# 第八章 组合变形

# Chapter8 Combined deformation

# 第八章 组合变形

# （Combined deformation）

- §8-1 组合变形和叠加原理（Combined deformation and superposition method）
- §8-2 拉伸（压缩）与弯曲的组合（Combined axial and flexural loads）
- §8-3 偏心拉（压）·截面核心(选讲，不考)(Eccentric loads &the kern（or core）of a section)
- §8-4 扭转与弯曲的组合（Combined torque and flexural loads）

# §8-1 组合变形和叠加原理（Combined deformation and superposition method）

## 一、组合变形的概念（Concepts of combined deformation）

构件在荷载作用下发生两种或两种以上的基本变形, 则构件的变形称为组合变形.

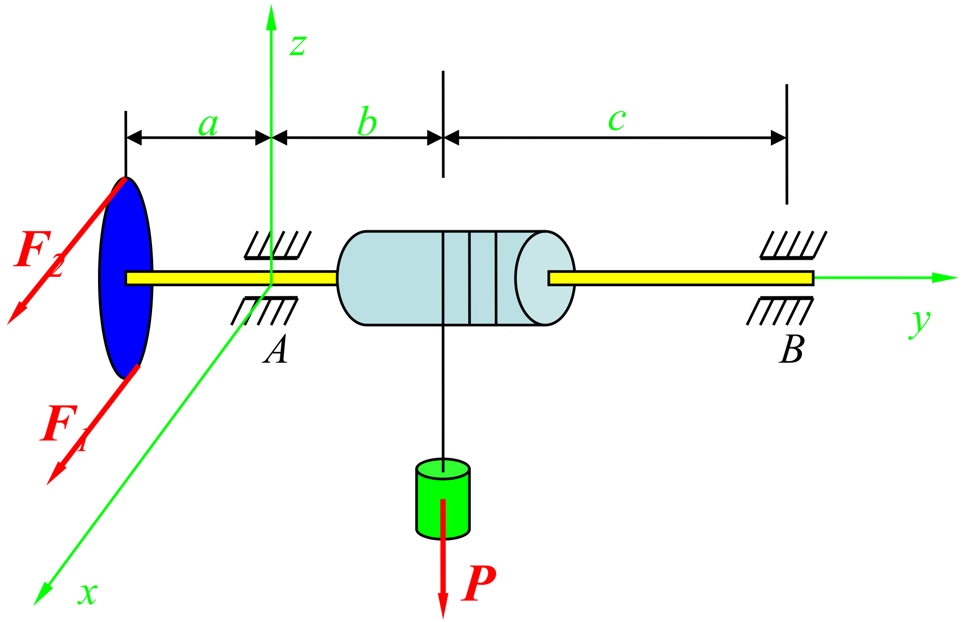
## 二、解决组合变形问题的基本方法－叠加法

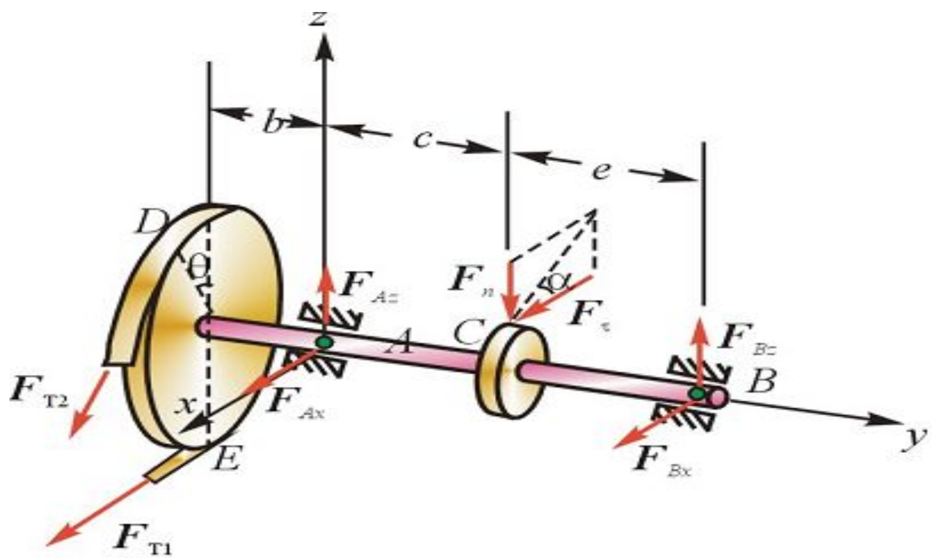
（Basic method for sloving combined deformation-superposition method）

