

# 第十章 动载荷

## Chapter 10 Dynamic Loads



## § 10-1 概述 (Instruction)

### 一、基本概念 (Basic concepts)

#### 1、静荷载 (Static load)

荷载由零缓慢增长至最终值,然后保持不变.构件内各质点加速度很小,可略去不计.

#### 2、动荷载 (Dynamic load)

荷载作用过程中随时间快速变化,或其本身不稳定 (包括大小、方向),构件内各质点加速度较大. 包括突加载荷

## 二、动响应 (Dynamic response)

构件在动载荷作用下产生的各种响应（如应力、应变、位移等），称为**动响应**（dynamic response）。

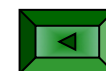
实验表明 在静载荷下服从胡克定律的材料,只要应力不超过比例极限,在动载荷下胡克定律仍成立且 $E_{\text{静}}=E_{\text{动}}$ 。

## 三、动荷因数 (Dynamic factor)

$$\text{动荷因数 } K_d = \frac{\text{动响应}}{\text{静响应}}$$

## 四、动荷载的分类 (Classification of dynamic load)

1. 惯性力 (Inertia force)
2. 冲击荷载 (Impact load)
3. 振动问题 (Vibration problem)
4. 交变应力 (Alternate stress)



## § 10-2 动静法的应用 (The application for method of dynamic equilibrium)

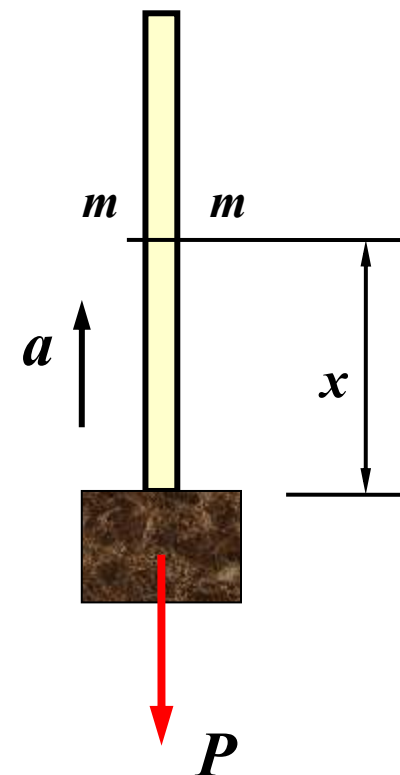
**达朗伯原理** (D'Alembert's Principle) : 达朗伯原理认为处于不平衡状态的物体,存在惯性力,惯性力的方向与加速度方向相反,惯性力的数值等于加速度与质量的乘积.只要在物体上加上惯性力,就可以把动力学问题在形式上作为静力学问题来处理,这就是**动静法** (Method of kineto static) .

**惯性力** (Inertia force) : 大小等于质点的质量 $m$ 与加速度 $a$ 的乘积,方向与  $a$  的方向相反,即  $F = -ma$

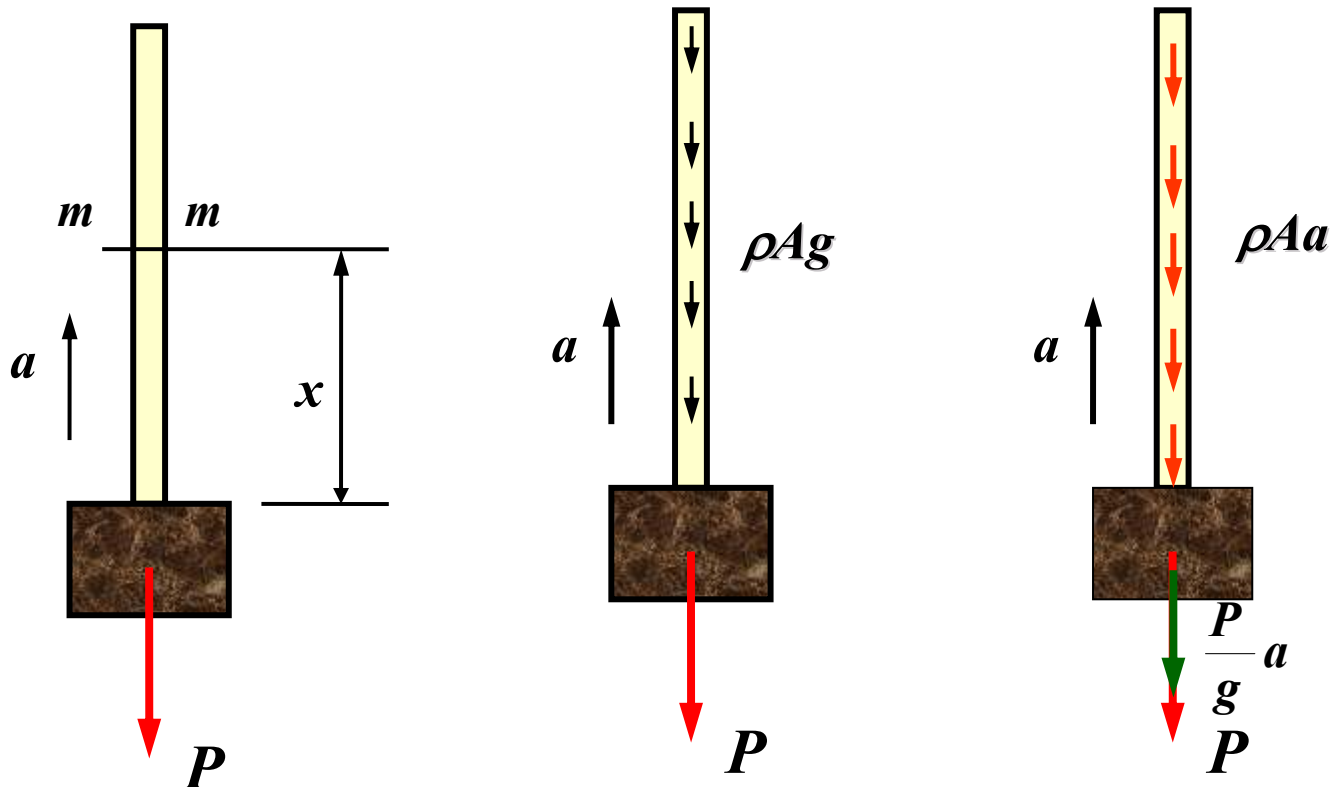
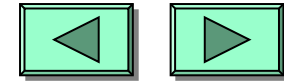


