华东理工大学

概率论与数理统计

作业簿（第九册）

学　院 ____________专　业 ____________班　级 ____________
学　号 ____________姓　名 ____________任课教师____________

第十七次作业

一. 选择题

1. 棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理的叙述是：若 μ_n 是 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数， p 是事件 A 在每次试验中发生的概率， $0<p<1$，则对任何 x，有（C）成立。

A、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\}=0$；

B、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\}=1$；

C、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\frac{\mu_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$；

D、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\mu_n<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

2. 生产线上组装每件产品的时间服从指数分布，统计资料表明该生产线每件产品的平均组装时间为 10 分钟，各件产品组装时间相互独立，若要以概率 95%保证在 16 小时内最多可组装（ A ）件成品

A、81，　　B、82，　　C、83，　　D、84。

3. 设 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n,\cdots$ 是两两不相关的随机变量序列，方差存在且有共同的上界，即 $D\xi_n\le C\ (n=1,2,\cdots)$，则 $\{\xi_n\}$ 服从切比雪夫大数定律，即对任何 $\varepsilon>0$，有（B）成立。

A、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E\xi_i\right|<\varepsilon\}=0$；

B、 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E\xi_i\right|<\varepsilon\}=1$；

C、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\xi_i-\sum\limits_{i=1}^{n}E\xi_i}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}D\xi_i}}<x\}=\int_{-\infty}^{x}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$；

D、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\sum\limits_{i=1}^{n}\xi_i<x\}=\int_{-\infty}^{x}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$.

4. 设$\{\xi_n\}$为独立同分布的随机变量序列，其概率分布为：

$$P(\xi_n=\frac{2^k}{k^2})=\frac{1}{2^k}，\ k=1,2,\cdots$$

则利用（ D ）可知$\{\xi_n\}$服从大数定律。

A、马尔可夫大数定律，　　　B、切比雪夫大数定律，
C、伯努利大数定律，　　　　D、辛钦大数定律。

二．填空题

1. 一批产品的不合格率为 0.02，现从中任取 40 只进行检查，若发现两只或两只以上不合格品就拒收这批产品，分别用以下方法求拒收的概率：（1）用二项作精确计算拒收的概率为 <u>0.1905</u>；（2）若利用泊松分布作近似计算，得到拒收的概率为 <u>0.1912</u>；(3)若利用中心极限定理作近似计算，得到拒收的概率为 <u>0.0877</u>.

2. 已知一本 300 页的书中每页印刷错误的个数服从普阿松分布$P(0.2)$，若直接利用普阿松分布的可加性来计算，则这本书印刷错误总数不多于 70 个的概率为 <u>0.9098</u>；若利用中心极限定理作近似计算，则这本书印刷错误总数不多于 70 个的概率为 <u>0.9015</u>.

3. 检验员逐个检查产品，以$\frac{1}{2}$概率用 10 秒钟查一个产品，以$\frac{1}{2}$概率用 20 秒钟（重复两次）检查一个产品，为了利用中心极限定理近似计算在 8 小时内检验员所查产品多于 900 个的概率，可以将检验员检查一个产品的时间（秒）看作一个随机变量ξ_i，于是有ξ_i的概率分布为 $\underline{P(\xi_i=10)=\frac{1}{2}}$，$\underline{P(\xi_i=20)=\frac{1}{2}}$，故$\xi_i$的数学期望为 <u>15</u> 和方差为 <u>225</u>。利用林德贝格-列维中心极限定理可知在 8 小时内检验员所查产品多于 900 个的概率为 <u>0.9772</u>.

