

# 基于计算颗粒流体力学的射砂过程数值模拟

张影, 廖敦明\*, 曹流, 孙飞, 陈涛

(华中科技大学 材料科学与工程学院, 华合方智能绿色铸造技术联合实验室, 湖北武汉 430074)

**摘要:** 砂芯通常采用射砂方法制作, 通过对射砂过程进行数值模拟, 可以观测砂芯成型过程, 研究射砂过程的影响因素, 为生产高质量砂芯提供保证。本文基于计算颗粒流体力学(CPFD)方法, 对射砂过程进行了数值模拟, 同时, 对两组射砂头高度下的射砂过程进行了对比。芯盒内砂粒的流动过程与实验数据吻合较好, 表明该方法能够有效模拟射砂过程。当射砂头高度选取不合适时, 会出现穿孔缺陷。

**关键字:** 射砂过程, 数值模拟, CPFD

## Simulation of Sand Shooting Process Based On Computational Particle Fluid Dynamic

Zhang Ying, Liao Dunming\*, Cao liu, Sun Fei, Chen Tao

College of Materials Science and Engineering, Huahefang United Laboratory for Intelligent and Green Casting Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei, 430074, China

**Abstract:** The sand core is usually made by sand shooting technique. Through numerical simulation of sand shooting process, forming of sand cores can be observed and the influencing factors of sand shooting process can be studied, providing assurance for high quality cores. In this paper, the CPFD method is used to simulate the core shooting process. At the same time, the sand shooting process is compared for the two shooting head heights. The flow process of the sand in the core box is in good agreement with the experimental data, indicating that this method can effectively simulate the sand shooting process. When the height of the shooting head is not suitable, there will be perforation defects.

**Keywords:** Sand shooting process; numerical simulation; CPFD

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-13-0229), 华合方实验室基金 (由陕西方直贸易有限公司资助)。

第一作者: 张影 (1994-), 女, 湖北黄冈人, 硕士研究生, 研究方向为铸造流动场数值模拟; 电话: 18202729016; E-mail: zy\_837352415@qq.com。

通讯作者: 廖敦明 (1973-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事铸造过程数值模拟研究。电话: 027-87558134, E-mail: liaodunming@hust.edu.cn

# 1 前言

砂芯在复杂铸件成形中必不可少，其质量直接影响铸件的最终质量<sup>[1]</sup>。通常采用射砂工艺制作砂芯，通过对射砂充型过程进行数值模拟，不仅能够量化研究射砂过程的影响因素，还可以预测砂芯质量，为制备优质砂芯提供科学指导<sup>[2]</sup>。

射砂过程同时包括了高速气流以及砂粒的流动，因此与铸造充型凝固过程相比更加复杂。很多研究者采用不同模拟方法研究射砂过程。Lefebvre D 等<sup>[3]</sup>基于非牛顿流体模型，通过修正气体-砂粒混合物的粘度预测了砂粒充填的形态，模拟结果与实验数据吻合。Winartomo B 等<sup>[4]</sup>、Ni C 等<sup>[5,6]</sup>基于计算流体力学（CFD）方法，采用欧拉-欧拉模型描述气相和砂粒相，得到的模拟效果很好，但砂粒相在拟流体化后丢失了大量颗粒信息。离散单元模型（DEM）是追踪单个颗粒运动轨迹的一类计算模型。传统 DEM 方法虽然适合较宽范围颗粒形状、粒径和速度，但是当颗粒总数超过一定大小时（如  $2 \times 10^5$ ），计算速度将受到严重影响，难以满足真实问题所需（如大量砂粒的射砂过程）<sup>[7]</sup>。

计算颗粒流体力学（CPFD）方法属于离散单元法的一种，它采用欧拉-拉格朗日来描述流体相和颗粒相。其中流体相基于欧拉坐标系用 N-S 方程求解，颗粒相基于拉格朗日坐标系用多相质点网格（MP-PIC）方法求解，颗粒与流体间互相耦合（颗粒通过位置、位移等影响流体，流体通过曳力影响颗粒）<sup>[8]</sup>。CPFD 方法采用了“计算颗粒”来“打包”一系列在特定位置具有相同性质的颗粒，故该方法在计算效率上得到了很大提高，适用于复杂的工程求解。