## 一、直线运动构件的动应力 (Dynamic stress of the body in the straight-line motion)

**例题** 一起重机绳索以加速度  $a$  提升一重为  $P$  的物体, 设绳索的横截面积为  $A$ , 绳索单位体积的质量  $\rho$ , 求距绳索下端为  $x$  处的  $m-m$  截面上的应力.



# 动载荷 (Dynamic Loading)

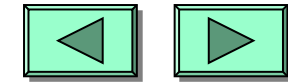


绳索的重力集度为  $\rho Ag$

物体的惯性力为  $\frac{P}{g}a$

绳索每单位长度的惯性力  $\rho Aa$

# 动载荷 (Dynamic Loading)



$$F_{Nst} = P + \rho Agx$$

$$F_{Nd} = (1 + \frac{a}{g})(P + \rho Agx)$$

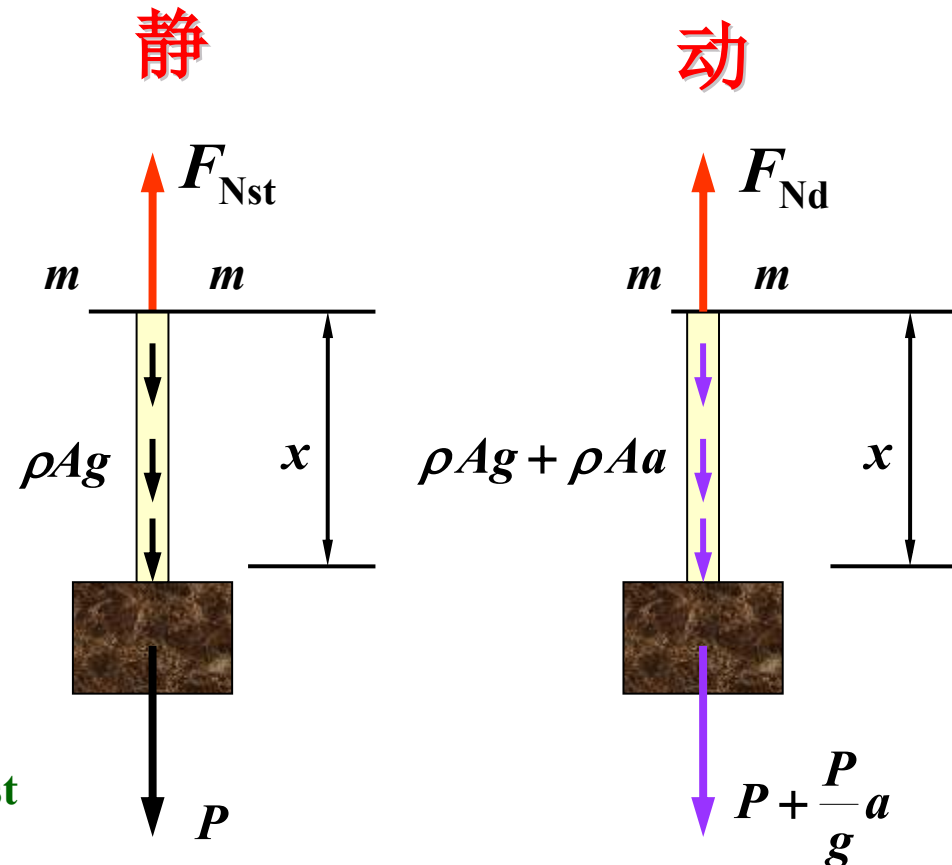
$$F_{Nd} = \underline{K_d} F_{Nst}$$

绳索中的动应力为

$$\sigma_d = \frac{F_{Nd}}{A} = K_d \frac{F_{Nst}}{A} = K_d \sigma_{st}$$

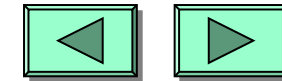
$\sigma_{st}$  为静荷载下绳索中的静应力

强度条件为  $\sigma_d = K_d \sigma_{st} \leq [\sigma]$



$$K_d = 1 + \frac{a}{g}$$

# 动载荷 (Dynamic Loading)

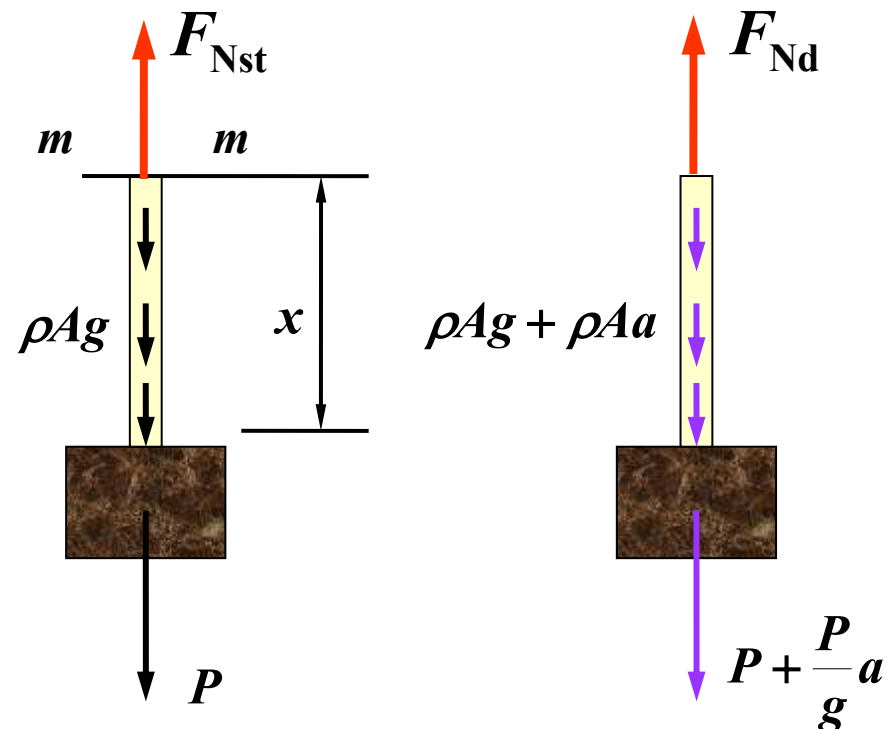


$\Delta_d$ 表示动变形

$\Delta_{st}$ 表示静变形

当材料中的应力不超过比例  
极限时荷载与变形成正比

$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$



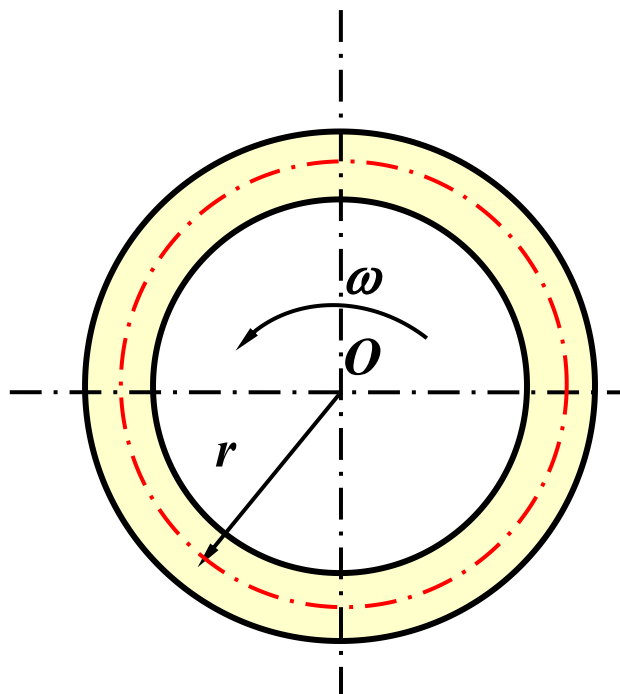
**结论:** 只要将静载下的应力, 变形, 乘以动荷系数  $K_d$  即得动载下的应力与变形.



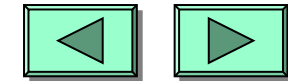
## 二、转动构件的动应力

(Dynamic stress of the rotating member)

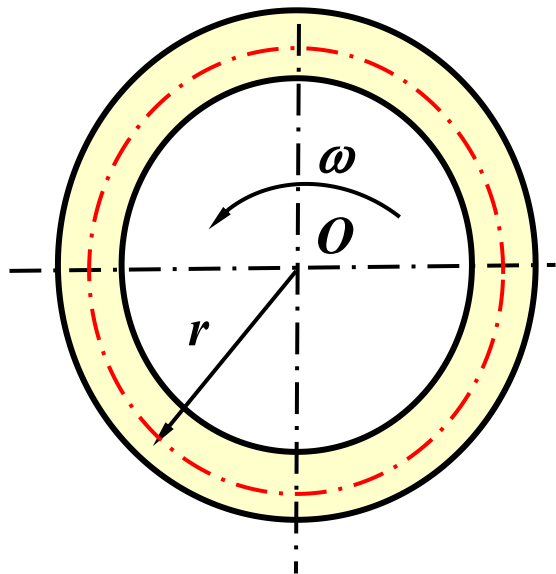
**例题** 一平均直径为 $D$ 的薄圆环,绕通过其圆心且垂于环平面的轴作等速转动.已知环的角速度为 $\omega$ ,环的横截面面积为 $A$ ,材料的单位体积质量为 $\rho$ .求圆环横截面上的正应力.