三．计算题

1. 作加法时，对每个加数四舍五入取整，各个加数的取整误差可以认为是相互独立的，都服从$(-0.5,0.5)$上的均匀分布。现在有 1200 个数相加，问取整误差总和的绝对值超过 12 的概率是多少？

解： 设各个加数的取整误差为ξ_i（$i=1,2,\cdots,1200$）。因为 $\xi_i \sim U(-0.5,0.5)$，所以 $\mu = E\xi_i = \dfrac{-0.5+0.5}{2} = 0$ ，$\sigma^2 = D\xi_i = \dfrac{(0.5+0.5)^2}{12} = \dfrac{1}{12}$ （$i=1,2,\cdots,1200$）。

设取整误差的总和为 $\eta = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i$，因为$n=1200$数值很大，由定理知，这时近似有 $\eta = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$ ，其中，$n\mu = 1200\times 0 = 0$，$n\sigma^2 = 1200\times\dfrac{1}{12} = 100$ 。

所以，取整误差总和的绝对值超过 12 的概率为

$$P\{|\eta|>12\} = 1-P\{-12\le\eta\le 12\} \approx 1-\left[\Phi\left(\frac{12-n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right)-\Phi\left(\frac{-12-n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right)\right]$$

$$=1-\left[\Phi\left(\frac{12-0}{\sqrt{100}}\right)-\Phi\left(\frac{-12-0}{\sqrt{100}}\right)\right] = 1-\Phi(1.2)+\Phi(-1.2)$$

$$=2[1-\Phi(1.2)] = 2\times(1-0.8849) = 0.2302 \quad 。$$

2. 设有 30 个相互独立的电子器件$D_1,D_2,\cdots,D_{30}$，它们的使用情况如下：D_1损坏，D_2立即使用；D_2损坏，D_3立即使用，…。设器件$D_i\ (i=1,2,\cdots,30)$的寿命服从参数为$\lambda=0.1$（1/小时）的指数分布，令T为 30 个器件使用的总计时间。问T超过 350 小时的概率是多少？

解： 设ξ_i是第i个电子器件的寿命，已知$\xi_i \sim E(0.1)$，$i=1,2,\cdots,30$，它们独立同分布，$E\xi_i = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{0.1} = 10$，$D\xi_i = \dfrac{1}{\lambda^2} = \dfrac{1}{0.1^2} = 100$，$i=1,2,\cdots,30$。

根据独立同分布中心极限定理，可认为 $T=\sum\limits_{i=1}^{30}\xi_i$ 近似服从正态分布 $N(n\mu,n\sigma^2)$，其中 $n\mu = nE\xi_i = 30\times 10 = 300$ ，$n\sigma^2 = nD\xi_i = 30\times 100 = 3000$。

所以

$$P\{T>350\} = 1-P\{T\le 350\} \approx 1-\Phi\left(\frac{350-300}{\sqrt{3000}}\right) = 1-\Phi\left(\frac{50}{\sqrt{3000}}\right)$$

$$\approx 1-\Phi(0.913) \approx 1-0.8186 = 0.1814 \quad 。$$

3. 某种福利彩票的奖金额ξ由摇奖决定，其分布列为

ξ(万元)	5	10	20	30	40	50	100
P	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

若一年中要开出 300 个奖，问需要准备多少奖金总额，才有 95%的把握，保证能够发放奖金？

解: 设需要资金总额为 b, 设ξ_i表示第 i 个奖金额, 其中$i=1,2,\cdots,300$, 其期望和方差分别为$E\xi_i=29, D\xi_i=764$，利用独立分布中心极限定理近似，得$P(\sum_{i=1}^{300}\xi_i \le b)=0.95$， $\Phi\left(\dfrac{b-300\times 29}{\sqrt{300\times 764}}\right)=0.95$，查表得$\dfrac{b-300\times 29}{\sqrt{300\times 764}}=1.6449$，即$b\approx 9487.5$.

