

循序渐进设计实例在自动控制理论教学中的应用

强 盛

(哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要:“自动控制理论”是面向全校自动化、飞行器控制等本科专业开设的一门技术基础课。在教学过程中为解决理论联系实际的问题,在教学中列举一个循序渐进设计实例,如高精度机床滑动台系统,利用每一章所介绍的概念和方法,逐步对此例进行研讨。根据高精度机床对滑动台系统提出的严格要求,循序渐进地运用各章介绍的技术和方法,完成该系统的设计并满足给定的性能指标。

关键词:自动控制理论;循序渐进工程实例;高精度机床滑动台系统;教学改革

Application of Sequential design example in Automatic Control Theory

Sheng Qiang

(Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: Automatic control theory course is one of the most important courses for many engineering major undergraduate students such as automation and control major. In order to solve the problem of the combination of control theory and engineering practice, we present a design problem that we call the Sequential Design Example to build on a design problem from chapter to chapter. High-precision machinery places stringent demands on table slide systems. The techniques and tools presented in each chapter are applied to the development of a design solution that meets the specified requirements.

Key Words: Automatic control theory; sequential design example; high-precision machinery slide system; teaching reforms

引言

自动控制理论课程是理工科高等院校自动化专业必修的主干技术基础课之一。自动控制理论也是面向电气工程与自动化、自动化测试与控制、飞行器控制、机电控制与自动化、通信工程和交通运输工程等非自动控制专业本科生开设的技术基础课。通过本课程的学习,培养学生分析、设计控制系统的能力,熟练掌握 Matlab/Simulink 软件在

控制系统分析和设计中的应用,通过实践性教学环节的训练,培养学生工程实践能力^[1-2]。

在自动控制理论课程教学中存在的主要问题是:理论与实践脱节。自动控制理论理论性强,抽象难懂,缺乏理论与实践的紧密结合。除了数学模型的建立部分还有实际系统外,从时域分析到根轨迹、频域法系统综合,都是从已知系统的动态结构开始,根本见不到原系统的影子,因此学生看到的是抽象的理论,而没有实际操作,久而久之,学生会对高深的理论失去兴趣^[3]。

联系人:强盛. 第一作者:强盛(1969—),男,博士,副教授.

为解决以上问题,必须采取基于项目的教学方法改革,在教学中列举一个循序渐进工程实例,如高精度机床滑动台系统,利用每一章所介绍的概念和方法,逐步对此例进行研讨。根据高精度机床对滑动台系统提出的严格要求,循序渐进地运用各章