# 动载荷 (Dynamic Loading)



解:

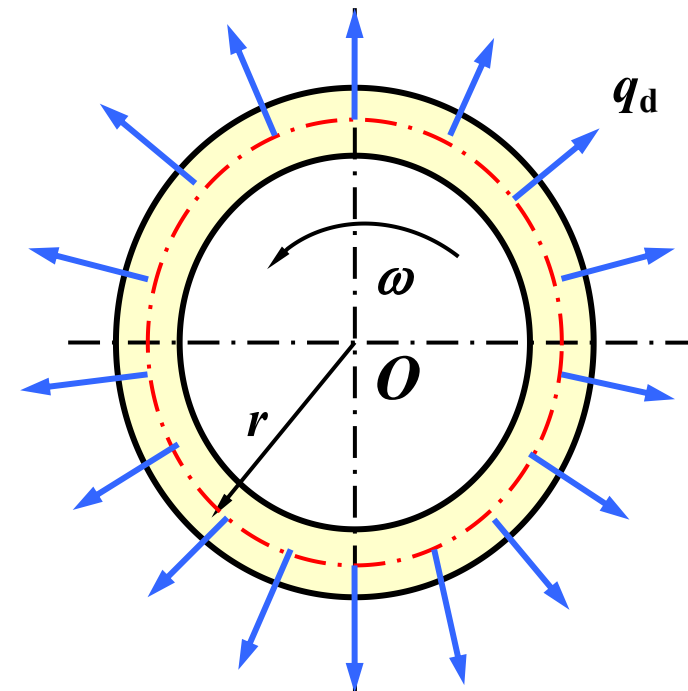


因圆环很薄,可认为圆环上各点的向心加速度相同,等于圆环中线上各点的向心加速度.

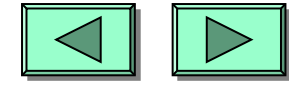
$$a_n = \frac{D}{2} \omega^2$$

惯性离心力集度 (单位长度离心力) 为

$$q_d = (1 \cdot A \cdot \rho) \left( \frac{D}{2} \omega^2 \right) = \frac{A \rho \omega^2 D}{2}$$



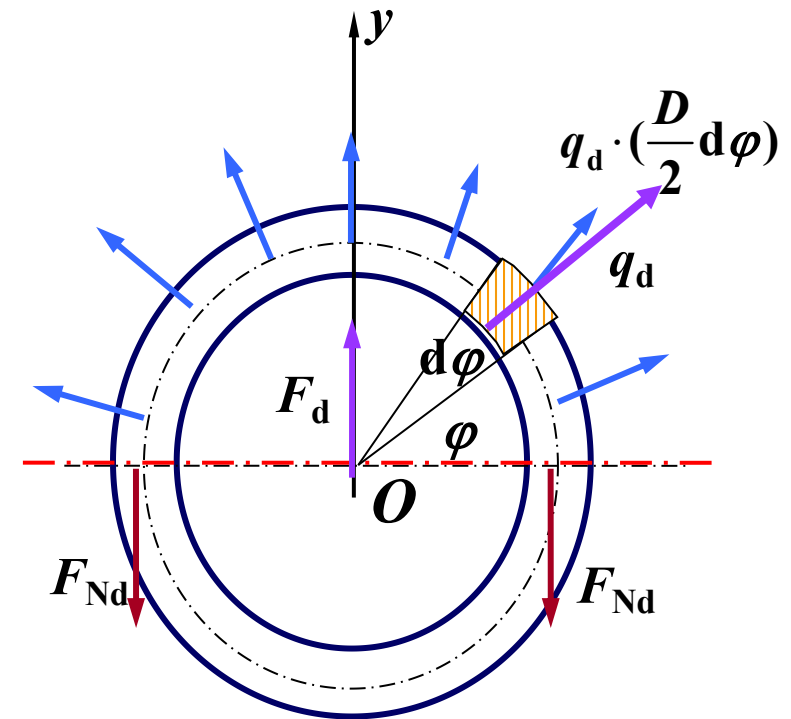
# 动载荷 (Dynamic Loading)



$$q_d = (1 \cdot A \cdot \rho) \left( \frac{D}{2} \omega^2 \right) = \frac{A \rho \omega^2 D}{2}$$

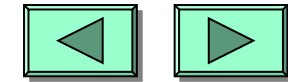
$$\begin{aligned} F_d &= \int_0^\pi q_d \left( \frac{D}{2} \cdot d\varphi \right) \cdot \sin \varphi \\ &= \frac{A \rho \omega^2 D^2}{4} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi \\ &= \frac{A \rho \omega^2 D^2}{2} \end{aligned}$$

$$F_{Nd} = \frac{F_d}{2} = \frac{A \rho \omega^2 D^2}{4}$$



$$\sigma_d = \frac{F_{Nd}}{A} = \frac{\rho \omega^2 D^2}{4}$$

# 动载荷 (Dynamic Loading)



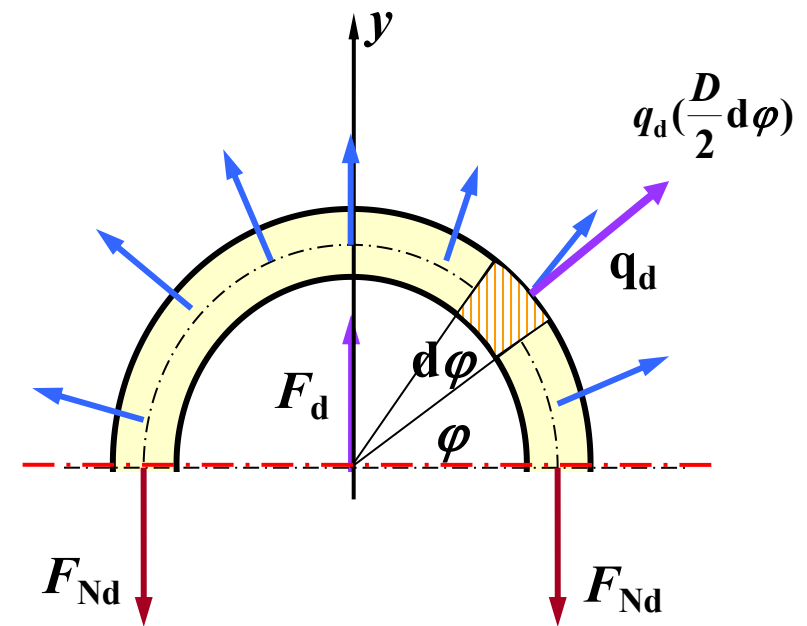
$$\sigma_d = \frac{F_d}{A} = \frac{\rho \omega^2 D^2}{4}$$

$$\frac{D\omega}{2} = v \text{ —— 圆环轴线上点的线速度}$$

$$\sigma_d = \rho v^2$$

强度条件

$$\sigma_d = \rho v^2 \leq [\sigma]$$



环内应力与横截面面积无关.

要保证强度,应限制圆环的转速.

## § 10-3 构件受冲击时的应力和变形

### (Stress and deformation by impact loading)

原理 (Principle) : 能量法 (Energy method)

当运动着的物体碰撞到一静止的构件时,前者的运动将受阻而在短时间停止运动,这时构件就受到了冲击作用.

在冲击过程中,运动中的物体称为**冲击物** (impacting body)

阻止冲击物运动的构件,称为**被冲击物** (impacted body)

## 机械能守恒定律

冲击时,冲击物在极短的时间间隔内速度发生很大的变化,其加速度 $a$ 很难测出,无法计算惯性力,故无法使用动静法.在实用计算中,一般采用能量法.即在若干假设的基础上,根据能量守恒定律对受冲击构件的应力与变形进行偏于安全的简化计算.

$$T + V = V_{\varepsilon d}$$

$T, V$  是 冲击物 在冲击过程中所 减少的 动能和势能.

