



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação  
Departamento de Matemática

TCC I  
QUALIFICAÇÃO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

---

## Introdução à Álgebra Geométrica

---

Guilherme Philippi (guilherme.philippi@hotmail.com),

ORIENTADOR: Felipe Delfini Caetano Fidalgo (felipe.fidalgo@ufsc.br).

7 de março de 2022

# Sumário

<b>1</b>	<b>Resumo</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Objetivos e Justificativa</b>	<b>1</b>
3.1	Objetivo Principal . . . . .	1
3.2	Objetivos Específicos . . . . .	1
3.3	Justificativa . . . . .	2
<b>4</b>	<b>Metodologia e Resultados Esperados</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>Planos de Trabalho e Cronogramas</b>	<b>3</b>
5.1	Plano de Trabalho . . . . .	3
5.2	Cronograma . . . . .	4
<b>6</b>	<b>Exequibilidade</b>	<b>4</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>5</b>

## 1 Resumo

O tema deste trabalho é  
Aplicações

## 2 Introdução

## 3 Objetivos e Justificativa

### 3.1 Objetivo Principal

O que foi exposto acima torna possível a contextualização do **principal objetivo** deste projeto, que está em estudar todos os aspectos matemáticos do DGP e suas variações, bem como da verificação se será possível encontrar uma ordem para os vértices do sistema proposto, isto é, verificar a solução do DVOP aplicado à conformações de sistemas de Robôs Móveis e aos resultados computacionais.

### 3.2 Objetivos Específicos

Com o intuito de contemplar isto, ressaltamos alguns dos **objetivos específicos**:

- (1) Estudar formas viáveis (pelos vieses energético, de construção e precisão da medida) para obtenção das distâncias entre os elementos do sistema físico.
- (2) Estudar as possíveis distribuições dos Robôs Móveis em um sistema genérico, visando verificar quais conjuntos de dados possam ser garantidos como entradas para a construção do problema, tal como em.
- (3) Verificar a solução do DVOP aplicado ao problema proposto e estudar o ordenamento de vértices que se adeque aos objetivos do trabalho.

- (4) Caso consiga-se uma boa ordenação para os vértices, verificar a aplicação do algoritmo BP para a solução do DDGP proposto, se não, estudar outros algoritmos que possam solucionar o problema;
- (5) Estudar a complexidade computacional do algoritmo proposto aplicado as possíveis distribuições estudadas no item.
- (6) Simular computacionalmente o algoritmo para solução do problema com instâncias artificialmente geradas, dominando cada passo utilizado;
- (7) Aplicar o algoritmo estudado em estruturas de pequena escala, como instâncias reais do problema;
- (8) Ter contato matemático e computacional com problemas científicos;
- (9) Habituarse a ler, citar e escrever documentos científicos;
- (10) Associar os objetos estudados como aplicações e generalizações de estudos teóricos e práticos nas disciplinas dos cursos de graduação.

### 3.3 Justificativa

Este projeto é tanto viável para alunos de Matemática quanto das Engenharias, cursos presentes no Centro de Blumenau, visto que tem viés interdisciplinar.

Os pré-requisitos conceituais básicos tangem Física, Geometria Analítica, Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Integral, Automação e Programação.

Além disso, este tema está ganhando cada vez mais espaço na literatura, uma vez que esta é uma área em crescimento constante devido a grande quantidade de novas aplicações advindas do rápido desenvolvimento tecnológico das últimas décadas. Assim, este estudo dá aos alunos a possibilidade de participar de estudos de pesquisa a nível de Iniciação Científica que possam contribuir, de maneira até significativa, com trabalhos em andamento de pesquisa com relevante nível acadêmico.

Isto, além de trazer pra prática o significado de vários estudos realizados no curso, ainda permite que o aluno tenha contato com ideias e experiências das quais possa fazer uso em eventual pós-graduação, como início de uma carreira acadêmica na área. Também, o contato com a literatura científica brasileira e estrangeira.

Por fim, ainda existem poucos pesquisadores no Brasil trabalhando nesta área que é bem ampla, como já foi comentado até agora neste texto. Ou seja, este projeto ainda tem por prerrogativa contribuir para a formação de pessoal que deve dar prosseguimento aos estudos na área, aumentando a quantidade de especialistas em GD no futuro, tornando o Brasil como uma referência.

## 4 Metodologia e Resultados Esperados

Pretende-se focar, inicialmente, no estudo teórico, utilizando as referências [4], [16], [21] e [1], além de artigos e livros citados como referências nestes itens da Literatura.

