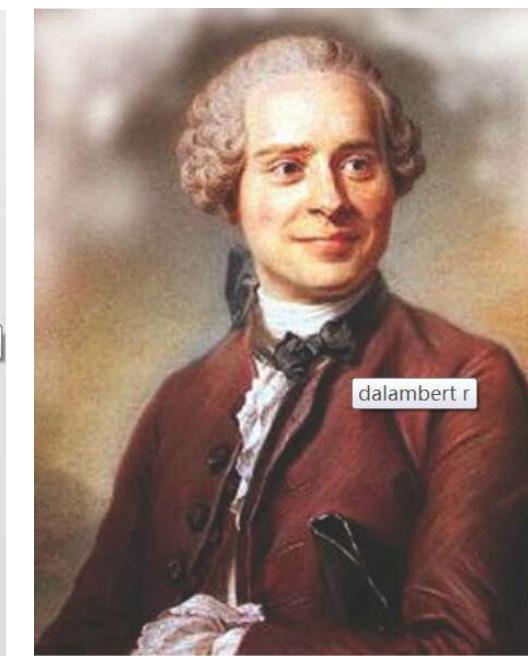
- Fourier级数在求解热方程等问题中的便利性，使得18世纪许多伟大的数学家都在使用它求解数学中的各种问题。如考虑弦振动的数学模型。



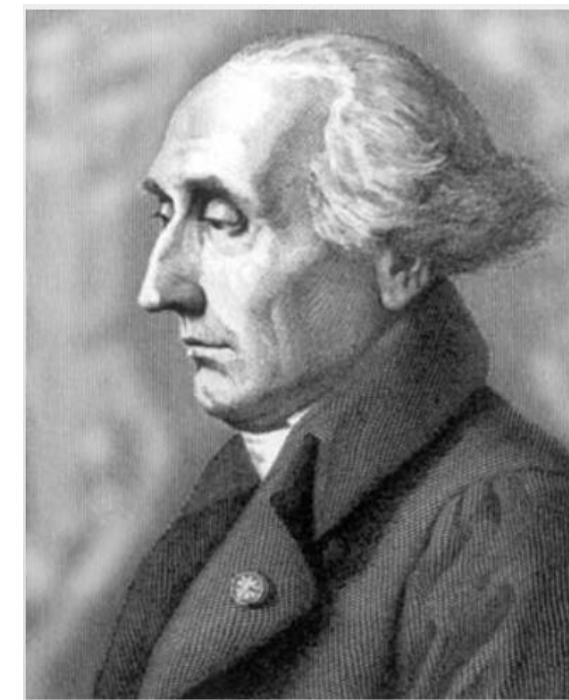
伯努利



欧拉



达朗贝尔



拉格朗日

四、调和分析学科介绍

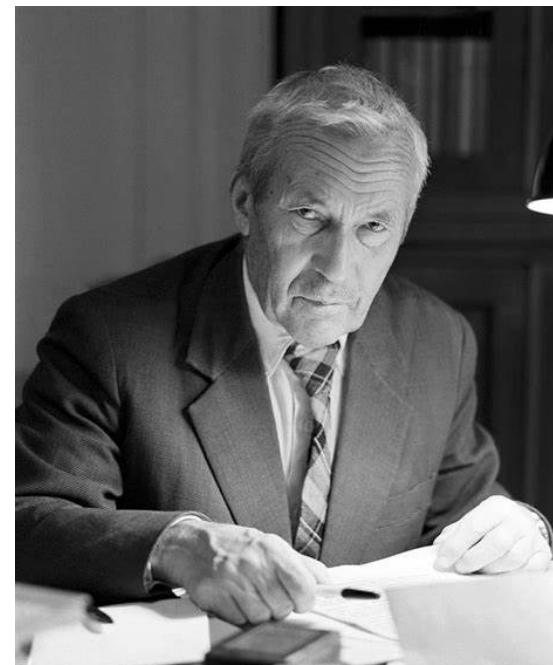
- 当Fourier级数应用的越来越广泛，从19世纪开始，特别是法国数学家Lebesgue创立了严格的**Lebesgue积分理论**后，数学家开始关心与Fourier级数相关的一些**严格性命题**。例如，任意给定一个函数，其Fourier级数是否一定收敛，或者按照何种方式收敛。