$V_{\varepsilon d}$  是 被冲击物 所增加的应变能.



## 一、自由落体冲击问题 (Impact problem about the free falling body)

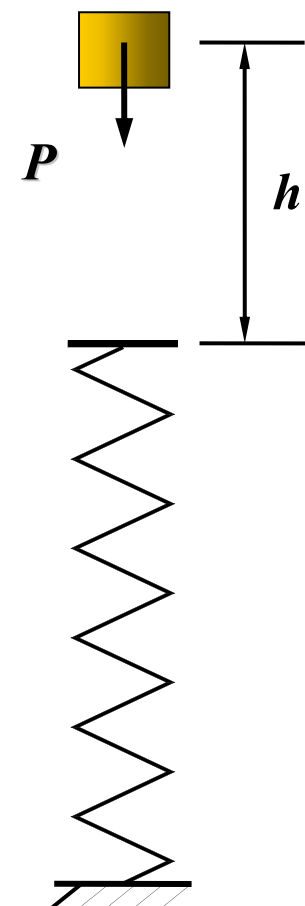
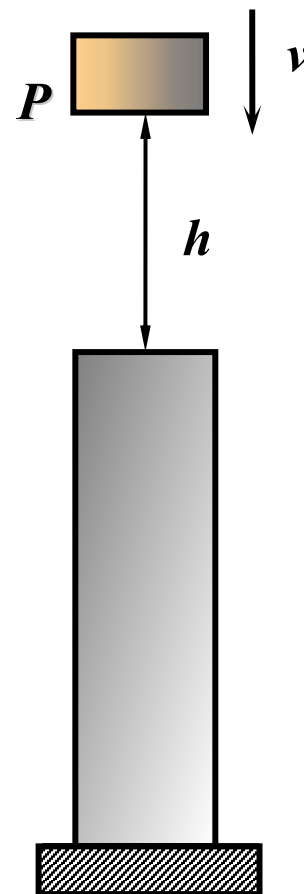
### 假设 (Assumption)

1. 冲击物视为刚体, 不考虑其变形  
(The impacting body is rigid) ;
2. 被冲击物的质量远小于冲击物的质量, 可忽略不计  
(The mass of the impacted deformable body is negligible in comparison with the impacting mass) ;
3. 冲击后冲击物与被冲击物附着在一起运动  
(The impact body do not rebound) ;
4. 不考虑冲击时热能的损失, 即认为只有系统动能与势能的转化  
(The loss of energy of sound light heat ect. in the process of impact is lost in the impact) .

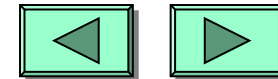
# 动载荷 (Dynamic Loading)



重物  $P$  从高度为  $h$  处自由落下, 冲击到弹簧顶面上, 然后随弹簧一起向下运动. 当重物  $P$  的速度逐渐降低到零时, 弹簧的变形达到最大值  $\Delta_d$ , 与之相应的冲击载荷即为  $F_d$ .



# 动载荷 (Dynamic Loading)



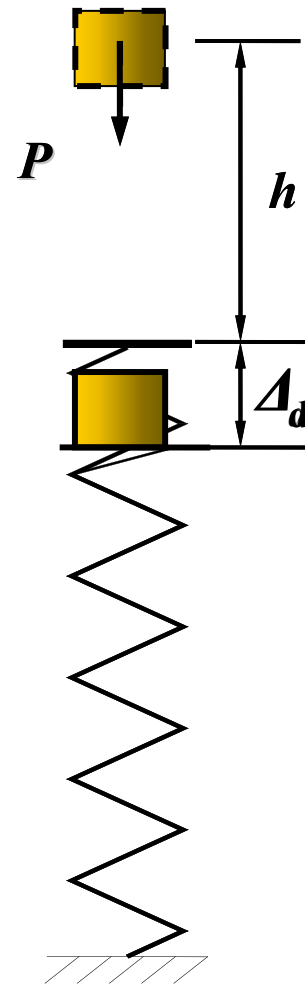
根据能量守恒定律可知,冲击物  
所减少的动能 $T$ 和势能 $V$ ,应全部转换  
为弹簧的变形能  $V_{\varepsilon d}$ ,即  $T + V = V_{\varepsilon d}$

其中  $T = 0$      $V = P(h + \Delta_d)$      $V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$

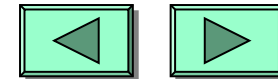
所以  $P(h + \Delta_d) = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$

$$\frac{F_d}{P} = \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} \Rightarrow F_d = \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} P$$

$$P(h + \Delta_d) = \frac{1}{2} \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} P \Delta_d$$



# 动载荷 (Dynamic Loading)



$$\Delta_d^2 - 2\Delta_{st}\Delta_d - 2h\Delta_{st} = 0$$

$$\Delta_d = \frac{2\Delta_{st} \pm \sqrt{4\Delta_{st}^2 + 8h\Delta_{st}}}{2} = \Delta_{st} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}\right)$$

$$\Delta_d = \Delta_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}\right) = K_d \Delta_{st}$$

其中

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}}$$

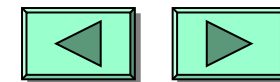
为动荷因数

$$\frac{F_d}{P} = \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} = K_d$$

$$F_d = K_d P$$

$$\sigma_d = K_d \sigma_{st}$$

# 动载荷 (Dynamic Loading)



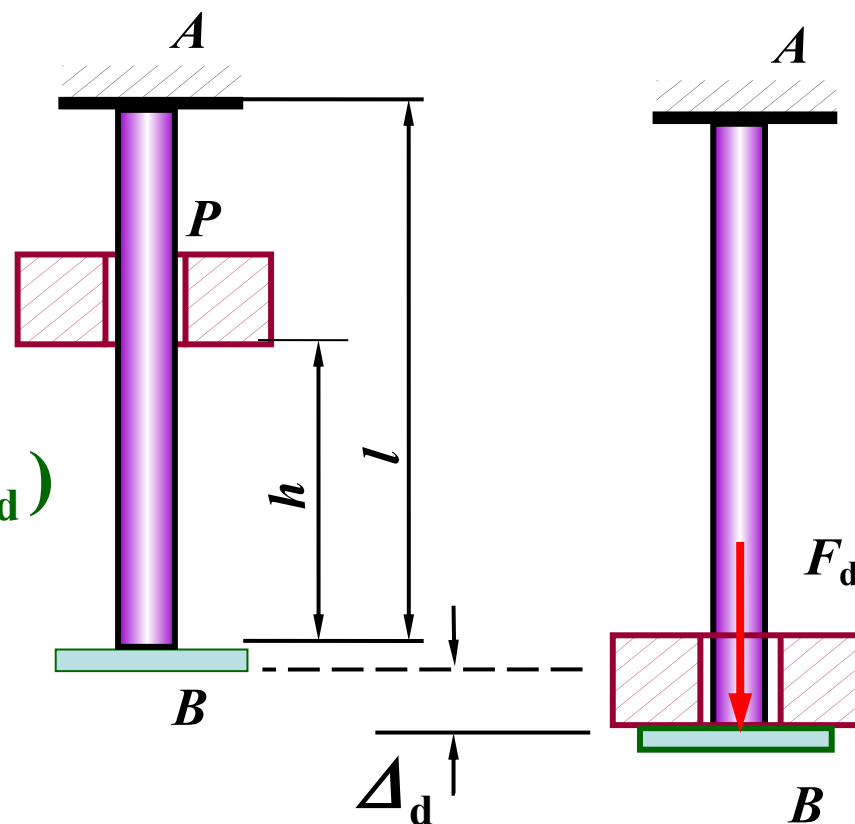
**例题** 一重量为 $P$ 的重物由高度为 $h$ 的位置自由下落,与一块和直杆 $AB$  相连的平板发生冲击. 杆的横截面面积为 $A$ , 求杆的冲击应力.

