刘维烨专用资料

Xiaoyu Xue

2017 年 9 月 28 日

1 数学

1.1 数学符号

1. 求和：$\sum_{i=0}^{n} a_i = a_0 + \ldots + a_n$
2. 坐标: 三维坐标用 (x, y, z) 表示
3. 向量: $\vec{a}$ 或者 $\mathbf{a}$，三维向量 $\mathbf{a} = (x, y, z)$
4. 有限元差分: 用 Δx 来表示两个物理量 $x1$, $x2$ 的变化量

1.2 向量

1.2.1 向量的长度

$\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$，向量 $\mathbf{a}$ 的长度为

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

1.2.2 向量加法

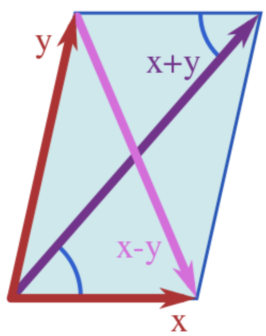
$\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$，$\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$，三角形或者平行四边形准则

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

1.2.3 向量数乘

一个数乘一个向量的结果是一个向量

$$c\mathbf{a} = c(x, y, z) = (cx, cy, cz)$$



1.2.4 向量点乘

向量点乘的结果是一个标量：

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \cos\theta = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

1.2.5 向量叉乘

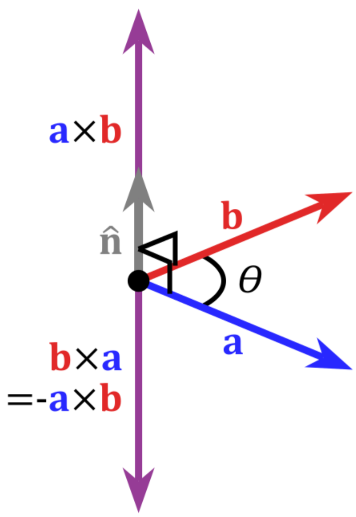
向量叉乘的结果是一个向量，长度为

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin\theta$$

向量为:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1z_2 - y_2z_1, x_2z_1 - x_1z_2, x_1y_2 - x_2y_1)$$

向量的方向根据坐标系选择左右手法则（不满足交换律）



2 位移、速度和加速度

2.1 位移

定义：由初位置到末位置的一段有向线段（向量）

假设点 A 的位置为 $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$，点 B 的位置为 $\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$，A 到 B 的位移为 $\mathbf{x} = \mathbf{b} - \mathbf{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

2.2 速度

定义：一个物体的速度定义成在某个参考系下它的位置的变换率，是一个随时间变化的函数，可以用 $\mathbf{v}(t)$ 表示

2.2.1 平均速度 (Average velocity)

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$$

其中 $\Delta\mathbf{x}$ 表示位移，Δt 表示经历的时间

2.2.2 瞬时速度 (Instantaneous velocity)

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t}$$

因此位移可以通过瞬时速度的积分求得

$$\mathbf{x} = \int \mathbf{v}\mathrm{d}t$$

2.3 加速度

定义：加速度为速度随时间的变化率（向量），是一个时间的函数，用 $\mathbf{a}(t)$ 表示

2.3.1 平均加速度 (Average acceleration)

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

其中 $\Delta\mathbf{v}$ 为速度差，Δt 为经历的时间

2.3.2 瞬时加速度 (Instantaneous acceleration)

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$$

可以看出瞬时加速度是速度随时间的导数，速度优势位移随时间的导数，所以加速度是位移随时间的二阶导数

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{x}}{\mathrm{d}t^2}$$

3 受力分析

4 牛顿运动定律

5 圆周运动