4. 一复杂系统，由多个相互独立作用的部件组成，在运行期间，每个部件损坏的概率都是0.1，为了使整个系统可靠地工作，必须至少有 88%的部件起作用。

（1）已知系统中共有 900 个部件，求整个系统的可靠性（即整个系统能可靠地工作的概率）。

（2）为了使整个系统的可靠性达到0.99，整个系统至少需要由多少个部件组成？

解: 设ξ是起作用的部件数 ，$\xi\sim b(n,p)$，当n比较大时，近似有$\xi\sim N(np,npq)$。

（1） $n=900$， $p=0.9$， $q=1-p=0.1$, $np=810$， $npq=81$。

整个系统要能可靠地工作，至少要有 $n\times 88\%=900\times 88\%=792$ 个部件起作用，所以，这时系统能可靠地工作的概率等于

$$P\{792\le\xi\le 900\}\approx \Phi(\frac{900-810}{\sqrt{81}})-\Phi(\frac{792-810}{\sqrt{81}})=\Phi(10)-\Phi(-2)\approx 0.9772 .$$

（2）设至少需要n个部件， $np=0.9n$， $npq=0.09n$。

这时系统能可靠地工作的概率等于

$$P\{0.88n\le\xi\le n\}\approx\Phi(\frac{n-0.9n}{\sqrt{0.09n}})-\Phi(\frac{0.88n-0.9n}{\sqrt{0.09n}})=\Phi(\frac{\sqrt{n}}{3})-\Phi(-\frac{\sqrt{n}}{15})$$

$$\approx 1-\Phi(-\frac{\sqrt{n}}{15})=\Phi(\frac{\sqrt{n}}{15})$$

（ 因为本题中n很大，$\dfrac{\sqrt{n}}{3}$的值远远超过了4，所以可以认为 $\Phi(\dfrac{\sqrt{n}}{3})\approx 1$ ） 。

要$\Phi(\frac{\sqrt{n}}{15})\ge 0.99$，查表可得$\frac{\sqrt{n}}{15}\ge 2.3263$，即$n\ge(2.3263\times 15)^2\approx 1218$，即如果整个系统可靠性要达到0.99，它至少需要由1218个部件组成。

5. 分别用切比雪夫不等式和德莫哇佛-拉普拉斯极限定理确定：当掷一枚硬币时，需要掷多少次，才能保证出现正面的概率在0.4～0.6之间的概率不少于90%。

解 设要掷n次硬币，ξ是掷出的正面数，$\xi\sim b(n,p)$，$p=0.5$，$q=1-p=0.5$，

$E\xi=np=0.5n$，$D\xi=npq=0.5n\times 0.5=0.25n$。

（1）用切比雪夫不等式估计。

$$P\{0.4\le\frac{\xi}{n}\le 0.6\}=P\left\{\left|\frac{\xi}{n}-0.5\right|\le 0.1\right\}=P\{|\xi-0.5n|\le 0.1n\}$$

$$=P\{|\xi-E\xi|\le 0.1n\}\ge 1-\frac{D\xi}{(0.1n)^2}=1-\frac{0.25n}{0.01n^2}=1-\frac{25}{n}$$。

现在要$P\{0.4\le\frac{\xi}{n}\le 0.6\}=1-\frac{25}{n}\ge 0.9$，即要有$n\ge\frac{25}{1-0.9}=250$。用切比雪夫不等式估计，需要掷250次。

（2）用德莫哇佛-拉普拉斯定理估计。

因为$\xi\sim b(n,p)$，近似有$\xi\sim N(np,npq)$，$np=0.5n$，$npq=0.25n$。

$$P\{0.4\le\frac{\xi}{n}\le 0.6\}=P\{0.4n\le\xi\le 0.6n\}\approx\Phi(\frac{0.6n-0.5n}{\sqrt{0.25n}})-\Phi(\frac{0.4n-0.5n}{\sqrt{0.25n}})$$

$$=\Phi(0.2\sqrt{n})-\Phi(-0.2\sqrt{n})=2\Phi(0.2\sqrt{n})-1$$。

现在要$P\{0.4\le\frac{\xi}{n}\le 0.6\}=2\Phi(0.2\sqrt{n})-1\ge 0.9$，即要有$\Phi(0.2\sqrt{n})\ge 0.95$，查表可得$0.2\sqrt{n}\ge 1.6449$，即有$n\ge(\frac{1.6449}{0.2})^2=67.6424$。大于67.6424的最小整数是68，用德莫哇佛-拉普拉斯定理估计，只要掷68次就可以了。

