

基于单自由度弹性关节机器人模型的 “现代控制理论基础”课程设计

任 凭¹

(¹中国海洋大学, 山东青岛 266100)

摘 要: 本文介绍了一种单自由度弹性关节机器人的线性定常模型,并基于该模型为本科“现代控制理论”课构建了一项新的课程设计。现代控制理论课涉及的知识点都可以在此模型上得到应用,例如:状态方程转化、状态转移矩阵、状态方程转化传递函数、能控能观性分析、状态反馈控制器、状态观测器、二次型最优控制、李雅普诺夫稳定性等。此外,该课程设计项目还可以展现出运用经典控制理论与现代控制理论手段在处理同一系统控制器设计时的区别与联系,从而通过对比方式,加深学生对这两门核心课程的理解。

关键词: 现代控制理论; 机器人动力学; 控制系统分析与设计

A Course Project for Fundamentals of Modern Control Theory Based on a Single-DOF Robot Model with a Flexible Joint

Ping Ren¹

(¹Ocean University of China, Qingdao 266100, Shandong Province, China)

Abstract: This paper introduces a linear time-invariant model of a single-degree-of-freedom robot with a flexible joint. Based on its dynamics, a new course project has been created for an undergraduate Modern Control Theory course. Basically, all topics covered in the course could be implemented on this flexible robotics model, which include but are not limited to: state equation modeling, state transition matrix, state equation to transfer function, controllability and observability, state feedback controller, state observer, quadratic optimal control, and Lyapunov stability. In addition, this project may help to enhance students' understanding on both classical and modern control theories through a comparative study on the controller design issue of the same system using two different approaches.

Key Words: Modern Control Theory; Robot Dynamics; State Feedback Controller and State Observer

引言

在当前通行的本科生现代控制理论教材中,基于状态空间方程的例题以及作业题大多以二、

三阶模型为主。教材在使用这些模型时,有时会简略介绍该模型所依托的物理或工程背景,例如滑块-弹簧-阻尼系统、简化汽车悬浮系统、陀螺仪传感器系统、伺服控制系统等,但更多的情况则是根据课本章节内容,直接将状态空间方程的数学

联系人: 任凭. 第一作者: 任凭(1980—),男,博士,副教授.

基金项目: 中国海洋大学本科教学工程项目: 一种单自由度弹性关节机器人模型在“现代控制理论”教学中的应用研究

表达式给出【1】。由于通行教材中的状态方程模型普遍阶数较低,学生在求解时大多采用纸笔计算的方式,运用理论工具并在一定时间内逐步提高解题正确率,从而实现对本功的训练。

近年来,伴随着“工程教育专业认证”工作的日益深入以及“新工科研究与实践”项目的启动【2】,对自动化专业本科生分析、设计复杂控制系统的能力要求日渐提高。原有的课本例题加作业题加闭卷考试的训练方式,已渐渐无法满足“本科生应具备分析处理复杂工程问题能力”这一毕业要求【3】。因此,在现代控制理论的授课过程中增加大型课程设计项目已经成为必然趋势。在课程设计中,学生可以在相对较长的时间内采用多种方法处理高阶控制系统的分析与综合问题,并通过仿真与实验进行验证,加深对知识的理解。

1 课程设计项目的基础模型

本文认为,一个适合本科生使用的现代控制理论课程设计项目应当具备以下特点:

(1) 阶数较高的线性定常系统

较高的阶数可以加强学生使用仿真软件求解复杂控制问题的能力,而线性定常可以保证课程设计的难度不至于超出教学大纲的要求。

(2) 具有时代感的工程应用背景

在当前信息社会的背景下,学生接触科技前沿的机会非常多。现行现代控制理论课本中采用的工程模型,往往是沿用了十几年的经典模型,与当下的科技发展新方向有所脱节。而具有时代感的模型背景将有助于提高学生学习兴趣,扩大知识面。

基于上述两点认识,本文将视野投向在国际上认可度最高的机器人学教材《Robot Modeling and Control》【4】,以该文献第7章中讲述的一种单自由度弹性关节机器人模型为基础,开展课程设计的构建。

如图1所示,该模型由三部分构成:伺服电机、传动链与负载杆,从机构学角度可视为一个具有单转动关节的单自由度串联机器人。在现实中,传动链的主体由减速器构成,但模型没有将减速器完全视为刚体,而是将其建模为以 k 为弹性系数的扭转弹簧,从而构建了一个具有弹性关节的

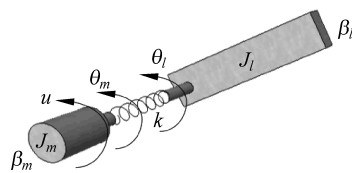


图1 单自由度弹性关节机器人模型
Figure 1 A Single-Degree-of-Freedom Robot Model with a Flexible Joint