**解:** 重物是冲击物,  
杆  $AB$  (包括圆盘) 是被冲击物.

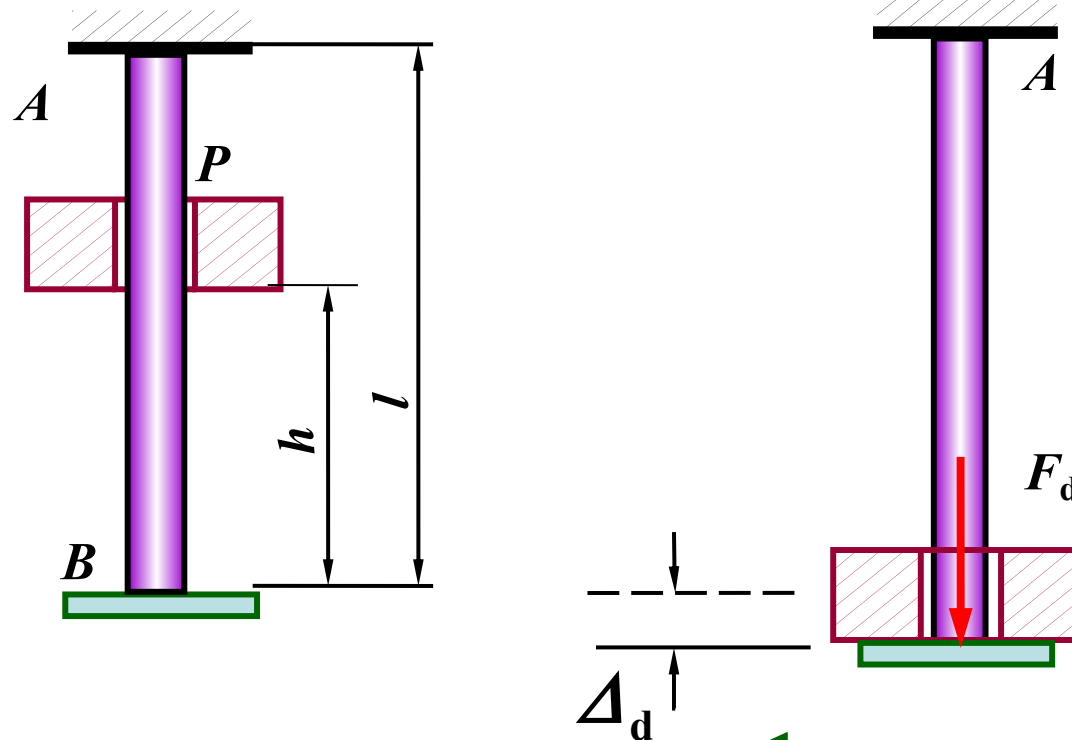
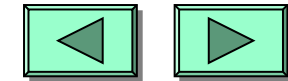
冲击物减少的势能  $V = P(h + \Delta_d)$

动能无变化  $T = 0$

$AB$  增加的应变能  $V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$



# 动载荷 (Dynamic Loading)



根据能量守恒定理

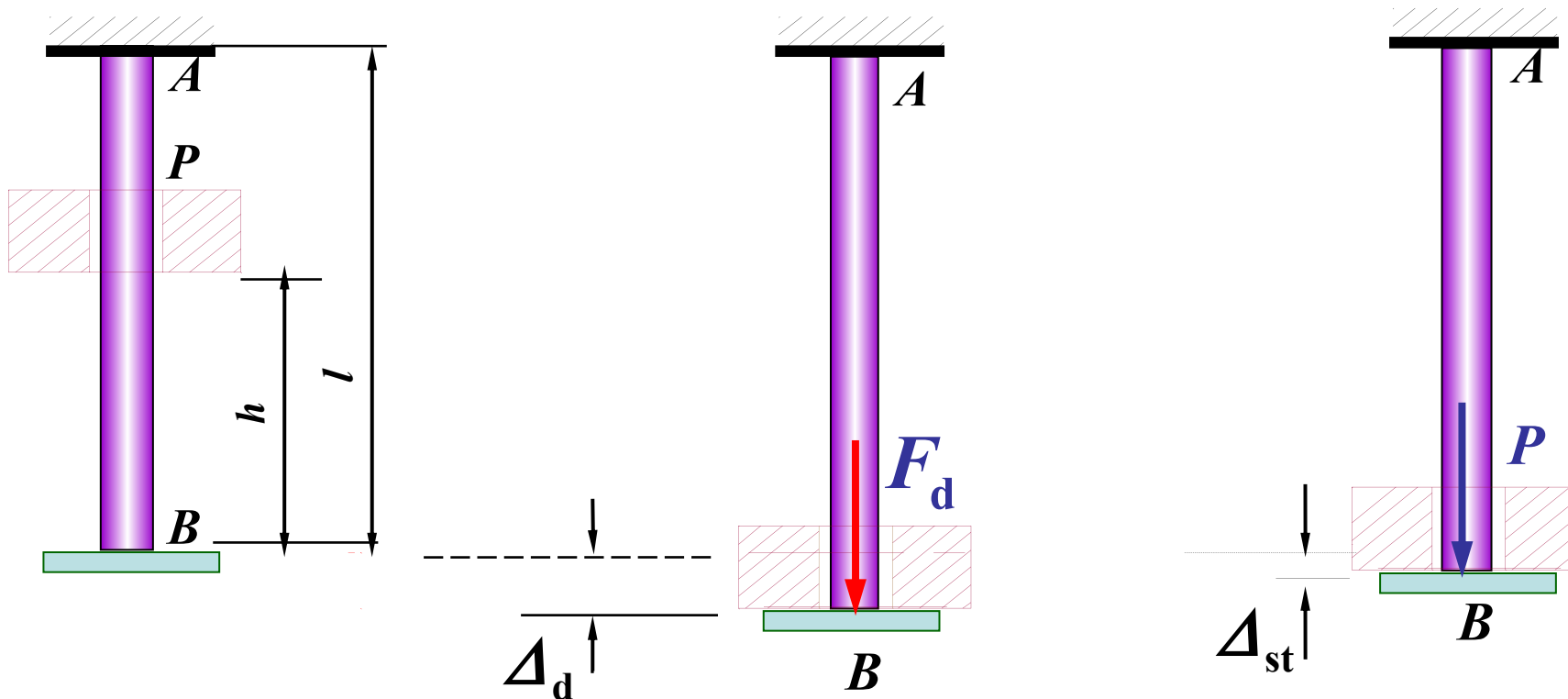
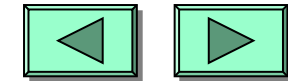
$$P(h + \Delta_d) = \frac{1}{2} F_d \Delta_d$$

$$\Delta_d = \frac{F_d \cdot l}{EA} \longrightarrow F_d = \left(\frac{EA}{l}\right) \Delta_d \longrightarrow V_{\varepsilon d} = \frac{1}{2} F_d \Delta_d = \frac{1}{2} \left(\frac{EA}{l}\right) \Delta_d^2$$

$$\Delta_{st} = \frac{P \cdot l}{EA} \longrightarrow P = \frac{EA}{l} \Delta_{st}$$