本文采用 CPFD 方法模拟了射砂过程中砂粒的流动行为，将模拟和实验结果相互对照以验证该方法的可行性，并对在不同高度射砂头内的砂粒的流动情况进行了分析，以揭示射砂头高度对射砂结果的影响。

## 2 CPFD 数学模型

### 2.1 控制方程

#### （1）流体相方程

流体相可以被看作连续介质，采用 N-S 方法求解。流体的连续性方程和动量守恒方程分别为：

连续性方程：

$$\frac{\partial(\rho_f \theta_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \theta_f u_f) = 0 \quad (1)$$

动量守恒方程：

$$\frac{\partial(\rho_f \theta_f u_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \theta_f u_f u_f) = -\nabla P - F + \nabla \cdot \theta_f \tau_f + \rho_f \theta_f g \quad (2)$$

式中， $\rho_f$ 为流体密度， $\theta_f$ 为流体体积分数， $u_f$ 为流体速度。P 为流体压力，F 代表了单位体积流体与颗粒平均动量交换速率<sup>[9]</sup>， $\tau_f$ 为流体应力张量，g 为重力加速度。F 为单颗粒曳力的积分

$$F = \iiint f u_p \rho_p \left[ \beta(u_f - u_p) - \frac{1}{\rho_p} \nabla P \right] d\Omega_p d\rho du_p \quad (3)$$

式中,  $f$  为颗粒的概率函数,  $u_p$  为颗粒速度,  $\rho_p$  为颗粒密度,  $\beta$  为两相的曳力系数,  $\Omega_p$  为颗粒体积。

## (2) 颗粒相方程

颗粒相采用 MP-PIC 方法处理<sup>[10]</sup>。颗粒相的运动定义如下:

$$\frac{d}{dt}(u_p) = \beta(u_f - u_p) - \frac{1}{\rho_p} \nabla P + g - \frac{1}{\theta_p \rho_p} \nabla \tau_p \quad (4)$$

$$\frac{dx_p}{dt} = u_p \quad (5)$$

式中,  $\theta_p$  为颗粒体积分数,  $\tau_p$  为颗粒法向应力, 颗粒位于  $x_p$  处。该式表明颗粒的加速度由流体曳力, 压力梯度力, 重力和颗粒间应力梯度决定。

颗粒属性通过相间插值算子被插值到欧拉网格中, 将  $x_p$  处的颗粒属性插值到网格单元  $i$  中的相间插值算子为:

$$S_i^x(x_p) = \begin{cases} 0, & x_{i-1} \geq x_p, x_p \geq x_{i+1} \\ 1, & x_{i-1} < x_p < x_{i+1} \end{cases} \quad (6)$$

$x$  和  $y$  方向的内插算子具有相同的形式。将颗粒体积映射到网格中得到单元  $\xi$  处的颗粒体积分数为:

$$\theta_{p\xi} = \frac{1}{\Omega_\xi} \sum_{l=1}^{N_p} \Omega_p n_p S_{p\xi} \quad (7)$$

式中,  $\Omega_\xi$  为单元  $\xi$  的体积,  $\Omega_p$  为颗粒体积,  $n_p$  为一个计算颗粒内的颗粒数,  $N_p$  为总计算颗粒数。根据体积守恒, 流体体积分数和颗粒体积分数的和为 1,  $\theta_p + \theta_f = 1$ 。

## 2.2 曳力模型

本研究采用 Ergun 模型, 该模型较适用于稠密系统 ( $\theta_f < 0.8$ )。Ergun 模型表达式为<sup>[11]</sup>

$$\beta = \left( \frac{180\theta_p}{\theta_f Re} + 2 \right) \frac{\rho_f |u_f - u_p|}{\rho_p d_p} \quad (8)$$

$$Re = \frac{\rho_p d_p |u_f - u_p|}{\mu_f} \quad (9)$$

式中,  $d_p$  为颗粒直径,  $\mu_f$  为流体粘度。

## 2.3 固相应力模型

颗粒间碰撞力用法向应力模型<sup>[12]</sup>表示, 颗粒法向应力被认为是各向同性的, 其表达式为:

$$\tau_p = \frac{P_s \theta_p^\beta}{\max[(\theta_{cp} - \theta_p), \varepsilon(1 - \theta_p)]} \quad (10)$$