机器人机构。该模型的动力学方程可以描述为:

$$J_l \ddot{\theta}_l + \beta_l \dot{\theta}_l + k(\theta_l - \theta_m) = 0 \quad (1)$$

$$J_m \ddot{\theta}_m + \beta_m \dot{\theta}_m - k(\theta_l - \theta_m) = u \quad (2)$$

其中: J_l 与 J_m 分别为负载杆与电机的转动惯量, θ_l 与 θ_m 分别为负载杆与电机的转角, β_l 与 β_m 分别为负载杆与电机的阻尼系数, u 为输入扭矩。

从运动控制角度来看,该系统的主要控制问题可以描述为:如何设计好控制输入扭矩 u ,使输出的负载杆转角 θ_l 在电机转角 θ_m 的耦合作用下,依然具有较好的稳定收敛特性。

2 课程设计各模块

以前述单自由度弹性关节机器人动力学模型为出发点,构建一个具有以下10个模块的课程设计项目。

2.1 背景调研

这一模块的作用是使学生理解该模型的工程应用背景。通过收集网络资料进行背景调研,让学生感受到“现代控制理论”课与“机器人技术基础”、“电机拖动控制系统”等课程之间的联系。此外,授课教师还可以适当补充《Springer Handbook of Robotics》【5】中相关章节中的内容,使学生了解该模型的提出对于弹性机器人这一机器人学科分支的开创意义,以及弹性机器人理论在工业机器人、太空机器人领域的广泛应用。

2.2 状态空间方程建模

采用状态空间方程对式(1,2)中的微分方程模型进行改写。其过程如下:

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_l \quad x_2 = \dot{\theta}_l \quad x_3 = \theta_m \quad x_4 = \dot{\theta}_m \\ \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{J_l}x_1 - \frac{B_l}{J_l}x_2 + \frac{k}{J_l}x_3 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k}{J_m}x_1 - \frac{B_m}{J_m}x_4 - \frac{k}{J_m}x_3 + \frac{1}{J_m}u$$

状态方程各矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_l} & -\frac{B_l}{J_l} & \frac{k}{J_l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_m} & 0 & -\frac{k}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad D = 0 \quad (4)$$

显然,该模型为单输入单输出四阶线性定常系统。学生需要借助仿真工具才能更加有效地对系统进行分析与设计。

2.3 状态转移矩阵

给定参数数值,要求学生采用拉式变换方法、级数方法、凯利-汉密尔顿方法对状态转移矩阵进行求解,并通过仿真进行验证,三种方法所得结果应当完全相同。

2.4 时域响应仿真

本模块包含两个子任务:首先在状态初值不为零,输入为零的情况下对系统进行仿真;然后在输入 u 为阶跃信号时,对系统进行仿真。仿真建议采用两种方式。以 MATLAB 为例,一种方法是使用状态方程的时域解画出响应曲线,第二种方法是使用 ode45 等数值积分指令画出响应曲线。两组曲线应当完全重合。

通过分析结果可以发现,该模型在开环情况下无法保证 BIBO 稳定,因此有必要进行闭环反馈控制器的设计。

2.5 能控能观性分析

在给定参数数值的情况下,可以通过检验能控能观判据矩阵阶数的方式进行分析。在更广义的情况下,可以基于式(4)中 A, B, C 矩阵的解析形式直接进行判据矩阵的推导,并通过矩阵行列式的求取进行分析。本系统显然满足能控性与能观性的基本条件,为控制器与观测器的设计奠定了基础。

2.6 状态反馈控制器设计

假设各状态分量均可量测。在给定二阶响应性能指标(超调量、超调时间、系统频宽等)的条件

下,要求学生确定一对控制器闭环主导极点的位置以及两个远极点的位置。根据四个极点的期望位置进行极点配置,计算控制器增益矩阵 K 的数值,并通过仿真验证控制器的性能。

2.7 状态观测器设计

假设状态不能完全量测。根据上一模块的控制器极点位置,设计观测器极点位置(依据经验法则,观测器极点距离虚轴的距离应为控制器极点的五倍),并计算相应的观测器增益矩阵 G 的数值。将式(3,4)中的状态方程模型进行扩维,建立一个八阶带观测器的状态反馈控制器模型,并进行仿真。仿真时采用多组与虚轴距离不同的观测器极点进行对比验证,分析其对控制器性能的影响。