# 动载荷 (Dynamic Loading)

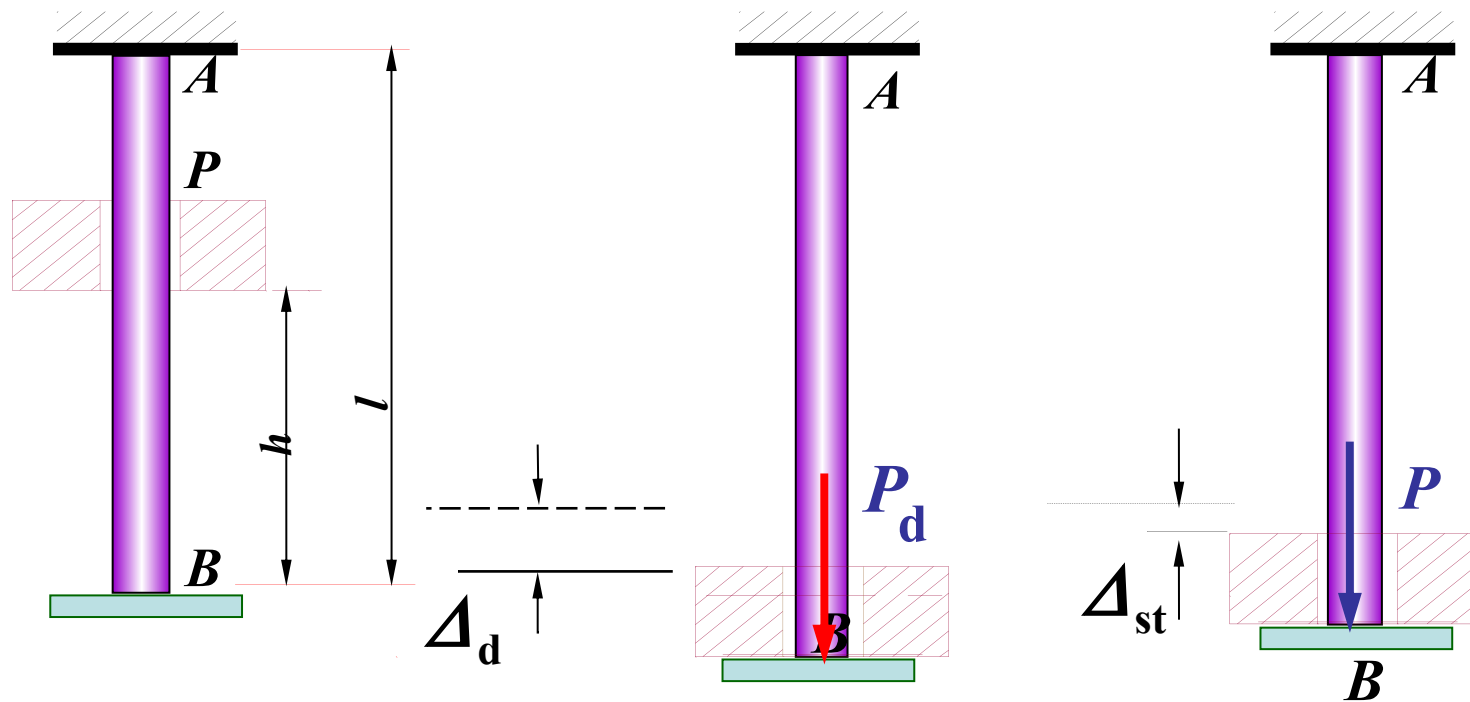
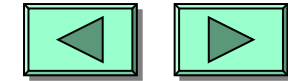


$$\Delta_d^2 - 2\Delta_{st}\Delta_d - 2\Delta_{st}h = 0 \quad K_d = \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} \right)$$

$$\Delta_d = \Delta_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} \right)$$

自由落体冲击的动荷因数

# 动载荷 (Dynamic Loading)



$$K_d = \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} \right)$$

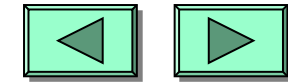
$$\Delta_d = K_d \Delta_{st}$$

$$F_d = K_d \cdot P$$

$$\sigma_d = K_d \sigma_{st}$$

$\Delta_{st}$  为冲击物以静载方式作用在冲击点时, 冲击点的静位移.

# 动载荷 (Dynamic Loading)



## 讨 论

(1) 当载荷突然全部加到被冲击物上, 即  $h=0$  时

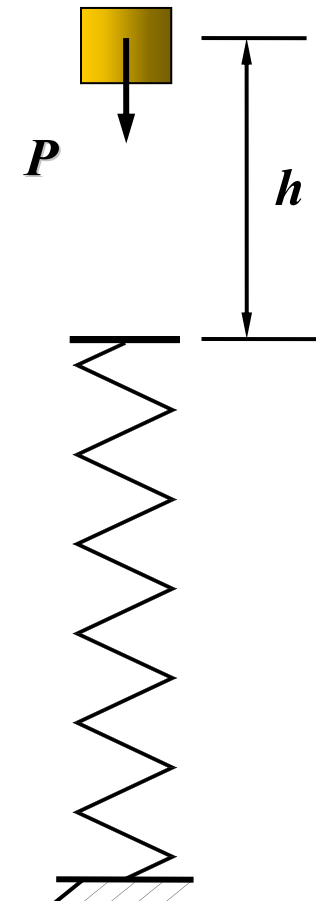
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 2$$

由此可见, 突加载荷的动荷因数是2, 这时所引起最大动应力变形是静应力和变形的2倍.

(2) 若已知冲击开始瞬间冲击物与被冲击物接触时的速度为  $v$ , 则

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

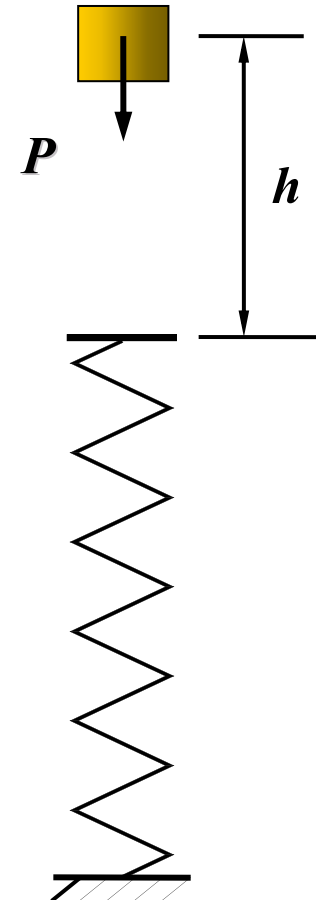
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \Delta_{st}}}$$



(3) 若已知冲击物自高度  $h$  处以初速度  $v_0$  下落, 则

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

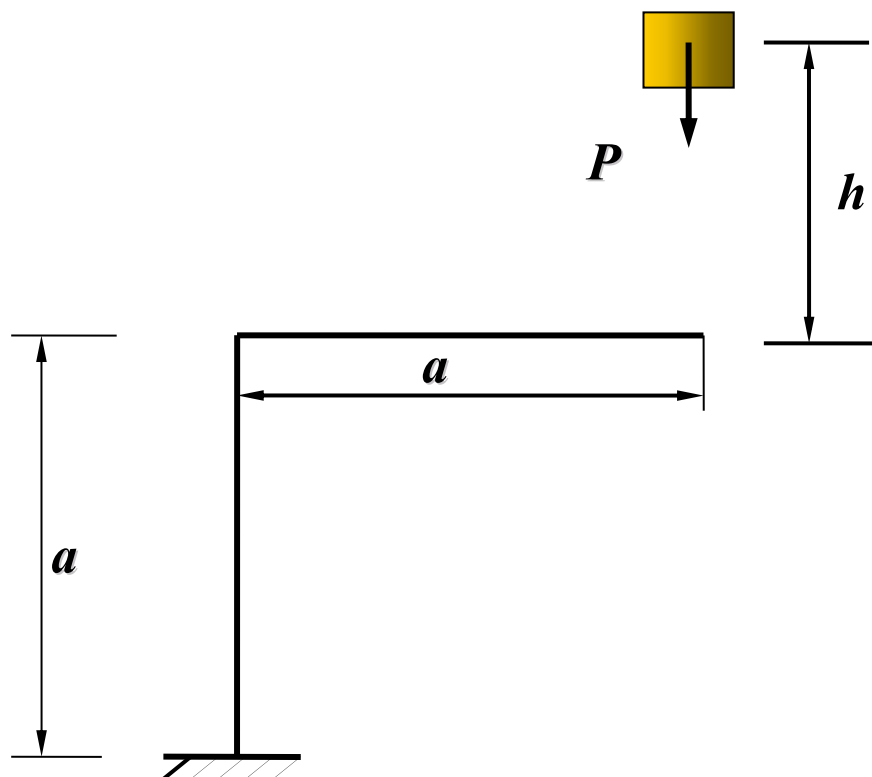
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2 + 2gh}{g \Delta_{st}}}$$