叠加原理的成立要求: 内力、应力、应变、变形等与外力之间成线性关系.

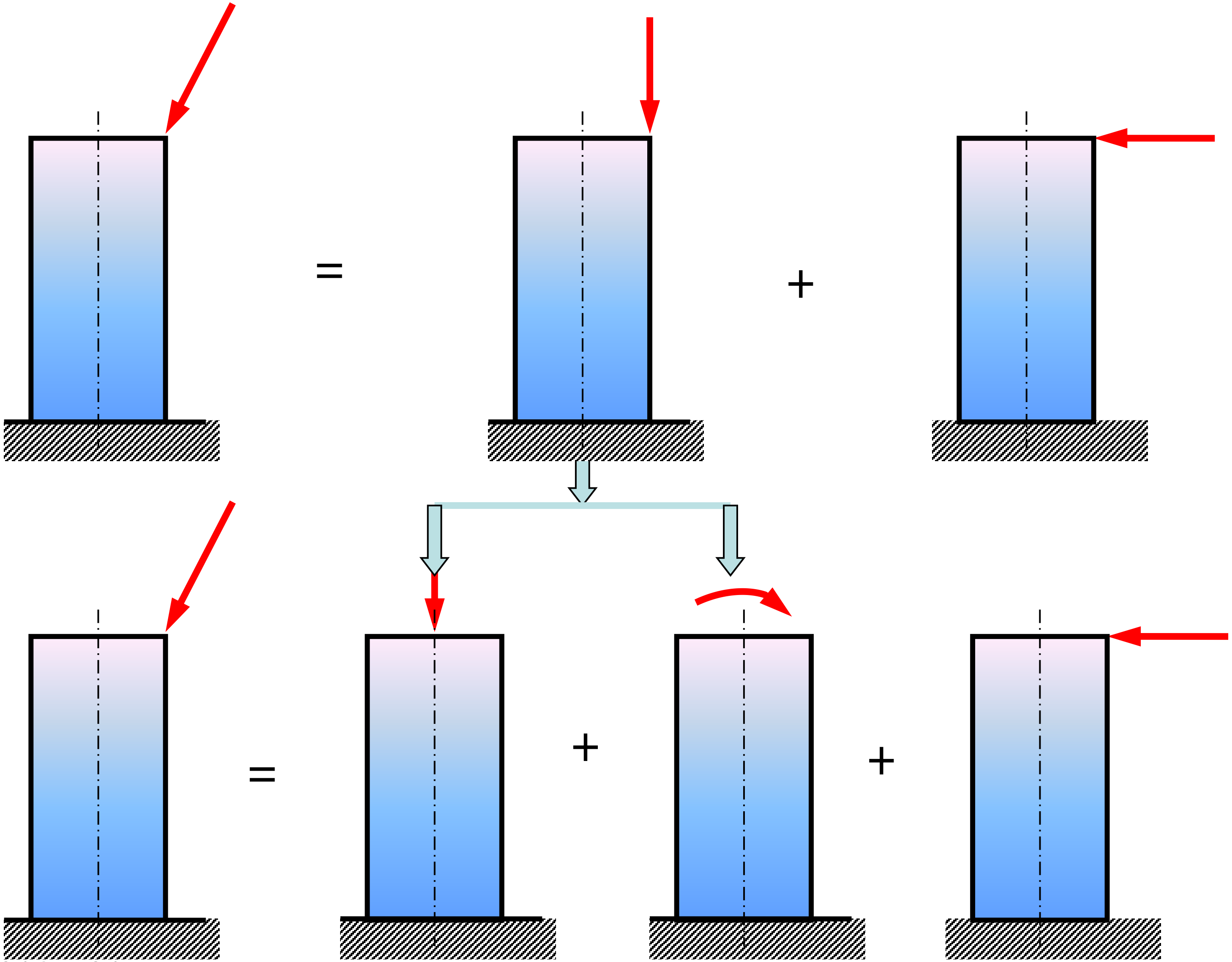
## 三、工程实例 （Engineering examples）


# 组合变形 (Combined Deformation)



# 组合变形 (Combined Deformation)



# §8-2 拉伸（或压缩）与弯曲的组合

# （Combined axial loading and bending）

## 一、受力特点 （Character of external force）

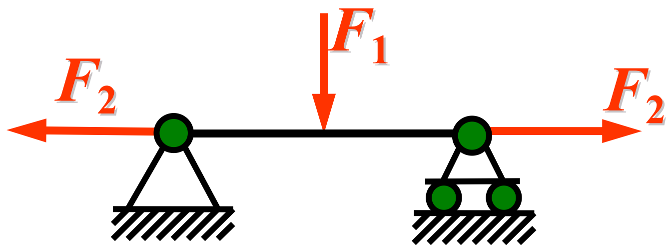
作用在杆件上的外力既有轴向拉( 压 )力,还有横向力

## 二、变形特点（Character of deformation）

杆件将发生拉伸 （压缩 ）与弯曲组合变形

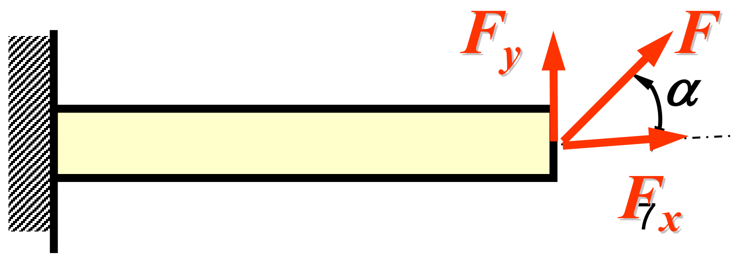
示例1 $F_1$ 产生弯曲变形

$F_2$ 产生拉伸变形

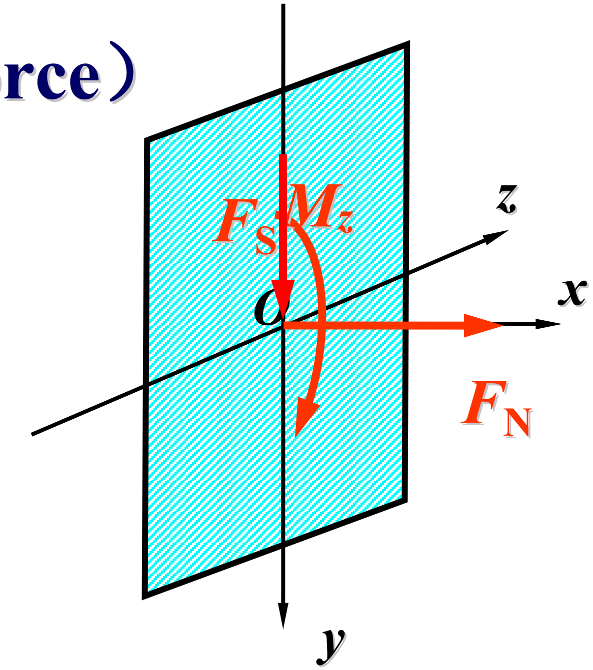



示例2 $F_y$ 产生弯曲变形

$F_x$ 产生拉伸变形