2.8 李雅普诺夫稳定性分析

定义二次型李雅普诺夫函数,对其求导后代入状态方程模型,验证李雅普诺夫稳定性。

2.9 最优控制器设计

定义二次型积分式性能指标函数,采用代数黎卡提方程求取最优增益,并通过仿真进行验证。

2.10 PD 控制器与状态反馈控制器的比较

按照经典控制理论的设计方法,以负载杆转角 θ_l 及其角速度(或者电机转角 θ_m 及其角速度)均可搭建 PD 控制器,实现对系统的控制。在固定 PD 控制器比例系数与微分系数比率的情况下,可以采用根轨迹方法对控制器参数进行设计。通过与状态反馈控制器比较可以发现,PD 控制器可以令极点在二维空间内进行配置,而状态反馈控制器可以令极点在四维空间内进行配置,显然灵活性更强。

3 课程设计的实施方法

在上述 10 个课程设计模块中,第一至第五与第八模块属于控制系统分析范畴,第六、第七、第九、第十模块属控制系统设计范畴。模块的前后完成顺序可以依照通行现代控制理论课本的章节顺序进行适当调整。授课教师不应当将所有课程设计模块一次性布置给学生,而应当随着课程的进度,将课程设计模块逐个下发,并提供设计报告模版,安排适当的时间进行中期与期末验收。下表展示了一个 16 周、32 学时“现代控制理论基础”课

的教学日历,并附有布置课程设计模块的建议顺序。

表 1 教学日历对应课程设计模块

Table 1 Teaching Calendar V. S. Course Project Modules

周次	教学内容	课程设计模块
第一周	现代控制理论概论	
第二周	第一章 数学基础	
第三周	第二章 状态空间方法 2.1 状态空间方法导论	1. 背景调研
第四周	第二章 状态空间方法 2.2 状态空间例题讲解 2.3 计算机仿真状态方程	2. 状态空间方程建模
第五周	第二章 状态空间方法 2.4 状态空间方程解与转移矩阵	3. 状态转移矩阵
第六周	第二章 状态空间方法 2.5 传递函数矩阵与系统交连解耦	4. 时域响应仿真
第七周	第二章 状态空间方法 2.6 离散性系统状态空间方程 2.7 连续状态方程离散化	
第八周	第三章 能控性与能观性 3.1 导论 3.2 线性定常系统的能控性判据	
第九周	第三章 能控性与能观性 3.3 线性定常系统的能观性判据 3.4 能控能观性与传递函数零极点关系	5. 能控能观性分析
第十周	第三章 能控性与能观性 3.5 对偶原理与能控能观标准型	课程设计中 期检查
第十一周	第四章 状态反馈与状态观测器 4.1 极点配置法	6. 状态反馈控制器设计
第十二周	第四章 状态反馈与状态观测器 4.2 状态观测器设计	7. 状态观测器设计
第十三周	第五章 系统的稳定性 5.1 导论 5.2 李雅普诺夫稳定性	8. 李雅普诺夫稳定性分析
第十四周	第五章 系统的稳定性 5.3 线性定常系统的稳定性判据 第六章 最优控制理论介绍	

续表

周次	教学内容	课程设计模块
第十五周	第六章 最优控制理论介绍	9. 最优控制器设计 10. PD 控制器与状态反馈控制器比较
第十六周	最优控制案例讲解总复习	提交课程设计最终版报告

如有必要对学生进行分层次教学,则可将前述 10 模块中的第一至第七模块设定为课程设计项目的必做模块,第八至第十模块设定为选做模块,主要针对部分理解力较好且学有余力的学生。授课教师也可以根据自身特点,设置更多的设计模块,例如降维观测器设计、自适应控制器设计等,从而满足学生对理论知识的更高层次需求。

在选取模型中各个参数的仿真数值时,鼓励学生从伺服电机以及减速机的技术手册中查阅更切合工程实际的具体数值。授课教师也可以向学生提供较为简单的仿真数值,帮助他们尽快熟悉系统模型。建议使用如下参数值:

$$J_l = 10, \quad J_m = 2, \quad \beta_l = 1, \\ \beta_m = 0.5, \quad k = 100。$$

4 结论与未来工作

基于单自由度弹性关节机器人动力学模型的课程设计项目已在本单位 2013 级、2014 级自动化专业本科生的“现代控制理论基础”课程中得到了应用,并参加了本单位组织的 2017 学年春季学期教学评估,获得了评审专家的认可。未来将根据学生反馈意见与完成效果进一步改进该设计项目,并基于该机器人模型设计相应的硬件实验平台。

References

- [1] 现代控制理论(第三版),于长官主编,哈尔滨工业大学出版社,2005
- [2] 关于开展新工科研究与实践的通知(教高司函[2017]6号),教育部高等教育司,2017
- [3] 工程教育认证标准(2015版),中国工程教育认证协会,2015
- [4] Robot Modeling and Control, Mark Spong 等著, John Wiley & Sons, 2006
- [5] Springer Handbook of Robotics, Bruno Siciliano 等编, Springer, 2008