6. 设$\{\xi_n\}$为独立同分布随机变量序列，其概率分布律为

$$P(\xi_n=\pm\log k)=\frac{1}{2}\quad(n=1,2,\cdots),$$

k为大于零的常数，试证$\{\xi_n\}$服从大数定律。

解：$\{\xi_n\}$是独立同分布随机变量序列，$E\xi_n=\frac{1}{2}\log k+\frac{1}{2}(-\log k)=0$，数学期望

有限，满足辛钦大数定律的条件，服从辛钦大数定律。

7*. 随机变量序列$\{\xi_k\}$各以$\dfrac{1}{2}$的概率取值k^s和$-k^s$，当s为何值时，大数定理可应用于独立随机变量序列 $\xi_1,\cdots,\xi_n,\cdots$，的算术平均值。

解: $E\xi_k=\dfrac{1}{2}k^s+\dfrac{1}{2}(-k^s)=0$，$E(\xi_k^2)=\dfrac{1}{2}(k^s)^2+\dfrac{1}{2}(-k^s)^2=k^{2s}$，

$$D\xi_k=E(\xi_k^2)-(E\xi_k)^2=k^{2s}-0^2=k^{2s}。$$

当$s<\dfrac{1}{2}$时，

$$\frac{1}{n^2}D(\sum_{k=1}^n\xi_k)=\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n D\xi_k=\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n k^{2s}\le\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n n^{2s}=\frac{1}{n^2}n\cdot n^{2s}=n^{-2(\frac{1}{2}-s)},$$

因为 $\lim\limits_{n\to\infty}n^{-2(\frac{1}{2}-s)}=0$，所以$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}D(\sum\limits_{k=1}^n\xi_k)=0$ ；

当$s\ge\dfrac{1}{2}$时，

$$\frac{1}{n^2}D(\sum_{k=1}^n\xi_k)=\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n D\xi_k=\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n k^{2s}>\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n k=\frac{1}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}=\frac{1+\frac{1}{n}}{2}>2 ,$$

这时，显然不可能有 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}D(\sum\limits_{k=1}^n\xi_k)=0$ 。

所以，当且仅当$s<\dfrac{1}{2}$时，满足马尔可夫大数定理的条件，可应用马尔可夫大数定理。

第十八次作业

一．填空题：

1．设 121， 128， 130， 109， 115， 122， 110， 120
为总体X的一组样本观察值，则

样本均值$\overline{X}$=<u> 119.375 </u>； 样本方差S_{n-1}^2=<u> 58.839 </u>；

样本标准差S_{n-1}=<u> 7.671 </u>； 样本二阶原点矩$\overline{X^2}$=<u> 14301.88 </u>。

2．设总体$X\sim N(0,1)$，X_1，$X_2,\cdots$，X_n为样本，则

(1) $X_1^2+X_2^2+X_3^2 \sim \underline{\chi^2(3)}$；　　(2) $\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}} \sim \underline{t(2)}$；

(3) $\dfrac{(\frac{n}{3}-1)\sum_{i=1}^{3}X_i^2}{\sum_{i=4}^{n}X_i^2} \sim \underline{F(3,n-3)}$。

二．　选择题：

1．设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为总体 X 的一个样本，若样本观测值分别为

(-2，-1，0，0，1，2)，则下述选项错误的是（　D　）。

A. 样本均值为 0 ；　　　　B. 样本中位数为 0；

C　样本方差为 2.4；　　　　D. 样本极差为 2。

2． 已知总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 μ 已知而 σ^2 未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体 X 的一个样本。则下列的(C) 不是统计量，其中 $\overline{X}$ 为样本均值

