

第一章

微积分的基础和研究对象



第一节

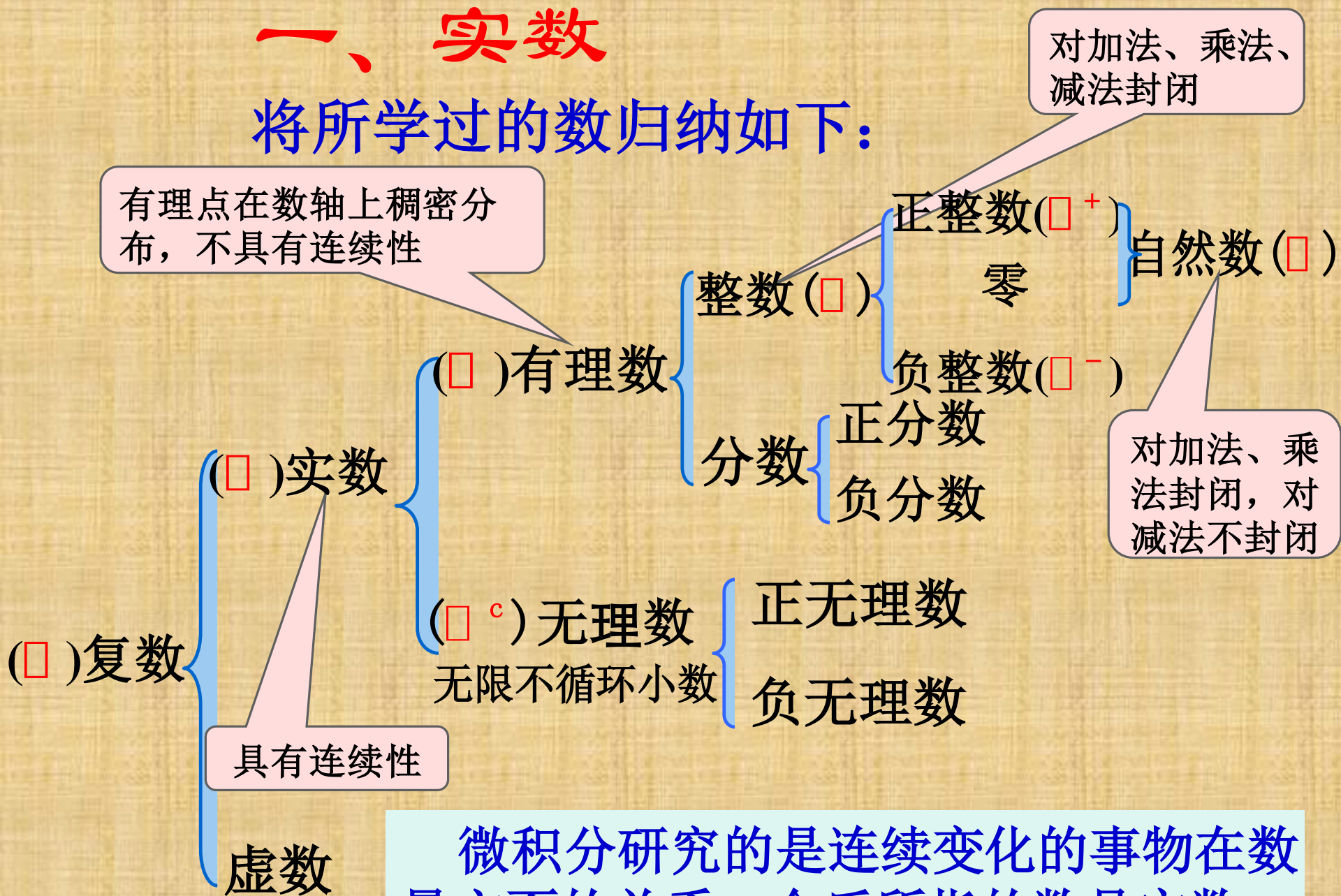
微积分的基础——集合、实数 和极限

主要内容

实数与邻域

一、实数

将所学过的数归纳如下：



二. 邻域

邻域的定义:

与点 x_0 的距离小于 δ (>0) 的全体实数的集合称作点 x_0 的邻域, 记作 $U(x_0, \delta)$, 称 x_0 为邻域的中心, δ 为邻域的半径.