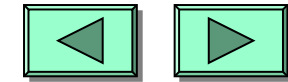
# 动载荷 (Dynamic Loading)



**例题** 等截面刚架的抗弯刚度为  $EI$ , 抗弯截面系数为  $W$ , 重物  $P$  自由下落时, 求刚架内的最大正应力 (不计轴力) .



# 动载荷 (Dynamic Loading)

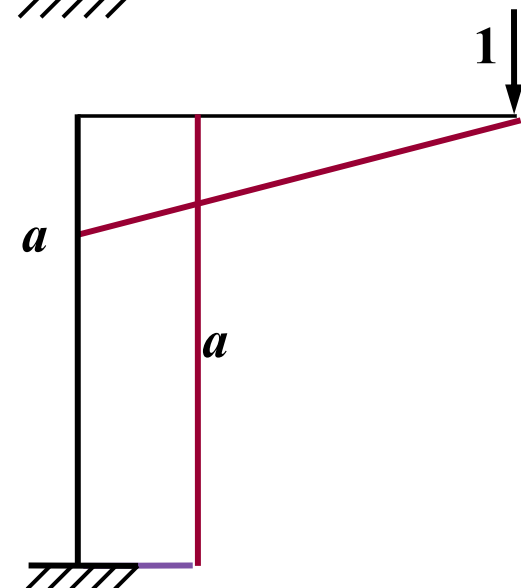
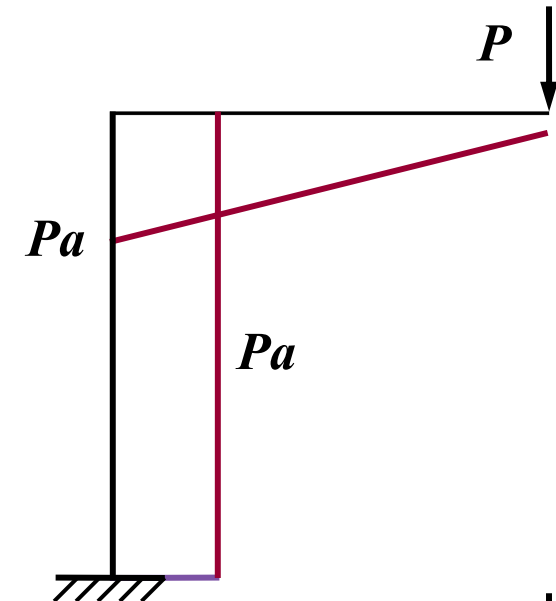


解：叠加法：垂直悬臂梁受集中弯矩的转角引起水平悬臂梁端部挠度+水平悬臂梁受集中力的端部挠度。 查表P188

$$\Delta_{st} = \frac{4Pa^3}{3EI}$$

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{3EIh}{2Pa^3}}$$

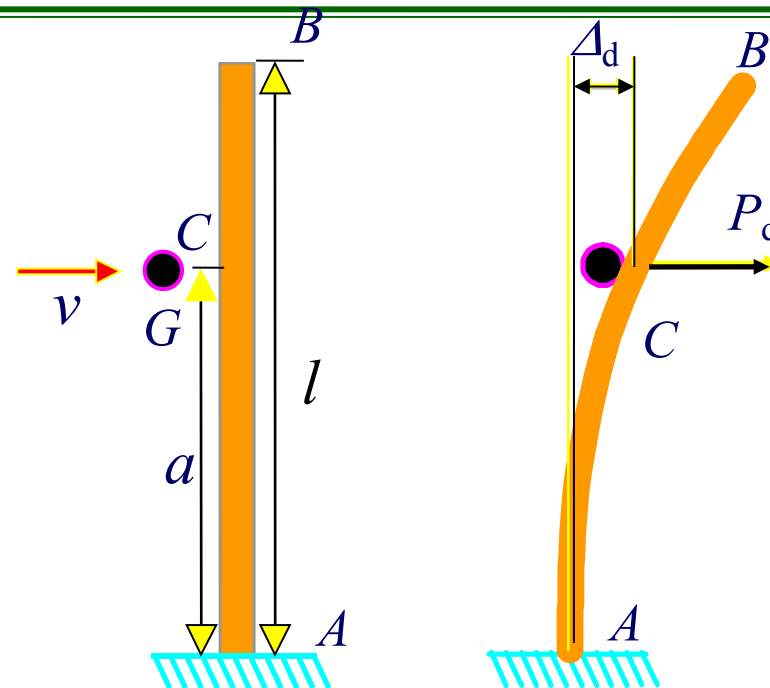
$$\sigma_{dmax} = K_d \sigma_{stmax} = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{3EIh}{2Pa^3}}\right) \frac{Pa}{W}$$





## 二、水平冲击问题

**例.** 一端固定、长为  $l$  的铅直圆截面杆  $AB$  在  $C$  点处被一个物体  $G$  沿水平方向冲击，已知  $C$  点到杆下端的距离为  $a$ ，物体  $G$  的重量为  $P$ ，物体  $G$  与杆接触时的速度为  $v$ 。求杆在危险点处的冲击弯曲应力。



**解：** 设杆  $AB$  在被冲击过程中， $C$  点的最大挠度（冲击挠度）为  $\Delta_d$ ，相应的冲击荷载为  $P_d$ 。

# 动载荷 (Dynamic Loading)

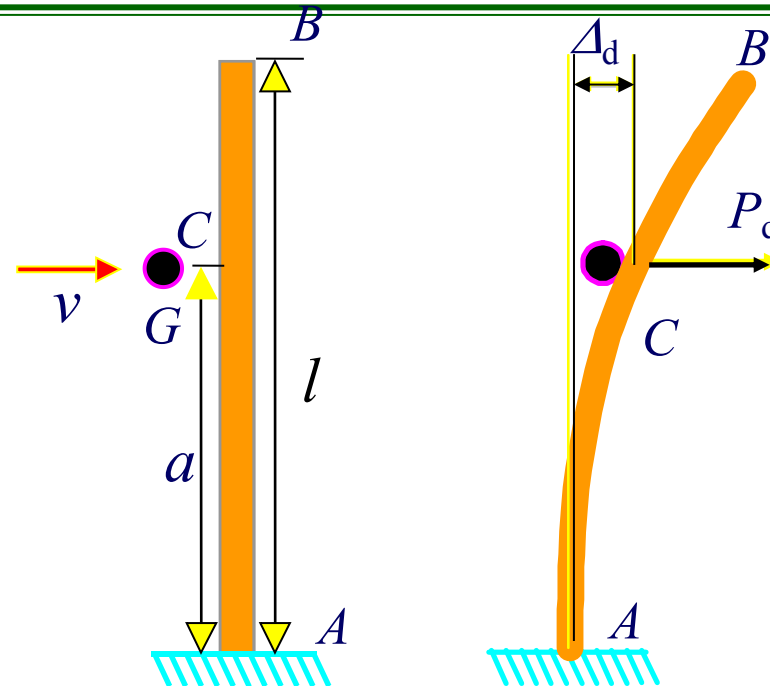


在冲击过程中，物体  $G$  的速度由  $v$  减低为零，并且由于水平冲击，所以，其动能和势能的减少量分别为

$$T = \frac{1}{2} \frac{P}{g} v^2, \quad V = 0$$

在冲击过程中，被冲击物的应变能为

$$U = \frac{1}{2} P_d \Delta_d$$



## 动载荷 (Dynamic Loading)



冲击力  $P_d$  和冲击位移  $\Delta_d$  之间的关系为 (P185表)