## 三、内力分析（Analysis of internal force）




横截面上内力（internal force on cross section）

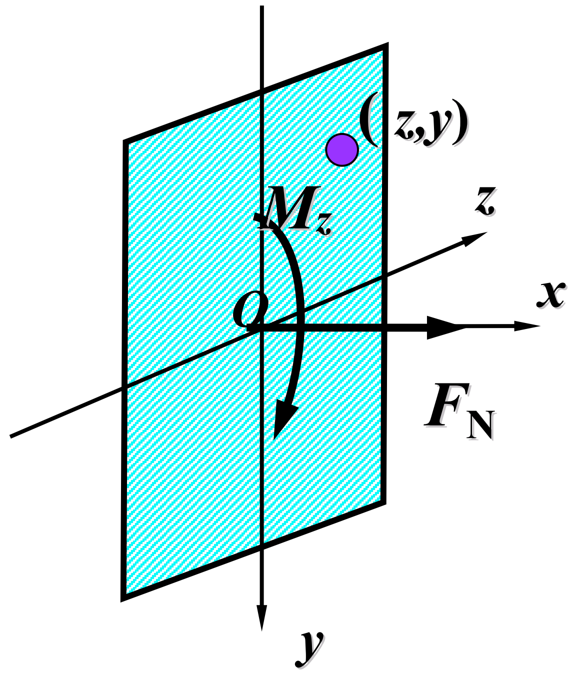
1. 拉(压) :*轴力* $F_N$ （axial force）

2. 弯曲
- *弯矩* $M_z$ （bending moment）
- [redacted]

因为引起的切应力较小,故一般不考虑.

## 四、应力分析（Analysis of stress）

横截面上任意一点（ $z, y$ ）处的正应力计算公式为




1. 拉伸正应力 $$\sigma' = \frac{F_N}{A}$$

（Axial normal stress）

2. 弯曲正应力 $$\sigma'' = \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

（Bending normal stress）

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = \frac{F_N}{A} + \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