Este trabalho deve-se dar em separado na primeira parte, com encontros periódicos com o orientador, seja em forma de reunião ou de exposição oral, para apurar os desenvolvimentos teóricos e sanar eventuais dúvidas que surjam. Paralelamente, deve-se pedir que o aluno escreva o que está aprendendo, utilizando LaTeX, a fim de aprender a escrever cientificamente sobre o que se estuda.

Espera-se conseguir aplicar o DVOP de forma satisfatória ao sistema proposto, de forma a obter uma boa ordenação aos Robôs Móveis, assim, conseguindo montar o DDGP e aplicar o algoritmo BP. Caso não se consiga fazê-lo, espera-se poder estudar e aplicar outros algoritmos presentes ou não na literatura para propor uma solução ao problema.

Contudo, o essencial, espera-se desenvolver uma implementação do algoritmo a fim, estimando o desempenho computacional no tocante à resolução de um DGP - tanto artificial como real, visando estudar sua complexidade computacional. Por fim, pretende-se elaborar um documento final com tais conteúdos e com simulações computacionais para indicar a validade científica do mesmo.

Pretende-se participar de reuniões científicas a fim de trocar experiências e idéias com outros alunos e pesquisadores, bem como estabelecer uma rede de contatos e colaborações.

Além disso, deseja-se escrever e submeter um artigo a nível de iniciação Científica a algum periódico nacional.

## 5 Planos de Trabalho e Cronogramas

Segue abaixo os planos de trabalho e respectivos cronogramas, ajustados para um ano de vigência, prevendo inclusive as escritas dos relatórios

### 5.1 Plano de Trabalho

#### (1) **Levantamento bibliográfico sobre Sistemas de Automação em literatura específica, formas de se obter distâncias, além de estudo sobre estruturas e funções destes sistemas**

Nesta atividade, o bolsista deverá juntamente com o orientador fazer um apanhado de artigos e livros referentes ao tema que servirão de apoio teórico. ele durará metade do período porque frequentemente novas bibliografias deverão ser consultadas. Além disto, este é o tempo onde o bolsista terá a oportunidade de estudar a fundo e propor formas de se obter os valores de distâncias medidos entre os elementos dos sistemas.

#### (2) **Levantamento bibliográfico sobre o DVOP, DDGP e estudo do problema**

Nesta atividade, o bolsista deverá juntamente com o orientador fazer um apanhado de artigos e livros referentes ao tema que servirão de apoio teórico. ele durará metade do período porque frequentemente novas bibliografias deverão ser consultadas. Já o estudo do tema será dividido em partes:

- (i) estudo da Teoria de Grafos;
- (ii) estudo dos modelos de DGP usando grafos;
- (iii) modelar um DGP que caracterize o sistema real estudado
- (iv) modelagem e estudo de solução do DVOP sobre o sistema real;
- (v) estudo extenso sobre algoritmos existentes para solucionar o problema;
- (vi) estudar a factibilidade da solução do problema e, caso for possível, propor um algoritmo que o solucione.

Todas as contas devem ser abertas e teoremas demonstrados. Este item e o anterior estão ligados e durarão o mesmo tempo porque devem ser estudados em paralelo, já que são os temas principais e co-relacionados fortemente.

(3) **Escrita do relatório parcial referente à primeira metade da vigência, contemplando os dois itens anteriores**

Nesta atividade, que durará a primeira metade do projeto, o aluno deve escrever parcialmente o relatório periodicamente a cada avanço teórico realizado. Dever-se-á estar em paralelo com os itens anteriores.

(4) **Estudo detalhado e minucioso (teórico e computacional) do Algoritmo Proposto**

Nesta atividade, que durará o quarto e quinto bimestre, o bolsista deverá estudar em detalhes a estrutura algorítmica do algoritmo que fora proposto no item anterior. Este estudo será dividido em partes:

- (i) estudo sobre a Teoria de Complexidade Computacional
- (ii) verificar a complexidade computacional do algoritmo adotado
- (iii) estudar formas de se alterar o sistema afim de se obter melhores soluções computacionais

(5) **Simulações em conjunto com instâncias artificiais e reais**

Nesta atividade, o bolsista deverá simular numericamente com instâncias artificiais e reais, usando o algoritmo implementado por ele. Durará toda a segunda metade do projeto, visto que a cada passo que se estuda deve-se realizar as implementações computacionais.

(6) **Submissões a possíveis encontros científicos, o que em nossa área ocorre no primeiro semestre do ano**

Nesta atividade, o bolsista deverá aprender a escrever propostas, resumos, posteres e, eventualmente, se comunicar oralmente sobre o objeto de seus estudo científico.

(7) **Escrita do relatório final**

Nesta atividade, o bolsista deverá finalizar o relatório parcial com a escrita do relatório final, aparando as arestas e fazendo as correções necessárias apontadas pelo orientador.