式中, 常数  $P_s$  为材料参数, 单位为  $P_a$ ;  $\beta$  为模型自有参数, 值为 2~5<sup>[13]</sup>;  $\theta_{cp}$ 、 $\theta_p$  分别代表颗粒紧密堆积颗粒体积分数和当前状态堆积颗粒体积分数;  $\varepsilon$  是量级为  $10^{-8}$  的一个很小的数, 用于防止在计算正应力时出现无穷大的现象。

### 3 仿真模型建立

#### 3.1 几何模型及网格划分

本文所用模型基于文献[5]建立，包括射砂头、射砂孔和芯盒三个部分。图 1 为几何模型示意图。为确定合适的网格尺寸，需进行网格独立性验证，结果如表 1 所示。当网格尺寸设置为 10mm 时，通过射砂孔的质量流率明显偏大；当网格尺寸设为 4、6、8mm 时，通过射砂孔的质量流率接近。从表 1 的结果也可以看出 CPFD 方法对网格尺寸的敏感度较低。为减少计算时间，并保证计算精度，网格尺寸划分为  $6\text{mm} \times 6\text{mm} \times 6\text{mm}$ ，图 2 为最终划分的结构化网格。

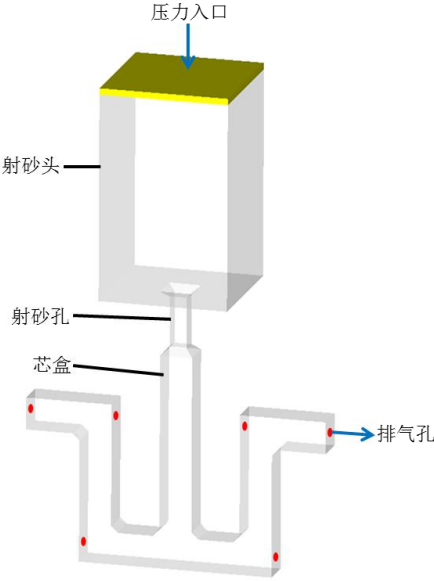


图 1 三维模型

Fig.1 3D model

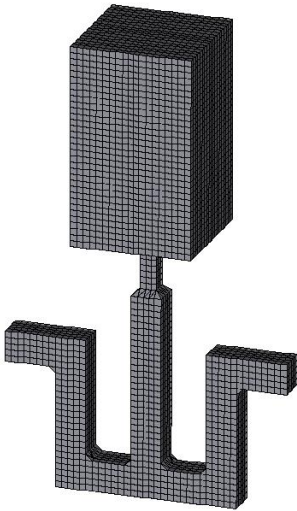


图 2 网格划分结果

Fig.2 Meshing result

表 1 不同网格尺寸计算的通过射砂孔的砂粒质量流量

Table1 Sand mass flow through nozzle by different grid sizes

网格尺寸 (mm)	网格总数	平均质量流率 (kg/s)
4	262656	1.81
6	64980	1.85
8	32832	1.84
10	19320	1.97

#### 3.2 边界条件及参数设置

基于 Arena Flow 对射砂过程进行了数值模拟。射砂压力变化曲线如图 3 所示。排气孔处压力设置为大气压。模拟初始化条件为：射砂头区域充满砂粒，其体积分数为 0.56，同时为了保证计算结果的准确性，需要每个单元内有合适的计算颗粒数量。表 2 给出了每个单元内计算颗粒数不同时通过射砂孔的砂粒的平均质量流率，结果表明计算颗粒数对砂粒质量流率影响不大，每个单元内计算颗粒数设为 40 较合适。

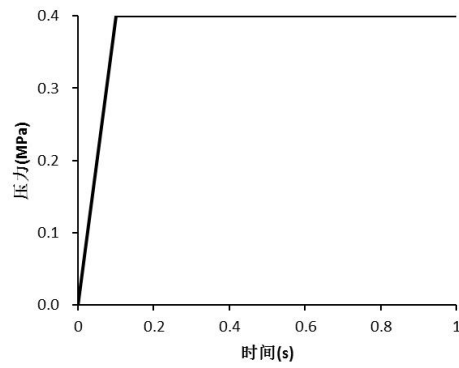


图 3 射砂压力曲线

Fig.3 Pressure curve

表 2 不同计算颗粒数计算的通过射砂孔的砂粒质量流量

Table2 Sand mass flow through nozzle by different computational particle numbers

每个单元内计算颗粒数	质量流率(kg/s)
20	1.81
30	1.84
40	1.85
50	1.91

计算中所采用的物性参数如表 3 所示。

表 3 计算中所采用的物性参数

Table3 Physical parameters used in the calculation

参数	数值
平均砂粒直径( $\mu\text{m}$ )	240
砂粒密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	2650
最大颗粒相体积分数	0.6
每个单元内计算颗粒数	40