## 3. 危险截面的确定（Determine the danger cross section）

作内力图

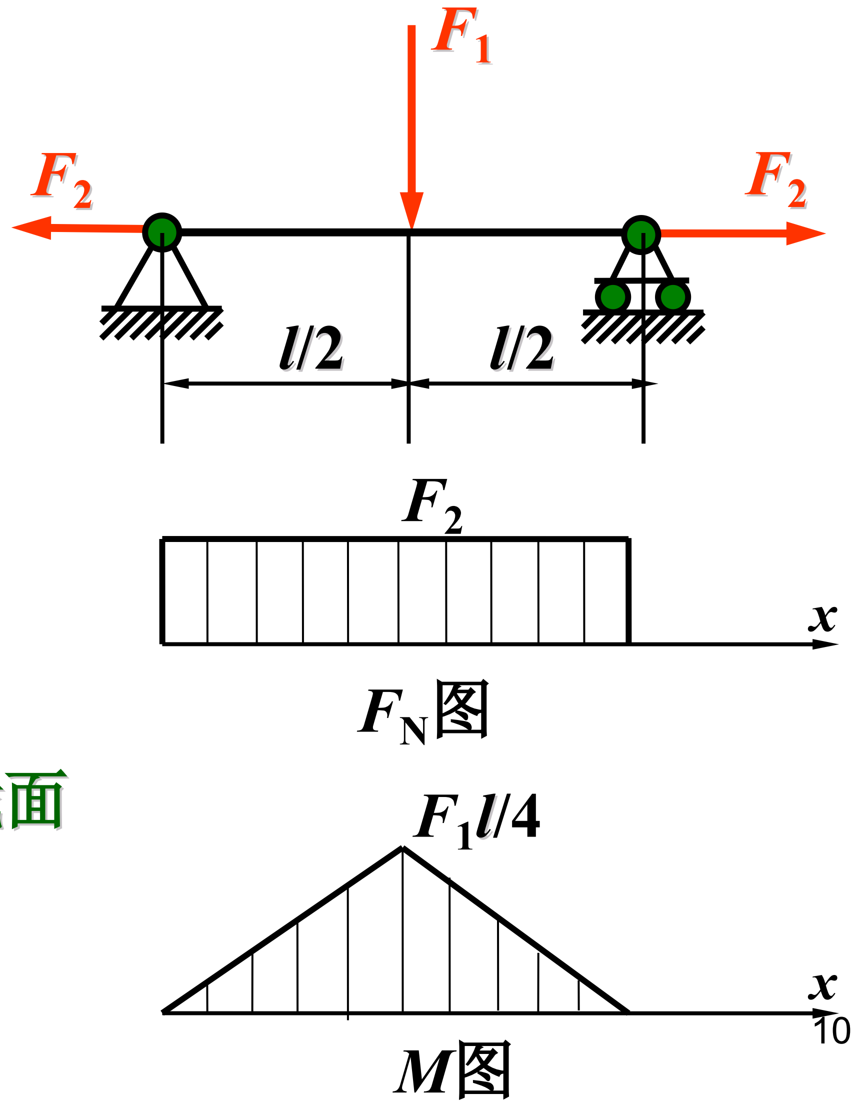
***轴力***（axial force）

$$F_N = F_2$$

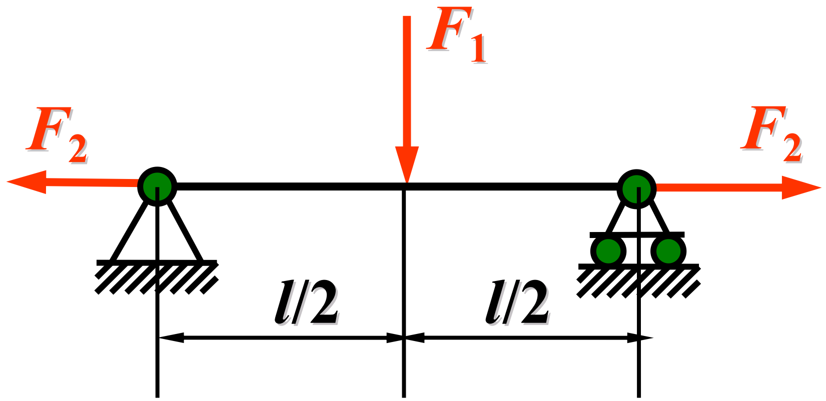
***弯矩***（bending moment）

$$M_{max} = \frac{F_1 l}{4}$$

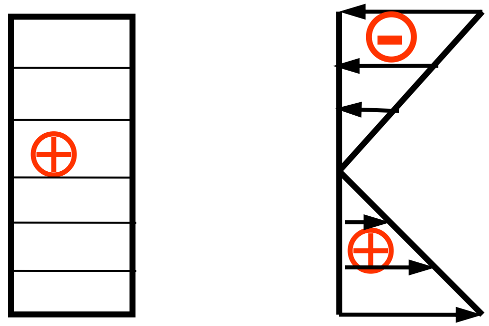
所以跨中截面是杆的危险截面



## 4.计算危险点的应力（Calculating stress of the danger point）




$$\sigma' = \frac{F_2}{A} \qquad \sigma'' = \pm\frac{M_{\max}}{W}$$



拉伸正应力 $\sigma' = \dfrac{F_2}{A}$

最大弯曲正应力 $\sigma''_{\max} = \pm\dfrac{M_{\max}}{W} = \pm\dfrac{F_1 l}{4W}$

杆危险截面 下边缘各点处上的拉应力为

$$\sigma_{t\max} = \sigma' + \sigma''_{\max} = \frac{F_2}{A} + \frac{F_1 l}{4W}$$

## 五、强度条件（Strength condition）

由于危险点处的应力状态仍为单向应力状态,故其强度条件为:

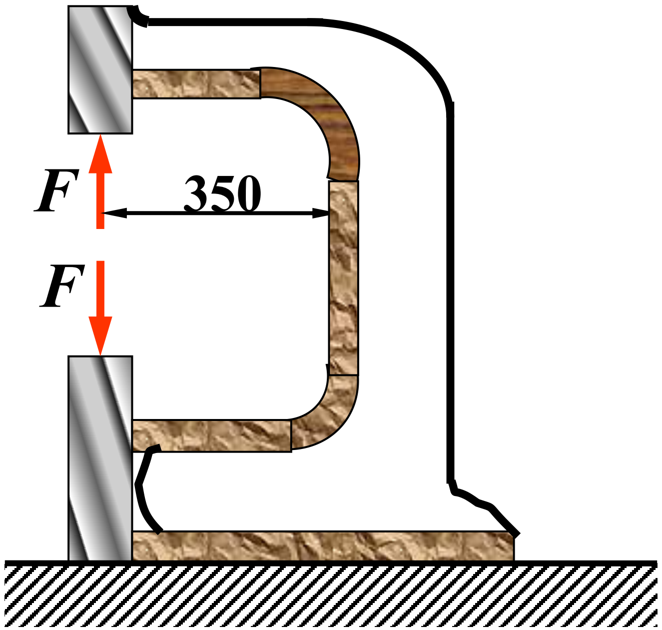
$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

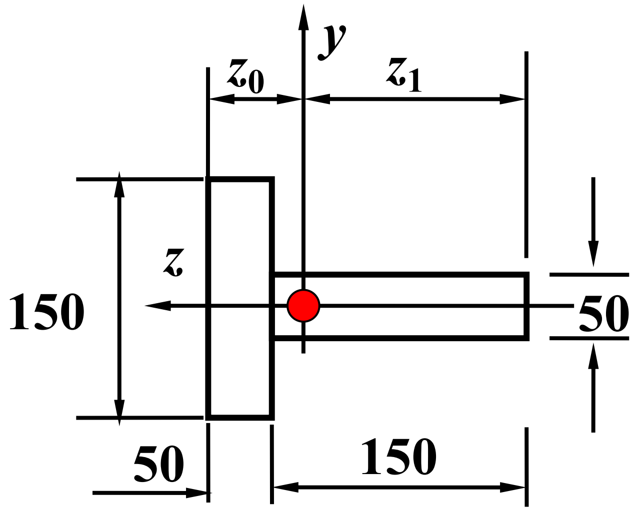
当材料的许用拉应力和许用压应力不相等时,应分别建立杆件的抗拉和抗压强度条件.