介绍的技术和方法,完成该系统的设计并满足给定的性能指标。使得全部教学内容融会贯通,这是解决理论与实际相结合问题的有效手段^[4]。

本文介绍高精度机床滑动台系统在自动控制理论各章中的具体教学方法,内容包括系统建模、分析和设计,以及用 Matlab 求解各个具体设计和计算问题。

1 绪论的教学方法

对现代高精度机床日益迫切的需求导致了对工作台滑动系统的需求^[5]。如图 1 所示,滑动系统的目标是准确地控制工作台按照预期的路径移动。

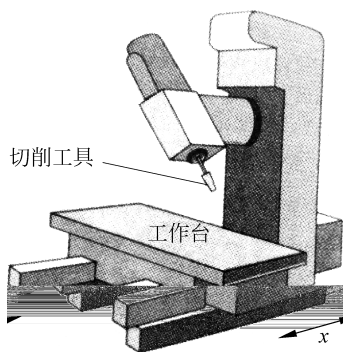


图 1 带有工作台机床
Figure 1 Machine tool with table

画出反馈系统的框图模型,使它能达到预期的目标,也就是说,能使工作台如图中所示沿 x 轴方向移动。

反馈系统的模型框图如图 2 所示。

2 系统数学模型的教学方法

2.1 传递函数模型

如图 3 所示,希望为机床的加工台面准确定位。与普通球形螺纹绞盘比较,带有绞盘的牵引驱动电机具有低摩擦、无反冲等优良性质,但容易

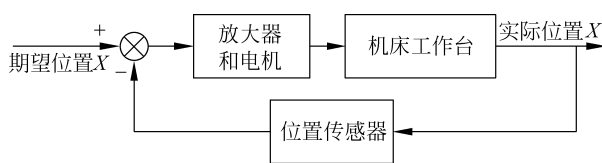


图 2 反馈系统模型框图

Figure 2 Feedback control system configuration

受到扰动的影响。图 3 中驱动电机为电枢控制式直流电机,其输出轴上安装绞盘,绞盘通过驱动杆移动线性滑动台面。由于台面使用了空气轴承,因此,它与工作台之间的摩擦可以忽略不计。

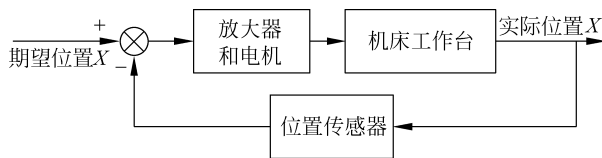


图 3 牵引驱动电机、绞盘和线性滑动台面

Figure 3 Traction drive, capstan roller and linear slide

在此条件下,利用表 1 给出的参数,建立系统的模型。注意,建立的是开环模型,带有反馈的闭环系统模型将在后面介绍。

表 1 电枢控制直流电机绞盘与滑动台面的典型参数

Table 1 Typical parameters for the armature-controlled DC motor and the capstan and slide

Ms	滑块质量	5.693kg
Mb	驱动杆质量	6.96kg
Jm	滚轮、转轴、电机与转速计的转动惯量	$10.91 \times 10^{-3} \text{kgm}^2$
r	滚轮半径	$31.75 \times 10^{-3} \text{m}$
bm	电机阻尼	0.268Nms/rad
Km	扭矩常数	0.8739Nm/amp
Kb	反电动势常数	0.838Vs/rad
Rm	电机电阻	1.36Ω
Lm	电机电感	3.6mH

牵引驱动电机、绞盘和线性滑动台面模型如图 4 所示。

图 4 中的开环传递函数为

$$\frac{X(s)}{V_a(s)} = \frac{rK_m}{s[(L_ms + R_m)(J_Ts + b_m) + K_bK_m]} \quad (1)$$

式中, $J_T = J_m + r^2(M_s + M_b)$

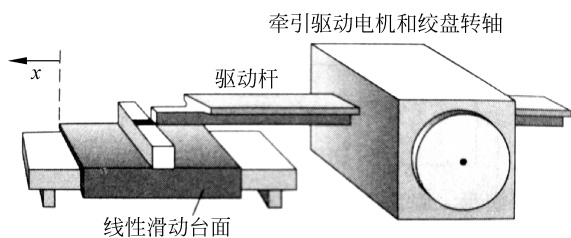


图4 牵引驱动电机、绞盘和线性滑动台面模型

Figure4 The model of the traction drive, capstan roller and linear slide

2.2 状态空间模型

继续考虑图3所示的滑动驱动系统,系统参数可以参见表1。滑台的摩擦和电机电感可以忽略不计。推导建立系统的一种状态空间模型。

开环传递函数如式(1)所示,定义状态变量 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \ddot{x}$, 则状态方程和输出方程为

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{R_m b_m + K_b K_m}{L_m J_T} & -\frac{L_m b_m + R_m J_m}{L_m J_T} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{r K_m}{L_m J_T} \end{bmatrix} v_a$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] X \quad (2)$$

3 系统分析的教学方法

3.1 反馈系统的特性

2.1 介绍了用于平移加工工件的绞盘驱动系统。如图5所示,该系统采用电容传感器来测量工件的位移,所得到的测量值的线性度高,精确度高。试确定该反馈系统的框图模型。当控制器取为放大器,且反馈回路 $H(s) = 1$ 时,计算系统的响应。另外,试为放大器增益 $G_c(s) = K_a$ 选择几个典型值,分别计算系统的单位阶跃响应。