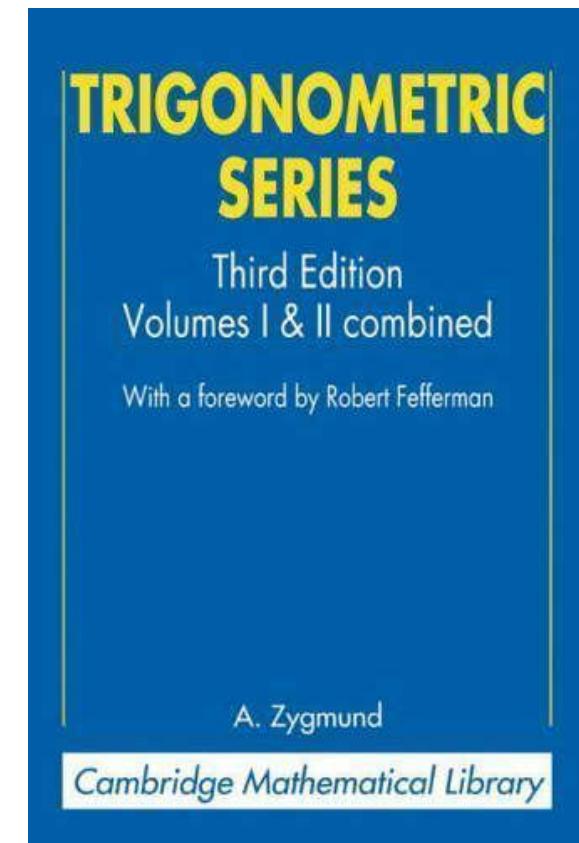
Lebesgue



黎曼



Kolmogorov



四、调和分析学科介绍

· 随着Fourier级数理论系统的建立，自20世纪以来，调和分析开始考虑将底空间从圆环或者一维空间高维化，至此拉开了现代调和分析理论。产生了包括Calderon-Zygmund理论，等现代调和分析的核心理论，诞生了以芝加哥学派、普林斯顿学派、圣路易斯学派等为代表的众多学术流派。

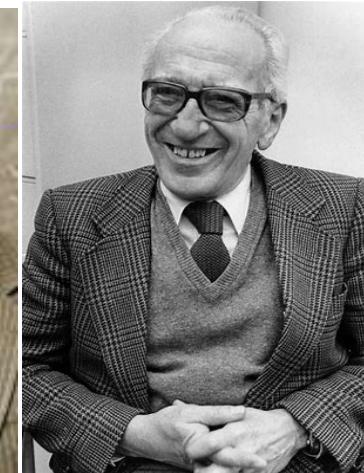
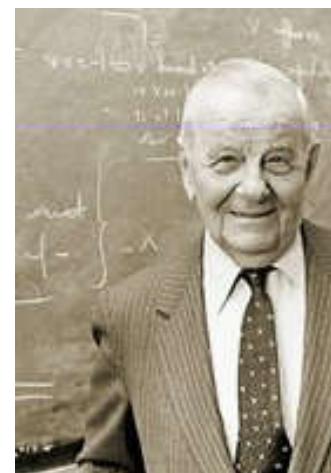
Home
Search
Extrema
About MGP
Links
FAQs
Posters
Submit Data
Contact
Donate

A service of the NDSU Department of Mathematics, in association with the American Mathematical Society.

