

# 试论“现代控制理论”课程教学中工程应用能力的培养

王宏华

(河海大学能源与电气学院,江苏 南京 211100)

**摘要:** 本文以“现代控制理论”课程中的“能控性和能观测性分析”教学为例,从通过案例引入状态能控与状态能观的物理概念、揭示能控性和能观测性分析的工程实用价值、运用对偶原理促进学习迁移几个方面,对如何在现代控制理论教学中注重物理概念和工程应用背景,突出学生工程应用能力培养进行了探讨,并给出示例。

**关键词:** 现代控制理论; 教学改革; 工程应用

## The Training of the Engineering Application Ability in the Course of Modern Control Theory

Wang Honghua

(Hohai University, Nanjing 211100, Jiangsu Province, China)

**Abstract:** This paper takes the teaching of “controllability and observability analysis” in modern control theory courses as an example, investigating how to pay attention to the physical concept and engineering application background, highlight the students’ engineering application ability training. Several teaching measures such as introducing the physical concept of state controllability and state observability, revealing the engineering practical value of the controllability and observability analysis, using the duality principle to promote learning transfer are discussed in the paper.

**Key Words:** modern control theory; teaching ; engineering application

### 引言

“现代控制理论”是自动化、电气工程及其自动化等本科专业的一门重要专业基础课。该课程以动态系统基于状态空间模型的定量分析(状态方程求解)、定性分析(能控性、能观测性、李亚普诺夫稳定性)、状态反馈和状态观测器极点配置、最优反馈控制(线性二次型最优控制)为主线,重点讲授状态空间分析法和综合法的基本内容<sup>[1-10]</sup>。教学实践表明,由于状态空间控制理论的主要数

学工具为线性代数、矩阵论,在教与学的过程中,均绕不开大量的矩阵、向量运算,故容易脱离工程实际,使状态空间控制理论的重要概念与方法淹没在数学公式中<sup>[2-3]</sup>。如何使状态空间控制理论与工程实际问题紧密结合,提高学生应用现代控制理论分析、解决工程实际问题的能力是一直存在的教学难题<sup>[8-10]</sup>。能控性、能观测性是现代控制理论中特有的概念,也是状态空间极点配置、最优控制、最优估计的设计基础,本文以“现代控制理论”课程中的“能控性和能观测性分析”教学为例,对如何在教学中注重物理概念和工程应用背景,

---

王宏华(1963—),男,工学博士,教授。

突出学生工程应用能力培养进行探讨,并给出示例。

## 1 通过实例引入状态能控与状态能观的物理概念

由于在以外部数学模型为基础的经典控制理论中,不涉及能控与能观测问题,因此,教师在给出状态能控性和能观测性定义之前,首先应阐明状态空间描述是一种揭示了系统内部结构特性的数学模型,其中,状态变量为内部变量,输入、输出为外部变量。而在实际工程中,通常输入、输出变量的维数小于状态变量的维数,这就引发了外部的输入能否任意支配全部状态变量运动的问题即状态是否完全能控的问题,以及外部的输出能否完全反映全部状态变量任意形式的运动信息的问题即状态是否完全可观测的问题<sup>[1-3]</sup>。然后通过实例分析,揭示状态能控性和能观测性的工程背景和物理概念。

示例一:图1所示电路<sup>[1-3,9]</sup>, $u(t)$ 为输入,选取状态变量  $x_1 = u_{C1}$ ,  $x_2 = u_{C2}$ , 输出  $y = x_2$ 。

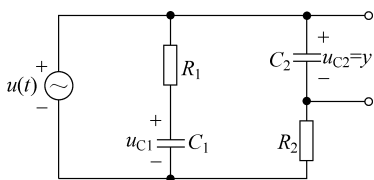


图1 示例1电路

Fig.1 The Circuit in example 1

由电路基本定理,可建立图1电路的状态空间表达式为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} \\ \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

显然,状态变量  $x_2$  可观测,但式(1)表明,  $x_1$ 、 $x_2$  相互独立(因两条阻容支路分别与理想电压源  $u(t)$  并联),  $x_1$  既无直接途径又无间接途径通向输出  $y$ ,故  $y$  中不含有  $x_1$  的运动信息,  $x_1$  不可观测。针

对图1电路,若要使  $x_1$  可观测,可增加  $x_1$  为另一个输出量。除此之外,可请学生思考,若改选输出  $y$  为流经  $u(t)$  的电流,这时  $x_1$ 、 $x_2$  均与输出有联系,就完全能观测吗?