## 4 模拟结果分析

### 4.1 模拟和实验对比

图 4 为基于 CPFD 方法模拟射砂过程的结果与文献[5]中实验结果的对比。图 4(a)为实验中拍摄到的砂粒充型过程，图 4(b)为模拟计算的砂粒充型过程。对比图片结果可以看出，CPFD 方法能够较准确的预测砂粒在芯盒中的流动行为。



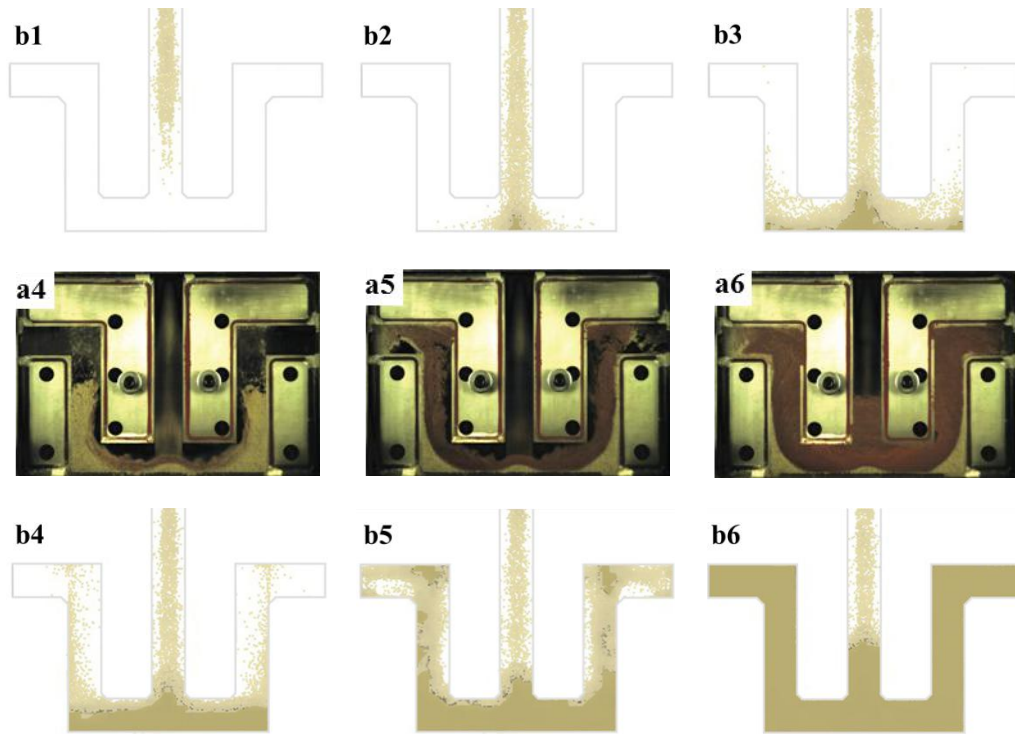


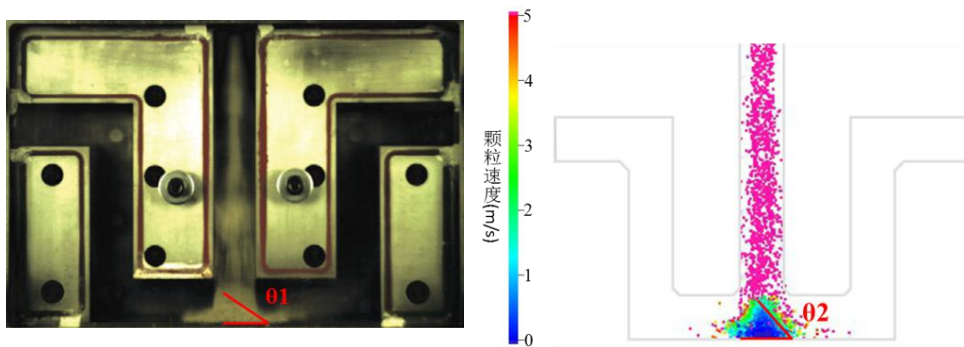
图4 模拟结果与实验结果对比  
(a)实验结果 (b)CPFD 方法模拟结果

Fig.4 Comparison between the simulation and experimental results.