$$\sigma_{t\max} \leq [\sigma_t]$$

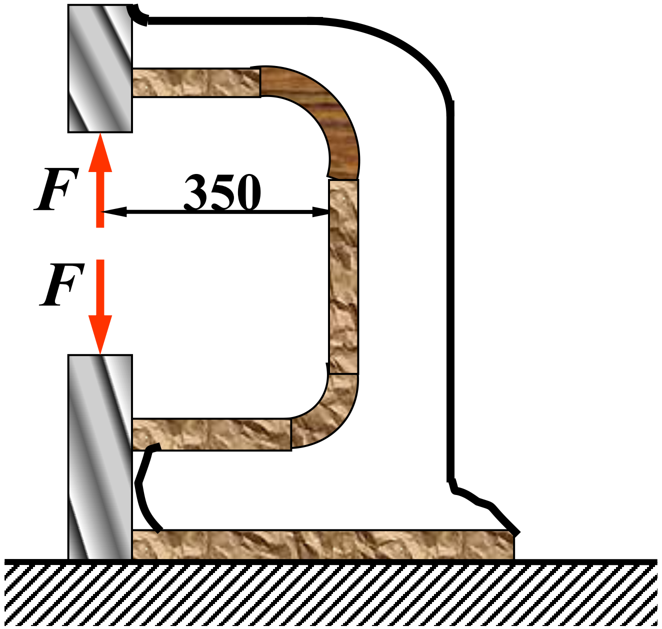
$$\sigma_{c\max} \leq [\sigma_c]$$

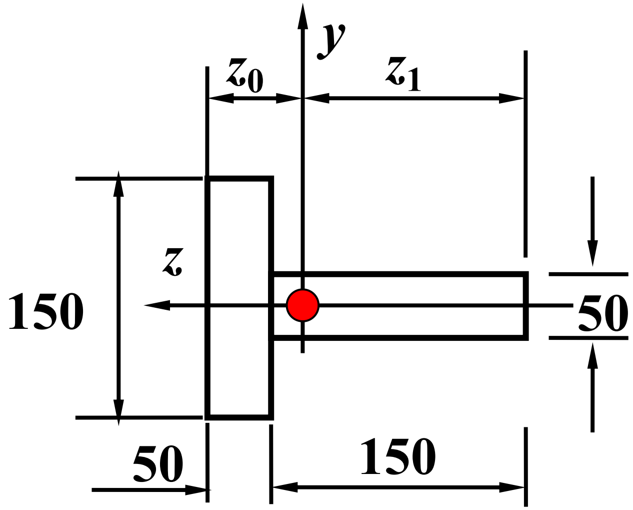