$x_1$ 、 $x_2$  均与输入  $u(t)$  有联系,则均可控吗? 不一定! 需要视两条阻容支路的时间常数  $\tau_1 (=R_1 C_1)$ 、 $\tau_2 (=R_2 C_2)$  是否相等才能确定。若  $\tau_1 = \tau_2$ , 只有当  $x_1(0) = x_2(0)$  时才存在有限时间内能使  $(x_1(t), x_2(t))$  运动到原点的控制  $u(t)$ , 即输入  $u(t)$  不能任意支配全部状态变量的运动,因此状态不完全可控。但若  $\tau_1 \neq \tau_2$ , 则对于任意的非零初态均存在控制  $u(t)$ , 在有限时间内使  $(x_1(t), x_2(t))$  运动到原点,故状态完全可控。

通过上述实例分析,应使学生认识到状态变量与外部输入(外部输出)有直接或间接联系仅是其能控(能观测)的必要条件但并非充分条件。

在学生能对能控性和能观测性的工程背景和物理概念有直观认识的基础上,再给出状态能控性和能观测性的严格定义及其判据就较易理解了。在讲解状态能控性和能观测性的定义及其判据之后,还应注意通过工程实例加强学生工程应用能力的培养,例如,可以直流电动机的双机传动系统为例,通过对其状态能控性和能观测性分析,研究其控制器和测量点的合理设置方案<sup>[11]</sup>。

## 2 能控性和能观测性分析的工程实用价值

应引导学生充分认识到,状态空间控制理论中的能控性和能观测性分析具有如下工程实用价值:

### 2.1 揭示了传递函数矩阵只能表征系统中能控且能观子系统动力学特性的局限

先从实例入手,引导学生认识到传递函数这一外部数学模型的局限性。

示例二:图2(a)为某系统的方块图,图2(b)为其状态空间实现。

图2系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+3)(s-2)} \quad (2)$$

可请学生思考:式(2)的分子分母有公因式  $(s-2)$ , 能否约掉该公因式,得到式(3)?

$$G(s) = \frac{1}{s+3} \quad (3)$$

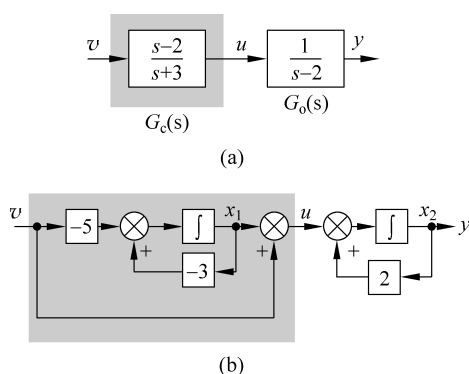


图2 示例2 系统方块图及其状态变量图

Fig. 2 Block diagram and state variable diagram of the system in example 2

答案是肯定的,因为传递函数中的  $s$  并非微分算子而是复变量,保留了分子分母公因式的式(2)为系统的名义传递函数,而约掉公因式后的式(3)为系统的最小阶传递函数,两者是相等的,仅表征了系统能控且能观子系统  $1/(s+3)$  的动力学特性。由式(3)易知,系统外部(BIBO)稳定。可这种外部稳定能确保系统真正稳定工作吗?

由图2(b)写出系统的状态空间表达式为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)的系统特征值为  $-3, 2$ , 故为内部不稳定。其状态完全能观但不完全能控,其中特征值  $-3$  能控,特征值  $2$  不能控,这是由于在输入通道中,零点  $2$  屏蔽了极点  $2$ ,故不能控子系统对应的不稳定运动模态  $e^{2t}$  不受输入控制,实际系统并不能真正稳定工作。

在上述实例分析的基础上,可进一步引导学生对以下问题进行梳理总结,以培养其工程应用能力:

为什么传递函数矩阵一般情况下是对动力学系统的一种不完全描述,而状态空间表达式则是一种完全描述? 两者在什么条件下等价?

为什么内部稳定性分析较外部稳定性分析更全面? 两者在什么条件下等价?

经典控制理论中,广泛采用的用串联补偿器的零点抵消被控对象极点的校正方法有什么限制

条件? 工程实践中,能否采用不稳定的零点抵消不稳定的极点?