A. $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X-\overline{X})$；　　　　B. $X_1+2\mu$；

C. $\dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$；　　　　D. $\max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$。

3． 设随机变量 $X \sim N(1, 2^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_{100}$ 是 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，已知 $Y = a\overline{X}+b \sim N(0, 1)$，则有(A)。

A. $a=-5, b=5$；　B. $a=5, b=5$；　C. $a=\dfrac{1}{5}, b=-\dfrac{1}{5}$；　D. $a=-\dfrac{1}{5}, b=\dfrac{1}{5}$.

4． 设总体 $X \sim N(0,1)$，$X_1, X_2, \cdots, X_6$ 为样本，又设

$Y=(X_1+X_3+X_5)^2+(X_2+X_4+X_6)^2$，且 $\boldsymbol{CY \sim \chi^2(2)}$ 分布，则 C=(C)。

A.1；　　B. $\dfrac{1}{2}$；　　C. $\dfrac{1}{3}$；　　D. $\dfrac{1}{6}$。

三．计算题：

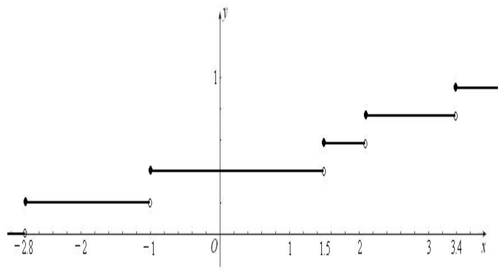
1. 设从总体 ξ 中取得一个容量为 5 的样本，样本观测值为

-2.8，　-1，　1.5，　2.1，　3.4

试求此样本的经验分布函数$F_5(x)$，并做出其图形。

解：$F_5(x)=\begin{cases} 0 & x<-2.8 \\ 0.2 & -2.8\le x<-1 \\ 0.4 & -1\le x<-1.5 \\ 0.6 & 1.5\le x<2.1 \\ 0.8 & 2.1\le x<3.4 \\ 1 & x\ge 3.4 \end{cases}$

其图像如下图所示.



2. 设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$，（$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$）是两个样本，它们之间有下列关系：

$$Y_i=\frac{X_i-a}{b} \qquad (i=1, 2, \cdots, n)$$

其中$a, b\neq 0$是常数，求

（1）它们的样本均值$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$与$\overline{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i$之间的关系；

（2）它们的样本方差$S_x^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$与$S_y^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2$之间的关系。

解：(1) $\overline{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i-a}{b}=\frac{1}{b}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-a\right)=\frac{\overline{X}-a}{b}$,

(2) $S_y^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-a}{b}-\frac{\overline{X}-a}{b}\right)^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\overline{X})^2}{b^2}=\frac{S_x^2}{b^2}$.

3. 设总体$\xi\sim N(\mu, 10^2)$，问抽取的样本容量n多大时，才能使概率$P(\mu-5<\overline{X}<\mu+5)$=0.954 ？

解：利用样本的分布知，$\overline{X} \sim N(0, \frac{10^2}{n})$, 注意到

$$0.954 = P(\mu - 5 < \overline{X} < \mu + 5) = P(\left|\overline{X} - \mu\right| < 5) = 2\Phi\left(\frac{5}{10}\sqrt{n}\right) - 1,$$

即 $\Phi\left(\frac{5}{10}\sqrt{n}\right) = 0.977$，查表得到 $\frac{5}{10}\sqrt{n} = 1.9954$，于是有 $n \approx 16$。

4．设总体 $X \sim N(12, 2^2)$，X_1，$X_2, \cdots$，X_5 是样本，求：（1）$P(|X-12|<1)$；（2）$P(|\overline{X}-12|<1)$；（3）$P\{\min\limits_{1\le i\le 5} X_i > 10\}$；（4）$P\{\max\limits_{1\le i\le 5} X_i > 15\}$。