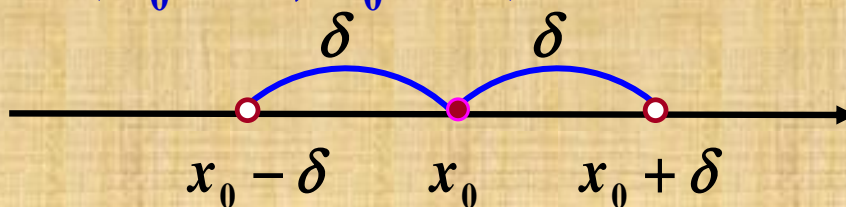
邻域表示方法:

集合表示法: $\{x \mid |x - x_0| < \delta\}$

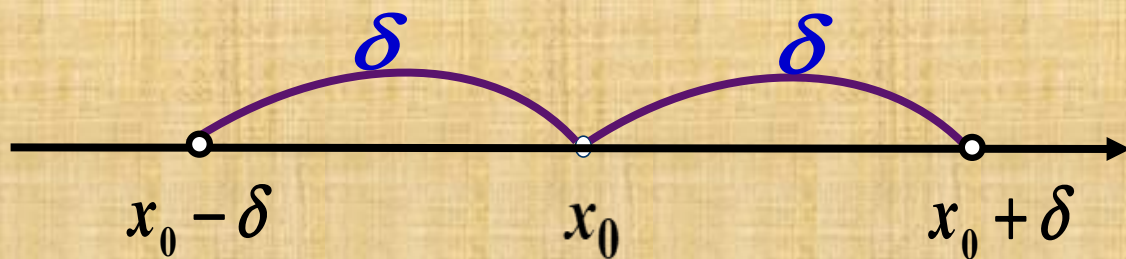
不等式表示法: $|x - x_0| < \delta$

区间表示法: $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

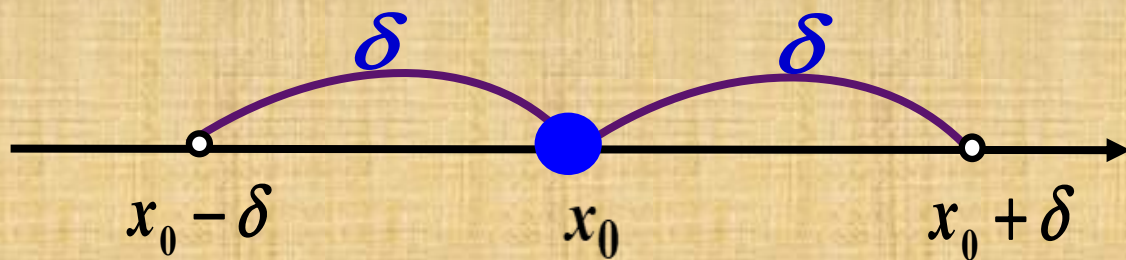
几何表示法:



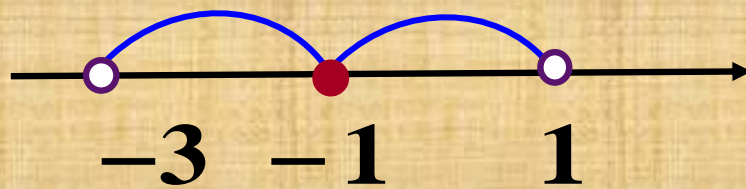
去心邻域: $U(x_0, \delta)$ 中不包括 x_0 , $U^\circ(x_0, \delta)$



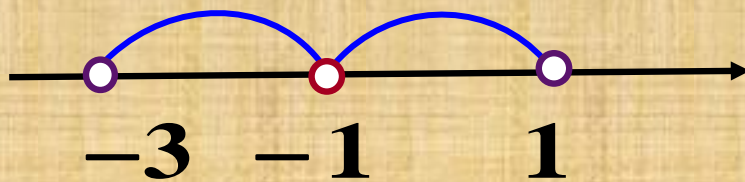
邻域 $U(x_0, \delta)$



比如: $U(-1,2) \Leftrightarrow (-3,1)$



$U^{\circ}(-1,2) \Leftrightarrow (-3, -1) \cup (-1, 1)$



例1 用邻域符号和区间符号分别表示不等式

$$|2x+1| < \frac{\varepsilon}{2} \quad (\varepsilon > 0) \quad \text{所确定的 } x \text{ 的范围.}$$

解 已知不等式 $|2x+1| < \frac{\varepsilon}{2} \quad (\varepsilon > 0)$

$$|2x+1| < \frac{\varepsilon}{2} \Leftrightarrow \left| 2\left[x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] \right| < \frac{\varepsilon}{2} \Leftrightarrow \left| x - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| < \frac{\varepsilon}{4}$$

这是以 $-\frac{1}{2}$ 为中心，以 $\frac{\varepsilon}{4}$ 为半径的邻域

用邻域符号表示是 $U\left(-\frac{1}{2}, \frac{\varepsilon}{4}\right)$

用区间表示是 $\left(-\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{4}, -\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{4}\right)$