(a)experimental results. (b)simulation results of CPFD method.

砂粒在高压气体的作用下，从射砂孔垂直射入芯盒内，射砂初期由于芯盒内压缩气体的阻力作用，射流形成“蘑菇”状前端，但模拟结果未能体现这一特征；当砂粒到达芯盒底部时，堆积成小砂堆，砂堆表层的砂粒发生流动，形成两股射流分别向芯盒左右侧壁面扩展，砂堆底层的砂粒被紧实，紧实的部位颜色较深，如图 4(b2~b6)中深褐色区域；当砂粒接触左右侧壁面后（图 4(a3)或图 4(b3)），在切向速度作用下继续沿着侧壁面向上流动，流动前沿到达上壁面（图 4(a4)）；砂粒继续充填芯盒拐角，并出现图 4(a5)（或图 4(b5)）中的“拱桥”特征；之后，砂粒继续流动直至充满芯盒。模拟结果中砂粒的流动形态和趋势与实验测得的结果基本吻合。

但通过对比发现，模拟结果中芯盒底部中心形成的砂堆倾斜角要高于实际情况，如图 5 所示， $\theta_2 > \theta_1$ 。可能的原因是砂粒在堆积过程中形成的堆积角与砂粒表面粗糙度、砂粒粒径、砂粒形状等因素有关，实验用砂具有表面粗糙、粒径分布不均匀、形状不均匀等特点，而模拟中未考虑砂粒表面粗糙度，并且将砂粒均视为球体设置统一粒径，所以模拟与实验结果存在误差。



(a) 实验结果

(b) 模拟结果

图 5 砂堆倾斜角对比

Fig.5 Comparison of the sand pile angle

## 4.2 射砂头高度影响

图 6 显示了射砂头高度为 200mm 时射砂头内砂粒在射砂过程中的变化过程。图中结果显示砂粒的流动和普通流体完全不同，普通流体从容器流出的过程中，液面一直保持平整，而砂粒流动的自由表面呈锥形。

高压气体从贮气筒进入射砂头后，使射砂头内气压急剧升高，压缩空气穿过砂层孔隙推动砂粒通过射砂孔射入芯盒内，自然堆积的砂粒被压实（对比图 6(a)和图 6(b)发现，砂粒的体积分数增大），位于射砂孔上方区域的砂粒首先流出，形成空穴，其竖直上方相邻的砂粒极易崩塌落下，而其侧面砂粒受到挤压作用处于平衡状态，所以空穴只有向上传播，当传递到砂堆顶部后，形成图 6(b)中的倒锥形区域（空区域）。