**例题** 小型压力机的铸铁框架如图所示.已知材料的许用拉应力 $[\sigma_t]=30\text{MPa}$ ,许用压应力 $[\sigma_c]=160\text{MPa}$.试按立柱的强度确定压力机的许可压力$F$.



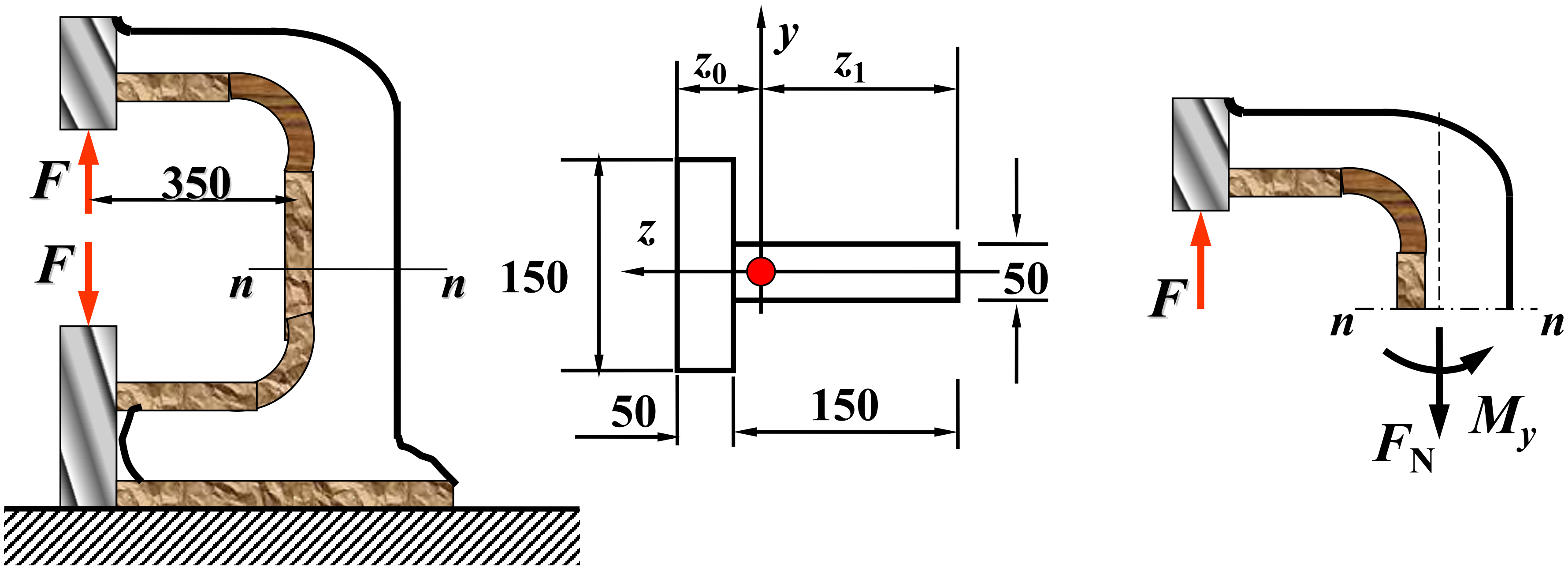
# 组合变形 (Combined Deformation)