开环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{s[(L_m s + R_m)(J_T s + b_m) + K_b K_m]} \quad (3)$$

闭环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{K_a K_m}{s[(L_m s + R_m)(J_T s + b_m) + K_b K_m] + K_a K_m} \quad (4)$$

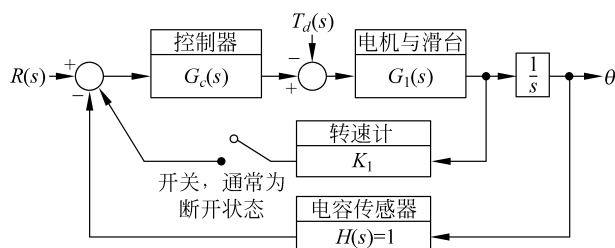
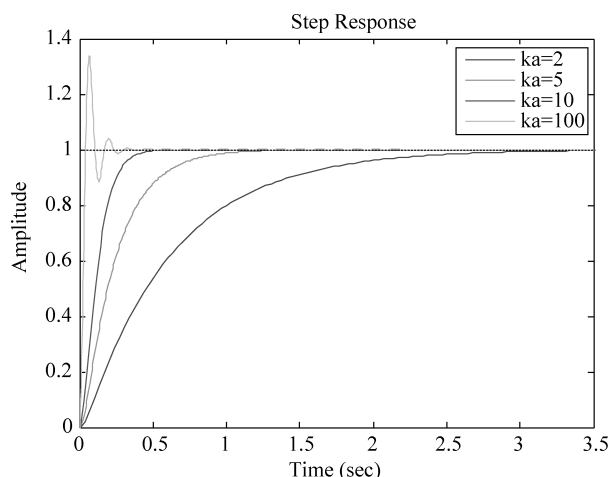


图5 带电容传感器的反馈系统

Figure 5 The model of the feedback system with a capacitance measurement sensor.

分别取 K_a 为 2, 5, 10, 100。不同 K_a 下的单位阶跃响应曲线如图6所示。

图6 不同 K_a 下的单位阶跃响应曲线Figure 6 Unit Step responses with different K_a

3.2 反馈系统的性能

前面几节都讨论了绞盘驱动装置。该装置总会有干扰信号存在,例如,当工件位置改变之后,加工部件就会放生变化。假定系统中的控制器仅仅是放大器,即 $G_c(s) = K_a$, 试分析单位阶跃干扰对系统的影响,并选择放大器增益 K_a 的合理取值,使系统对单位阶跃指令的超调量小于 5%,并尽可能减小干扰的影响。

代入对象模型参数,忽略电机电感,得开环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{26.035}{s(s + 33.142)} \quad (5)$$

对于干扰的闭环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{D(s)} = \frac{26.035}{s^2 + 33.142s + 26.035K_a} \quad (6)$$