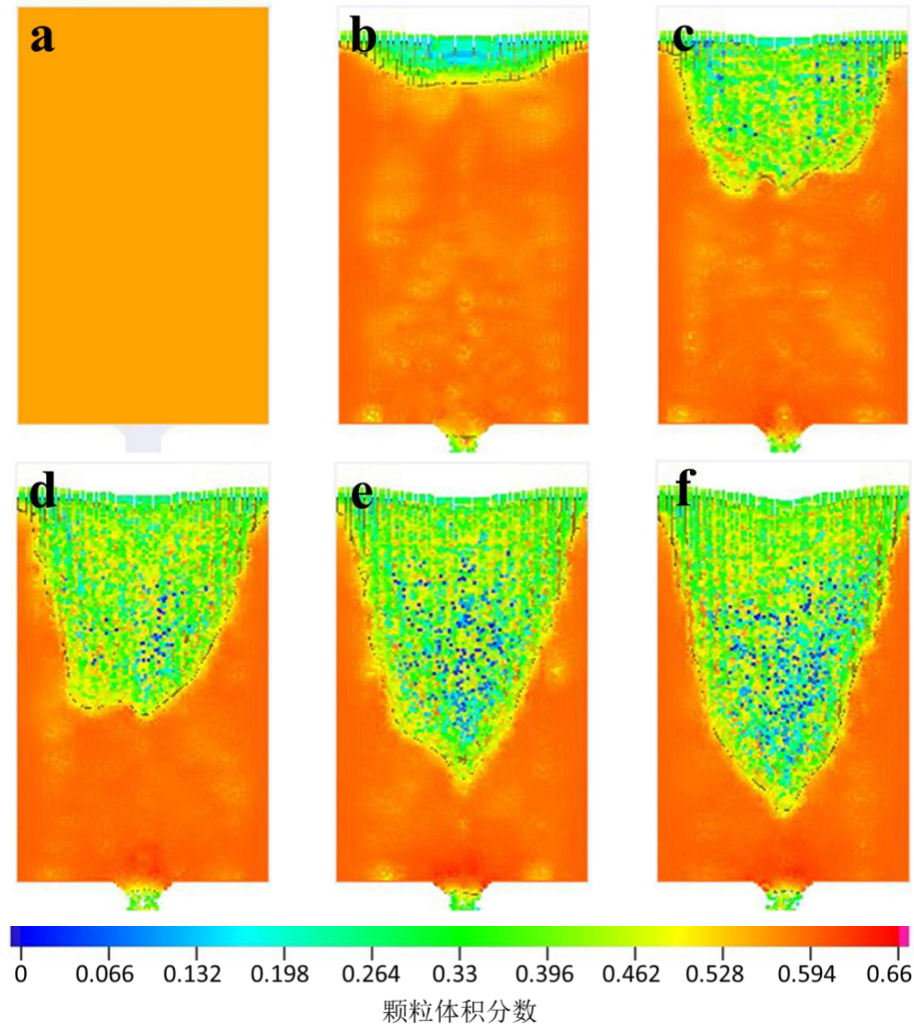


图 6 高度为 200mm 的射砂头内砂粒的变化过程

(a)射砂初始时刻，射砂头内砂粒静止堆积，颗粒体积分数为 0.56；(b)砂堆被压实，空穴传递到砂堆顶部，形成倒锥形区域；(c)~(f)射砂过程中砂粒自由表面逐渐扩展



Fig.6 Sand flowing process in the 200mm high shooting head.

(a) Initial configuration, sand is static, the volume fraction of which is 0.56. (b) Sand pile is compacted, and holes are delivered to top of the sand pile, forming an inverted conical area. (c)~(f) Sand free surface expands.

图 6(b)~(f)显示，随着射砂过程的进行，靠近中心的砂粒不断流入射砂孔（远离中心的砂粒保持相对静止），导致中心区域砂粒的高度下降，锥形区域两斜面上的砂粒随之发生崩塌，流入中心区域，从而保证了砂粒能够持续进入芯盒内。

当射砂头高度选取不合适时，即使射砂头内砂粒的容量能够满足型芯体积的要求，也可能导致射不足缺陷。例如，将射砂头高度设为 120mm，此时射砂头的容量约为射砂孔和芯盒总体积的 3 倍，如表 4 所示。

表 4 高度为 120mm 的射砂头容量与射砂孔和芯盒总体积对比

Table4 Comparison between the capacity of 120mm high shooting head and the total volume of nozzle and core box

射砂头容量 ( $\text{mm}^3$ )	射砂孔和芯盒总体积 ( $\text{mm}^3$ )
1728000	636360

对该高度下的模型进行数值模拟，发现射砂后期出现图 7 所示的穿孔现象，射砂孔正上方的砂粒全部流入了芯盒内，形成一个竖直通孔，砂粒自由表面扩展至射砂头底部。该结果将导致射砂过程得不到足够砂粒的补充，从而延长射砂时间，甚至获得形状不完整的型芯。