Home
Search
Extrema
About MGP
Links
FAQs
Posters
Submit Data
Contact
Donate

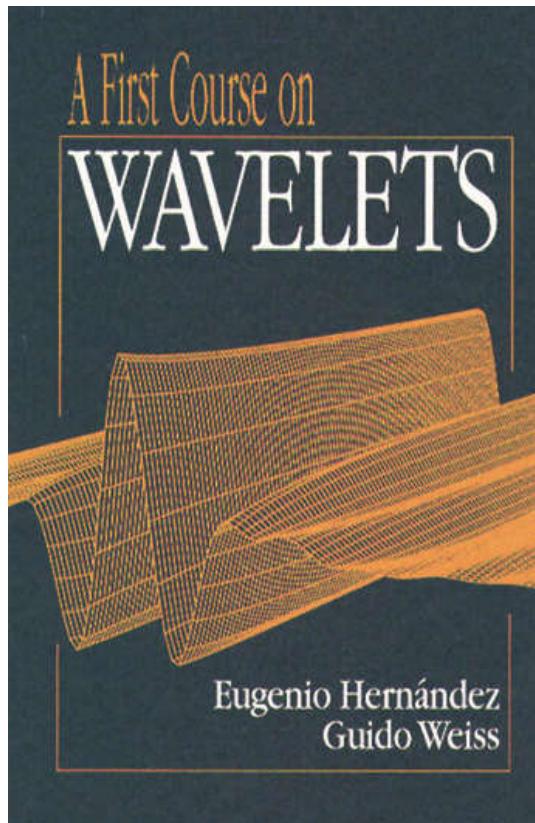
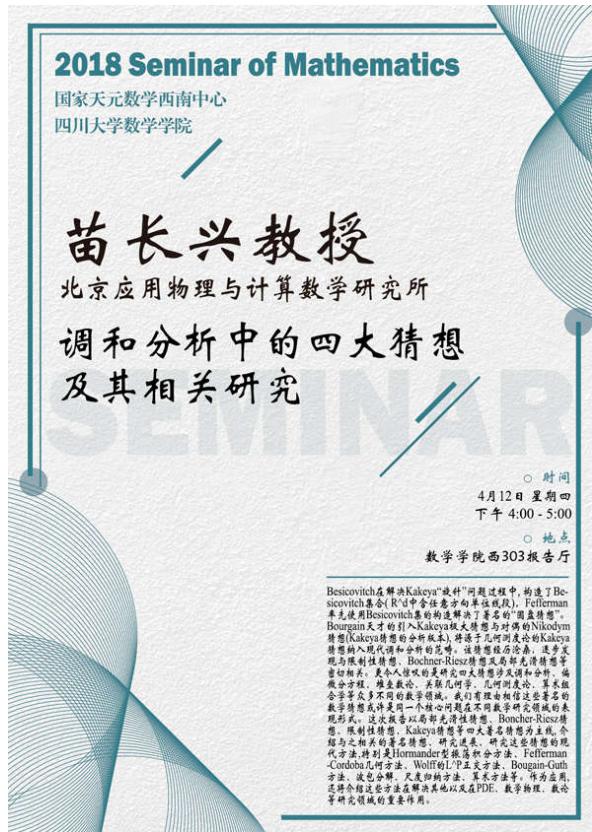
Antoni Zygmund			
Biography MathSciNet			
Ph.D. Uniwersytet Warszawski 1923			
Dissertation:			
Advisor 1: Aleksander Michał Raitchman			
Advisor 2: Stefan Mazurkiewicz			
Students:			
Click here to see the students listed in chronological order.			
Name	School	Year	Descendants
Ash, J.	The University of Chicago	1966	1
Barsky, Marvin	The University of Chicago	1964	
Berkovitz, Leonard	The University of Chicago	1951	125
Bishop, John	The University of Chicago	1959	
Calderón, Alberto	The University of Chicago	1950	265
Chang, Chao	The University of Chicago	1964	
Cohen, Paul	The University of Chicago	1958	247
Connett, V. William	The University of Chicago	1969	
Coltar, Mischa	The University of Chicago	1953	62
Fabes, Eugene	The University of Chicago	1965	108
Fine, Nathan	University of Pennsylvania	1946	26
Gordon, Louis	The University of Chicago	1967	
Gossein, Richard	The University of Chicago	1951	1
Klein, George	The University of Chicago	1951	
Kohn, Marvin	The University of Chicago	1970	
Lasher, Sim	The University of Chicago	1967	
Lepecki, Zbigniew	Uniwersytet im. Stefana Batorego w Wilnie-Polska	1939	
Loo, Ching-Tsun	The University of Chicago	1948	
Marcinkiewicz, Józef	Uniwersytet im. Stefana Batorego w Wilnie-Polska	1935	
Morgenstern, George	The University of Chicago	1953	
Morley, Vivienne	The University of Chicago	1956	
Muckenhoupt, Benjamin	The University of Chicago	1958	3
Oliver, Henry	The University of Chicago	1951	
O'Neill, Richard	The University of Chicago	1960	7
Ostrow, Efrem	The University of Chicago	1960	
Pichorides, Stylianos	The University of Chicago	1971	2
Riordan, William	The University of Chicago	1955	
Sadosky, Cora	The University of Chicago	1965	1
Sagher, Yoram	The University of Chicago	1967	16
Shapiro, Victor	The University of Chicago	1952	34
Sokol-Sokolowski, Konstanty	Vilnaus universitetas	1939	
Stein, Elias	The University of Chicago	1955	565
Vanderburg, Bethune	The University of Chicago	1951	
Walsh, Thomas	The University of Chicago	1969	
Waterman, Daniel	The University of Chicago	1954	59
Wojciech, Gajda	The University of Chicago	1958	nn