对于单位阶跃干扰输入,稳态响应为

$$\theta_{ss} = \frac{1}{K_a} \quad (7)$$

$K_a = 22$ 时,超调量小于 5%。单位阶跃响应和单位扰动响应分别如图 7 和图 8 所示。

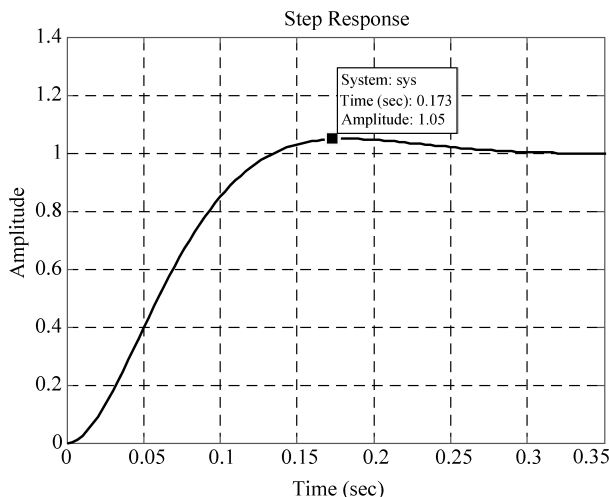


图 7 单位阶跃响应

Figure 7 Unit step response

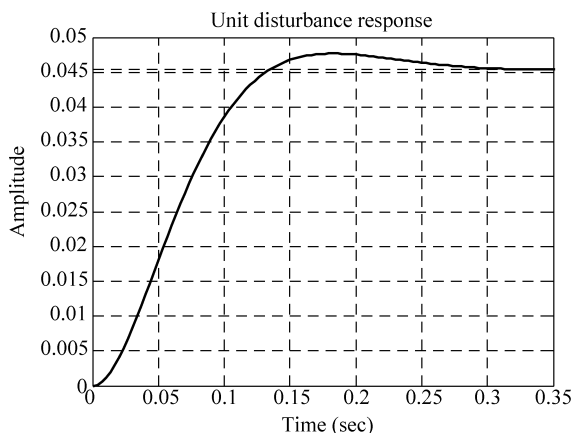


图 8 单位扰动响应

Figure 8 Unit Disturbance response

3.3 线性反馈系统的稳定性

在 3.2 研究的绞盘驱动系统中,如果选择放大器作为控制器,试确定增益 K_a 的最大值,以便保证系统稳定。

闭环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{26.035K_a}{s^2 + 33.142s + 26.035K_a} \quad (8)$$

根据劳斯判据得知, K_a 为正数,系统稳定。

3.4 根轨迹法

在 3.1 中的驱动电机与滑动台面系统中,使用了由转速计提供的输出信号作为一路反馈信号(当开关未闭合状态)。转速计的输出电压为 $v_r =$

$K_1\theta$,并根据此实现了可调增益 K_1 的速度反馈。试选择反馈增益 K_1 和放大器增益 K_a 的最佳值,使系统瞬态阶跃响应的超调量小于 5%,且调节时间小于 300ms(按 2% 准则)。

闭环传递函数为

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{26.035K_a}{s^2 + (33.1415 + 26.035K_aK_1)s + 26.035K_a} \quad (9)$$

特征方程为 $1 + K_1 \frac{26.035K_a s}{s^2 + 33.1415s + 26.035K_a} = 0$

根轨迹如图 9 所示。

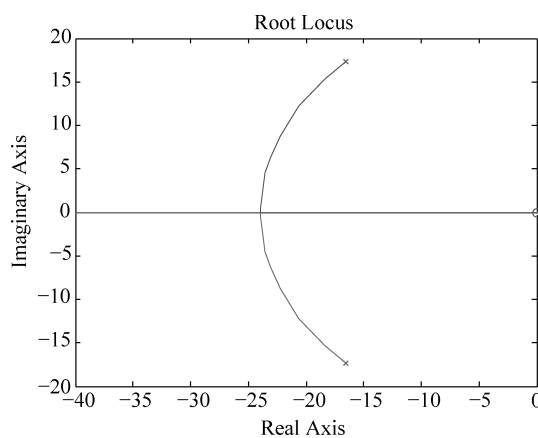


图 9 根轨迹

Figure 9 Root locus

选 $K_a = 22$, 要求 $\sigma_p < 5\%$, $t_s < 0.3$, 则闭环极点在

$$-\zeta\omega_n = -\frac{4}{0.3} = -13.33 \text{ 左侧}, \zeta > 0.69$$

因此选

$$K_1 = 0.012, \text{ 此时闭环极点 } s = -20 \pm j13$$

3.5 频域响应方法

考虑图 5 所示的模型,若断开该模型中的速度反馈回路(不再使用速度计),并将控制器取为 PD 控制器,即 $G_c(s) = K(s+2)$ 。当 $K=40$ 时,试绘制系统的开环伯德图,并估计系统阶跃响应的超调量和调节时间(按 2% 准则)。