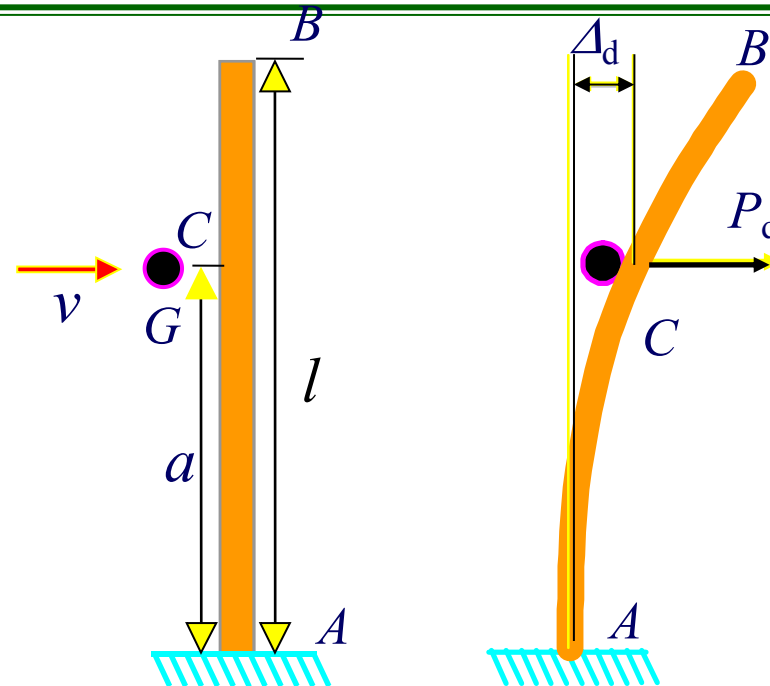
$$\Delta_d = \frac{P_d a^3}{3EI}$$

从而，杆  $AB$  的应变能为

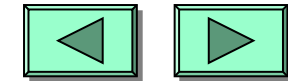
$$U = \frac{1}{2} P_d \Delta_d = \frac{1}{2} \left( \frac{3EI}{a^3} \right) \Delta_d^2$$

根据能量守恒定律，可得

$$\frac{1}{2} \frac{P}{g} v^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3EI}{a^3} \right) \Delta_d^2$$



# 动载荷 (Dynamic Loading)



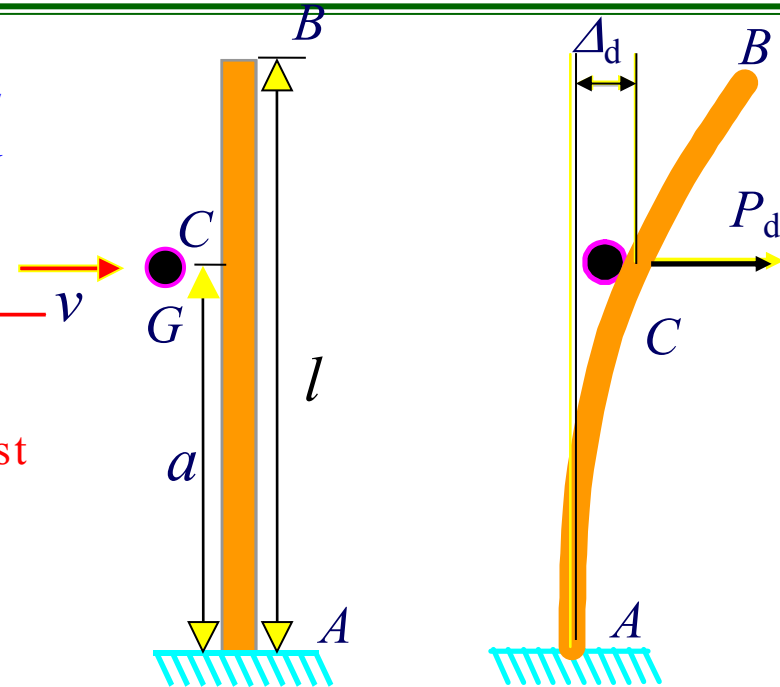
$$\frac{1}{2} \frac{P}{g} v^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3EI}{a^3} \right) \Delta_d^2$$

求得

$$\Delta_d = \sqrt{\frac{v^2}{g} \cdot \frac{a^3 P}{3EI}} = \sqrt{\frac{v^2}{g} \cdot \Delta_{st}}$$

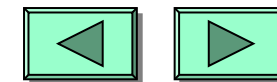
$$= \Delta_{st} \sqrt{\frac{v^2}{g \Delta_{st}}}$$

$$\text{其中, } \Delta_{st} = \frac{Pa^3}{3EI}$$



为该杆  $C$  点处受到一个数值上等于物体重量  $P$  的静荷载作用时该点的挠度。

# 动载荷 (Dynamic Loading)



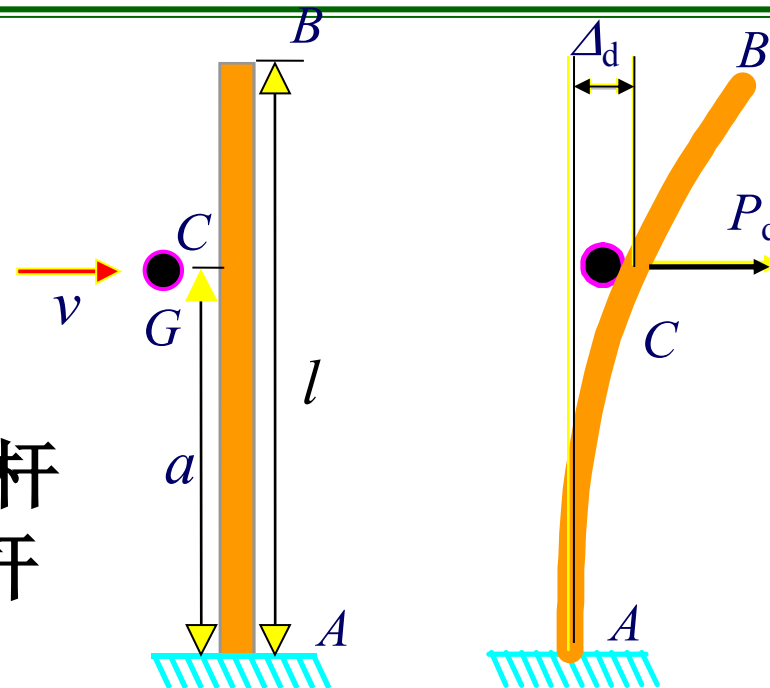
于是，动荷系数为

$$K_d = \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} = \sqrt{\frac{v^2}{g \Delta_{st}}}$$

当  $C$  点受水平力  $P$  作用时，杆固定端横截面的最外缘（即杆的危险点）处的静应力为

$$\sigma_{st} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{Pa}{W}$$

危险点处的冲击应力为



$$\sigma_d = K_d \sigma_{st} = \sqrt{\frac{v^2}{g \Delta_{st}}} \cdot \frac{Pa}{W}$$

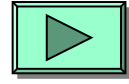
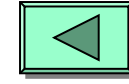


动载荷作业:

10.6, 10.12,

10.14, 10.23





第十章结束