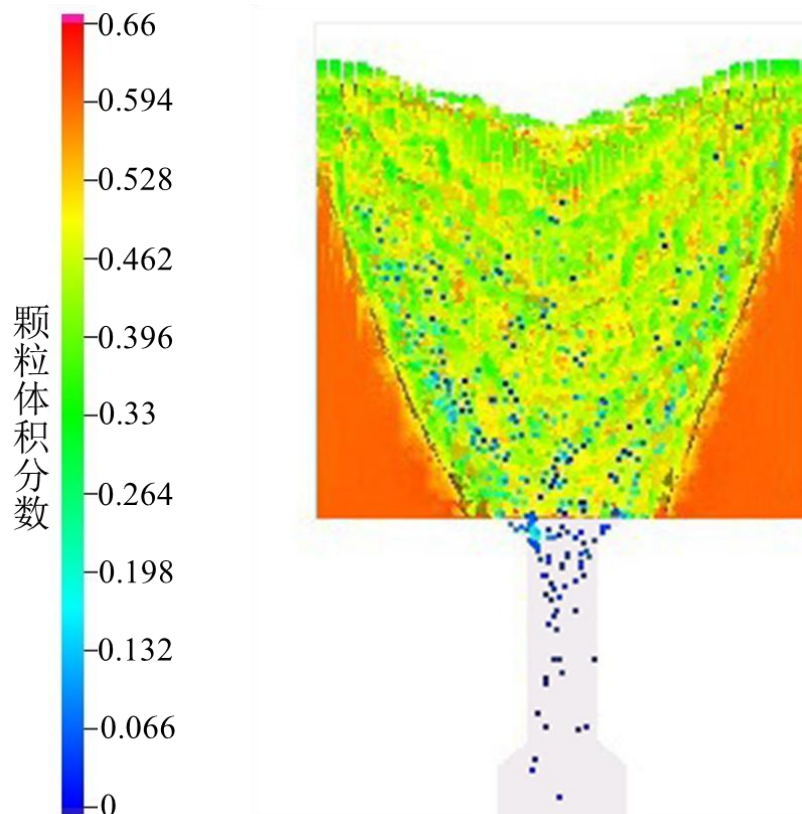


图 7 穿孔的形成

Fig.7 Formation of perforation



---

## 5 结论

(1) 采用 CPFD 方法计算了射砂过程中砂粒的流动行为, 模拟结果与实验数据吻合较好, 表明 CPFD 方法模拟射砂过程是可行的;

(2) 对两组不同射砂头高度下的射砂过程进行了模拟, 获得了射砂头内砂粒独特的流动行为, 即砂粒在流动过程中, 其自由界面呈锥形并逐渐扩展, 与一般流体截然不同;

(3) 射砂头高度选取不合适时, 会出现穿孔缺陷, 导致射砂时间延长, 甚至出现射不足的缺陷。

## 参考文献

- [1] 卢宝胜. 制芯过程模拟的研究与应用现状[A]. 第十二届全国铸造年会暨 2011 中国铸造活动周论文集[C], 2011.
- [2] 崔怡, 李文珍, 吴浚郊. 射砂过程的数值模拟[J]. 特种铸造及有色合金, 2001, (2): 34-36.
- [3] Lefebvre D, Mackenbrock A, Vidal V, et al. Development and use of simulation in the design of blown cores and moulds[J]. Foundry Trade Journal, 2005, 179(3621): 17-20.
- [4] Winartomo B, Vroomen U, Bührig-Polaczek A, et al. Multiphase modelling of core shooting process[J]. Cast Metals, 2005, 18(1): 13-20.
- [5] Ni C, Lu G, Jing T, et al. Flow Dynamic Analysis of Core Shooting Process through Experiment and Multiphase Modeling[J]. Advances in Materials Science and Engineering, 2016, 2016(6): 1-12.
- [6] Ni C, Lu G, Jing T, et al. Numerical and experimental investigation of the flow behavior of sand particles in core shooting process[J]. Powder Technology, 2017, 311: 364-375.
- [7] Abbasi A, Islam M A, Ege P E, et al. CPFD flow pattern simulation in downer reactors[J]. Aiche Journal, 2013, 59(5): 1635-1647.
- [8] 吴锋, 钟真武. 基于 CPFD 的流化床数值模拟[J]. 当代化工, 2014, 43(10): 2166-2168.
- [9] Snider D M. An Incompressible Three-Dimensional Multiphase Particle-in-Cell Model for Dense Particle Flows[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 170(2): 523-549.
- [10] Andrews M J, O'rourke P J. The multiphase particle-in-cell (MP-PIC) method for dense particulate flows[J]. International Journal of Multiphase Flow, 1996, 22(2): 379-402.
- [11] ERGUN S. Fluid flow through packed columns[J]. Chemical Engineering Progress, 1952, 48(2): 89-94.
- [12] Harris S E, Crighton D G. Solitons, solitary waves, and voidage disturbances in gas-fluidized beds[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 266: 243-276.
- [13] Auzerais F M, Jackson R, Russel W.B. The resolution of shocks and the effects of compressible sediments in transient settling[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 195(1): 437-462.