开环传递函数为 $\frac{26.035K(s+2)}{s^2 + 33.142s}$, 当 $K=40$ 时

伯德图如图 10 所示。闭环系统单位阶跃响应如图 11 所示。

从图 11 可知,系统无超调,调节时间约为 0.19 秒。

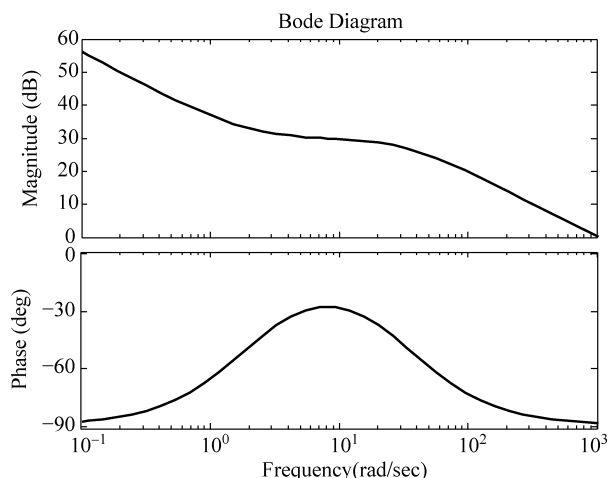


图 10 开环伯德图

Figure 10 Bode plot

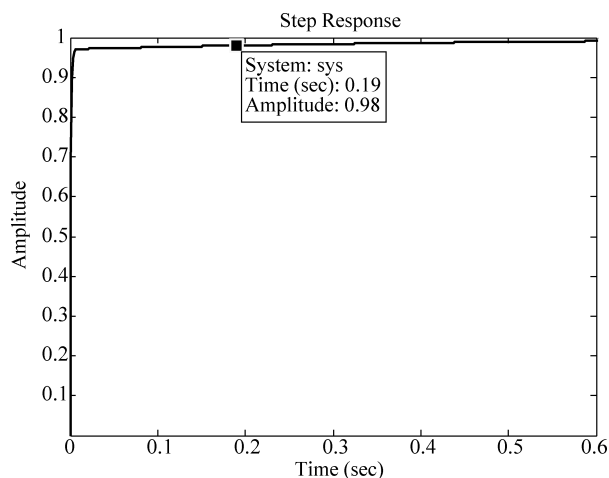


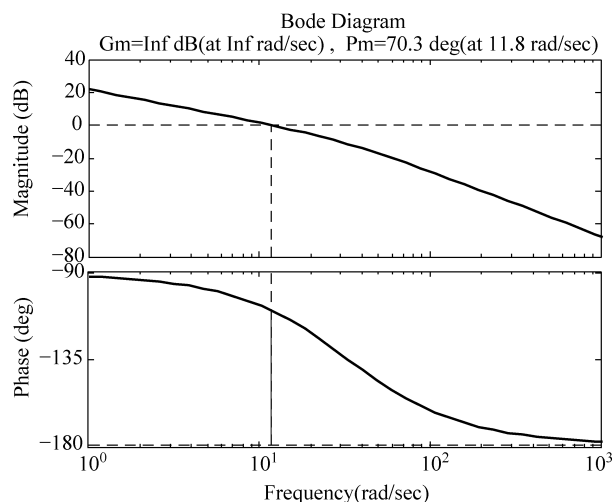
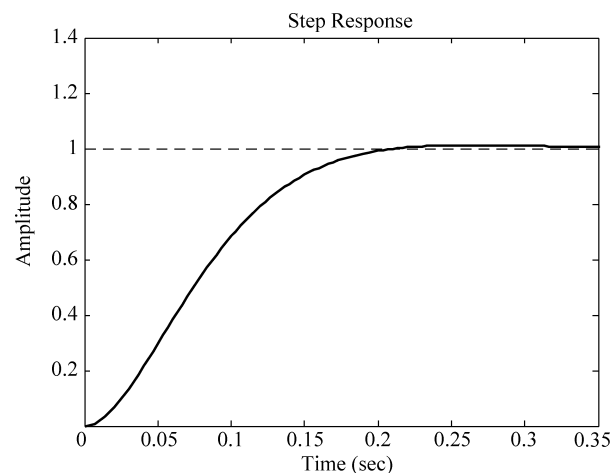
图 11 单位阶跃响应