## 5.2 Cronograma

Atividades	1° bimestre	2° bimestre	3° bimestre	4° bimestre	5° bimestre	6° bimestre
(1)						
(2)						
(3)						
(4)						
(5)						
(6)						
(7)						

## 6 Exequibilidade

Devida a natureza das implementações propostas no projeto, o aluno realizará um trabalho de pesquisa em livros e artigos, de simulações em seus computadores pessoais, utilizando o software livre Octave (uma versão livre com recursos similares ao Matlab, ou outro, dependendo da

preferência do estudante) e poderá implementar um ambiente real (utilizando microcontroladores como Arduino ou similares, dependendo da preferência do bolsista) afim de aplicar a solução proposta (se existir). O ambiente de estudo deve ser escolhido pelo aluno. As reuniões e seminários serão realizados em alguma sala-de-aula na Sede Acadêmica do Centro.

## Referências

- [1] Audrey Lee-St. John Leo Liberti Antonio Mucherino Carlile Lavor, Jon Lee and Maxim Sviridenko. Discretization orders for distance geometry problems. *Optimization Letters*, 6(Issue 4):783–796, April 2012.
- [2] Michel-Marie Deza and Elena Deza. *Dictionary of distances*. Elsevier, 2006.
- [3] Michel-Marie Deza and Elena Deza. Encyclopedia of distances. In *Encyclopedia of distances*, pages 1–583. Springer, 2009.
- [4] Andreas Savvides, Chih-Chieh Han, and Mani B Strivastava. Dynamic fine-grained localization in ad-hoc networks of sensors. In *Proceedings of the 7th annual international conference on Mobile computing and networking*, pages 166–179. ACM, 2001.
- [5] Leonard M Blumenthal. Theory and applications of distance geometry. 1953.
- [6] Arthur Cayley. On a theorem in the geometry of position. *Cambridge Mathematical Journal*, 2:267–271, 1841.
- [7] Karl Menger. New foundation of euclidean geometry. *American Journal of Mathematics*, 53(4):721–745, 1931.
- [8] Nelson Maculan Leo Liberti, Carlile Lavor and Antonio Mucherino. Euclidean distance geometry and applications. *Siam Review*, 56(1):3–69, 2014.
- [9] Yechiam Yemini. Some theoretical aspects of position-location problems. In *20th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (sfcs 1979)*, pages 1–8. IEEE, 1979.
- [10] James B Saxe. Embeddability of weighted graphs in k-space is strongly np-hard. In *Proc. of 17th Allerton Conference in Communications, Control and Computing, Monticello, IL*, pages 480–489, 1979.
- [11] TF Havel. Distance geometry, dm grant and rk harris (eds.), encyclopedia of nuclear magnetic resonance, 1995.
- [12] C Lavor and L Liberti. Um convite á geometria de distâncias. *SBMAC, Notas em Matemática Aplicada*, 71, 2014.
- [13] Gordon M Crippen. A novel approach to calculation of conformation: distance geometry. *Journal of Computational Physics*, 24(1):96–107, 1977.
- [14] C. Lavor, N. Maculan, M. Souza, and R. Alves. *Álgebra e Geometria no Cálculo de Estrutura Molecular*. IMPA, Rio de Janeiro, RJ, 31º colóquio brasileiro de matemática edition, 2017.
- [15] Carlile Lavor, Leo Liberti, and Antonio Mucherino. The interval branch-and-prune algorithm for the discretizable molecular distance geometry problem with inexact distances. *Journal of Global Optimization*, 56(3):855–871, 2013.

- [16] Carlile Lavor, Leo Liberti, Bruce Donald, Bradley Worley, Benjamin Bardiaux, Thérèse E Malliavin, and Michael Nilges. Minimal nmr distance information for rigidity of protein graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 256:91–104, 2019.
- [17] Leo Liberti, Carlile Lavor, and Nelson Maculan. A branch-and-prune algorithm for the molecular distance geometry problem. *International Transactions in Operational Research*, 15(1):1–17, 2008.
- [18] Carlile Lavor, Leo Liberti, Nelson Maculan, and Antonio Mucherino. The discretizable molecular distance geometry problem. *Computational Optimization and Applications*, 52(1):115–146, 2012.
- [19] A. Pogorelov. *Geometry*, 1987.
- [20] J. B. Rosen A. T. Philips and V. H. Walke. Molecular structure determination by convex underestimation of local energy minima. *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 23:181–198, 1996.
- [21] Leo Liberti, Carlile Lavor, Nelson Maculan, and Antonio Mucherino. Euclidean distance geometry and applications. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 56(1):3–69, February 2014.