解：（1）由 $X \sim N(12, 2^2)$ 知：

$$P(|X-12|<1) = P(\frac{|X-12|}{2} < \frac{1}{2}) = \Phi(\frac{1}{2}) - \Phi(-\frac{1}{2}) = 2\Phi(\frac{1}{2}) - 1 = 0.3830;$$

（2）由定理知：$\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$，而 $\sigma = 2$，$n = 5$，故 $\frac{\overline{X} - 12}{2/\sqrt{5}} \sim N(0,1)$，

$$P(|\overline{X}-12|<1) = P\{\left|\frac{\overline{X}-12}{2/\sqrt{5}}\right| < \frac{\sqrt{5}}{2}\} = \Phi(\frac{\sqrt{5}}{2}) - \Phi(-\frac{\sqrt{5}}{2}) = 2\Phi(\frac{\sqrt{5}}{2}) - 1 = 0.7364;$$

（3）$P\{\min\limits_{1\le i\le 5} X_i > 10\} = [P\{X_1 > 10\}]^5 = [1 - P\{X_1 \le 10\}]^5 = \left[1 - \Phi(\frac{10-12}{2})\right]^5$

$$= 0.8413^5 = 0.4215;$$

（4）$P\{\max\limits_{1\le i\le 5} X_i > 15\} = 1 - P\{\max\limits_{1\le i\le 5} X_i \le 15\} = 1 - [P\{X_i \le 15\}]^5 = 1 - \Phi(\frac{15-12}{2})^5$

$$= 1 - 0.9332^5 \approx 0.2923。$$

5．设总体 $\xi \sim N(50, 6^2)$，总体 $\eta \sim N(46, 4^2)$，且 ξ，η 相互独立，从总体 ξ 中抽取容量为 10 的样本，从总体 η 中抽取容量为 8 的样本，且 $\overline{X}$，$\overline{Y}$ 分别为 ξ，η 的样本均值，S_x^2，S_y^2 分别为 ξ，η 的样本方差。求下列概率：

(1) $P(50 < \overline{X} < 51.8974, 13.3 < s_x^2 < 67.676)$；(2) $P(\frac{\overline{Y} - 46}{S_y} > 0.8360)$；

(3) $P(\frac{S_x^2}{S_y^2} < 8.28)$，

解: (1) $P(50 < \overline{X} < 51.8974，13.3 < s_x^2 < 67.676)$

$=P(50 < \overline{X} < 51.8974)P(13.3 < s_x^2 < 67.676)$

$=P(0 < \overline{X}\text{-}50 < 1.8974)P(3.325 < 9s_x^2/6^2 < 16.919)$

$=P(0 < \frac{\overline{X}\text{-}50}{6/\sqrt{10}} < 1)P(3.325 < 9s_x^2/6^2 < 16.919)=(\Phi(1)\text{-}\Phi(0))(0.95\text{-}0.05)$

$=(0.8413\text{-}0.5)(0.95\text{-}0.05)=0.30717$ ；

(2)对于从总体η中抽取容量为 8 的样本, 样本均值$\overline{Y}$的分布为$N\left(46,\frac{4^2}{8}\right)$,

并且$\overline{Y}$与S_y^2互相独立, 则$\frac{\overline{Y}-46}{S_y}\sqrt{8} \sim t(7)$,所以

$$P(\frac{\overline{Y}-46}{S_y} > 0.8360) = 1 - P(\frac{\overline{Y}-46}{S_y} \le 0.8360) - 1 - P(\frac{\overline{Y}-46}{S_y}\sqrt{8} \le 2.3646)$$

$$= 1 - 0.975 = 0.025;$$

(3) 根据定理 5.4.3,可知$\frac{S_x^2/6^2}{S_y^2/4^2} \sim F(9,7)$, 所以

$$P\left(\frac{S_x^2}{S_y^2} < 8.28\right) = P\left(\frac{S_x^2/6^2}{S_y^2/4^2} < 3.68\right) = 0.95.$$