## 2.2 状态能控性及能观测性分析是状态空间综合的基础

仍应从实例入手,引导学生认识到能控性和能观测性分析是线性状态反馈系统设计的基础。

示例三: 某系统按能控性和能观测性分解后的状态空间表达式如式(5)所示。

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0] x \end{cases} \quad (5)$$

请学生在对系统能控性和能观测性分析的基础上思考: 该系统能否采用状态反馈进行闭环极点任意配置? 能否采用状态反馈使闭环系统的极点配置为  $-1, -3, -1, -3$  或  $-1 \pm j, -1, -3$  或  $-1 \pm j, -5, -5$ ? 该系统采用状态反馈能否镇定? 该系统的观测器是否存在? 该系统的观测器极点是否可以任意配置? 能否使观测器的极点配置在  $-2, -2, -2, -3$  或  $-1 \pm j, -2, -3$  或  $-1 \pm j, -5, -5$ ?

在上述思考的基础上,可进一步引导学生总结梳理以下问题: 系统按能控性和能观测性进行结构分解的工程意义何在? 状态反馈闭环系统极点可任意配置的充要条件是什么? 状态反馈闭环系统可镇定的充要条件是什么? 状态观测器存在的充要条件是什么? 状态观测器极点可任意配置的充要条件是什么?

## 2.3 为构造传递函数矩阵最小实现指明了方向

最小实现的工程意义在于为传递函数矩阵所描述的系统构建结构最简、积分器最少的仿真模型,从而可为基于模拟计算机的系统仿真降低硬件成本或为基于数字计算机的数值仿真降低计算成本。各种最小实现方法均是围绕使系统状态完全能控且完全能观测展开的。

## 3 注意引导学生灵活运用对偶原理以促进学习迁移

众所周知,促进学习迁移有助于提高教学效率和学生的知识获取能力,而学以致用则是实现

学习迁移的重要条件之一<sup>[12]</sup>。

对偶原理是线性系统的重要性质,亦是简化系统分析与综合的重要理论。在现代控制理论教学中,应注意引导学生灵活运用对偶原理,以提高学生运用知识分析问题和解决问题的能力。

以线性连续定常系统为例,在推导出按能控性分解算法、单输入能控系统变换为能控标准型算法、单变量系统状态反馈极点配置算法等能控性问题的算法之后,应引导学生基于能控性问题的算法,运用原构系统的能控性(能观测性)等价于其对偶系统的能观测性(能控性)这一对偶性质,推导出按能观测性分解算法、单输出系统变换为能观测标准型算法、单变量系统状态观测器极点配置算法等能观测性问题的算法,这样通过知识的运用,既巩固了已有的知识,又促进了学生学习迁移能力的提高,而且可避免缺乏新意的烦琐数学推导。

#### 4 结论

突出状态空间控制理论的物理概念和工程应用背景,注重学生工程实践能力的培养是现代控制理论教学改革的方向。本文以“现代控制理论”课程中“能控性和能观测性分析”的教学为例,对通过案例引入状态能控与状态能观的物理概念、揭示能控性和能观测性分析的工程实用价值、运

用对偶原理促进学习迁移提出了建议。教学实践表明,这有助于提高学生应用现代控制理论分析、解决工程实际问题的能力。

#### 参考文献

- [1] 王宏华等. 现代控制理论. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [2] 吴麒. 自动控制原理(上、下册). 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [3] 郑大中. 线性系统理论. . 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [4] 韩曾晋. 现代控制理论和应用. 北京: 北京出版社, 1987.
- [5] 全茂达. 线性系统理论和设计. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1998.
- [6] Franklin G. F 等著, 朱齐丹等译. 动态系统的反馈控制. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [7] Katsukiko Ogata 著, 卢伯英等译. 现代控制工程. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2000.
- [8] 刘豹. 现代控制理论. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [9] 胡寿松. 自动控制原理. 4 版. 北京: 科学出版社, 2001.
- [10] 赵明旺等. 现代控制理论. 武汉: 华中科技大学出版社, 2007.
- [11] 易继镭等. 电气传动自动控制原理与设计. 北京: 北京工业大学出版社, 1997.
- [12] 沈祖懋等. 心理学教程. 南京: 南京大学出版社, 1991.