Figure 11 Step response

3.6 频域稳定性

在图 5 给出的系统中,若选控制器为 $G_c(s) = K_a$,试确定 K_a 的值,使系统的相角裕度达到 70° ,并绘制此时系统的阶跃响应曲线。

开环传递函数为 $\frac{26.035K_a}{s(s+33.142)}$,当 $K_a = 16$ 时,相角裕度为 70.3° 。此时开环伯德图和闭环阶跃响应曲线分别为图 12 和图 13。

图 12 $K_a = 16$ 时的伯德图Figure 12 Bode plot with $K_a = 16$ 图 13 $K_a = 16$ 时的单位阶跃响应Figure 13 step response with $K_a = 16$

益,使系统具有最小拍响应,而且调节时间小于 250ms (按 2% 准则)。然后计算系统的阶跃响应,验证设计结果。

闭环特征方程为

$$s^2 + (33.142 + 26.035K_d)s + 26.035K_p = 0$$

最小节拍响应系统标准化传递函数的典型系数和响应性能指标表如表 2 所示。

表 2 最小节拍响应系统标准化传递函数的
典型系数和响应性能指标

Table 2 Coefficients and response measures of a deadbeat system

系统阶数	系数		超调量	调节时间
	α	β		
2	1.82		0.1%	4.82s
3	1.90	2.20	1.65%	4.04s

4 系统设计的教学方法

4.1 反馈控制系统设计

图 5 给出的滑动系统采用了比例-微分控制器,即 PD 控制器。试为 PD 控制器选择合适的增

查表 2 得二阶系统 $\alpha = 1.82, \omega_n T_s = 4.82$ 。因为要求 $T_s < 0.25$, 取 $\omega_n = 19.28$, 令

$$s^2 + \omega_n \alpha s + \omega_n^2 =$$

$$s^2 + (33.142 + 26.035K_D)s + 26.035K_P$$

得 PD 控制器 $G_c(s) = 14.28 + 0.075s$

单位阶跃响应如图 14 所示, 调节时间为 0.244 秒。

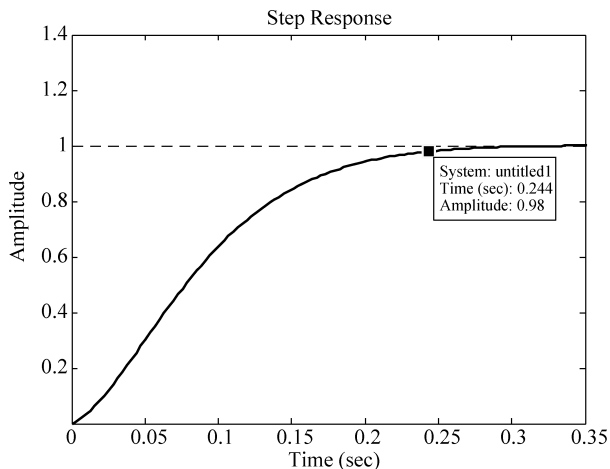


图 14 单位阶跃响应

Figure 14 Unit Step response

4.2 状态变量反馈系统设计

2.2 讨论过绞盘-滑台系统, 并给出了状态空间模型。试为系统设计一个状态变量反馈控制器,

使系统阶跃响应的超调量小于 2%, 调节时间小于 250ms。

忽略电机的电感, 假定位置 $x(t)$ 是输出。

$x_1 = x, x_2 = \dot{x}$, 得状态方程和输出方程为

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -33.14 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.827 \end{bmatrix} v_a \quad (10)$$