Alberto Pedro Calderón			
Biography MathSciNet			
Ph.D. The University of Chicago 1950			
Dissertation: I. On the Ergodic Theorems. II. On the Behavior of Harmonic Functions at the Boundary. III. On the Theorem of Marcinkiewicz and Zygmund.			
Advisor: Antoni Zygmund			
Students:			
Click here to see the students listed in chronological order.			
Name	School	Year	Descendants
Alvarez Alonso, Josefina	Universidad de Buenos Aires	1976	5
Berkson, Earl	The University of Chicago	1960	10
Bernstein, Irwin	Massachusetts Institute of Technology	1959	
Caputti, Telma	Universidad de Buenos Aires	1976	
Christ, F. Michael	The University of Chicago	1982	35
Cohen, Gerald	The University of Chicago	1982	
de Guzman, Miguel	The University of Chicago	1968	25
Fife, Daniel	The University of Chicago	1968	
Gatto, Angel	Universidad de Buenos Aires	1979	
Gutiérrez, Cristian	Universidad de Buenos Aires	1979	23
Katz, Israel	Massachusetts Institute of Technology	1959	
Kenig, Carlos	The University of Chicago	1978	48
Merryfield, Kent	The University of Chicago	1980	
Muschietti, Maria	Universidad Nacional de La Plata	1984	4
Neri, Umberto	The University of Chicago	1966	4
Neuirth, Jerome	Massachusetts Institute of Technology	1959	2
Olklander, Evelio	The University of Chicago	1964	
Polking, John	The University of Chicago	1966	1
Powls, Keith	The University of Chicago	1972	
Reitano, Robert	Massachusetts Institute of Technology	1976	
Rivière, Nestor	The University of Chicago	1966	41
Sadosky, Cora	The University of Chicago	1965	1
Seelye, Robert	Massachusetts Institute of Technology	1959	1
Segovia-Fernandez, César	The University of Chicago	1967	30



四、调和分析学科介绍

- 当前调和分析仍在迅速发展，目前该领域还有**四大猜想**尚未解决。同时，调和分析发展出来的各种工具，如Fourier变换、插值理论、小波等在基础和应用数学中得到了广泛的应用。



Meyer

谢谢！