$$y = [1 \ 0] X$$

假设角度 θ 和角速度 $\dot{\theta}$ 可以测量, 取作状态

$$\text{反馈: } v_a = -\frac{k_1}{r} x_1 - \frac{k_2}{r} x_2 + a u$$

式中 $u(t)$ 是参考输入, 即期望位置输出 $x(t)$, 而 k_1, k_2 和 a 是待定系数。

$$x = r\theta = 0.03173\theta$$

则闭环状态方程和输出方程为

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -26.03k_1 & -33.14 - 26.03k_2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.827a \end{bmatrix} u \quad (11)$$

$$y = [1 \ 0] X$$

取 $k_1 = 50, k_2 = 1, a = 1574.1$, 则

$\sigma_p = 1.1\%, t_s = 0.11s$, 闭环极点为

$$s_{1,2} = -29.59 \pm j20.65$$

Simulink 仿真图如图 15 所示。

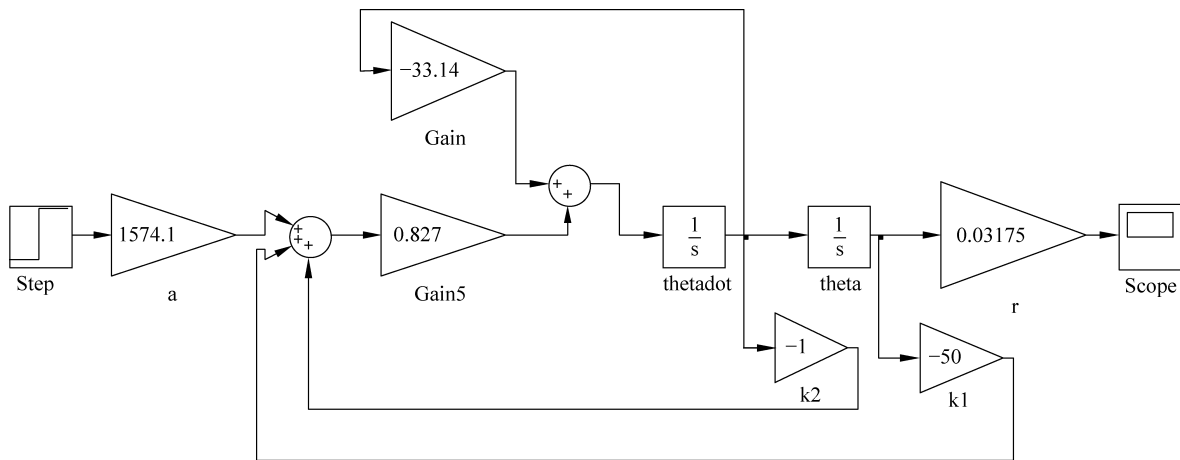


图 15 Simulink 仿真图

Figure 15 Simulink simulation

5 结论

本文详细介绍了高精度机床滑台系统在自

动控制理论各章中的具体教学方法, 内容包括系统建模、分析和设计, 以及用 Matlab 求解各个具体设计和计算问题。该循序渐进设计实例的教学方法具有一定的推广价值。教学效果得到了显著提高。

References

- [1] 强盛,史小平,何朕. 基于项目的“自动控制原理课程设计”改革探索[J], 实验室研究与探索, 2013, 32(11): 416-418。
- [2] Franklin Gene F, Powell J David, Emami-Naeini Abbas. Feedback control of dynamic systems [M]. 5th ed. San Antonio: Pearson Education, 2007: 230-235.
- [3] Ogata Katsuhiko. Modern control engineering[M]. 4th ed. San Antonio: Pearson Education, 2007: 512-530.
- [4] Dorf Richard C, Bishop Robert H. Modern control systems [M]. 12th ed. San Antonio: Pearson Education, 2012: 123-130.
- [5] P. I. Ro. Nanometric Motion Control of a Traction Drive. ASME Dynamic Systems and Control, vol. 55. 2, 1994, pp. 879-883.