解：（1）确定形心位置 $A = 15\times10^{-3}\ \text{m}^2$ $z_0 = 7.5\ \text{cm}$

计算截面对中性轴 $y$ 的惯性矩 $I_y = 5310\ \text{cm}^4$

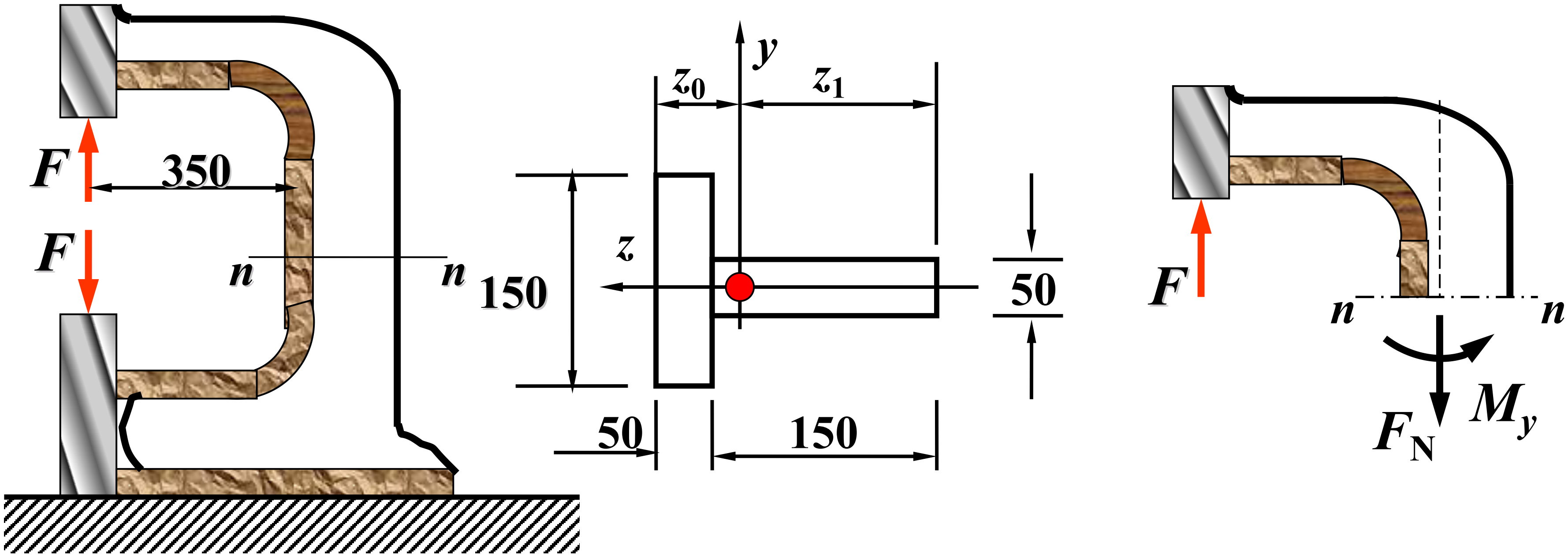



（2） 分析立柱横截面上的内力和应力

在 $n$-$n$ 截面上有轴力 $F_N$及弯矩 $M_y$

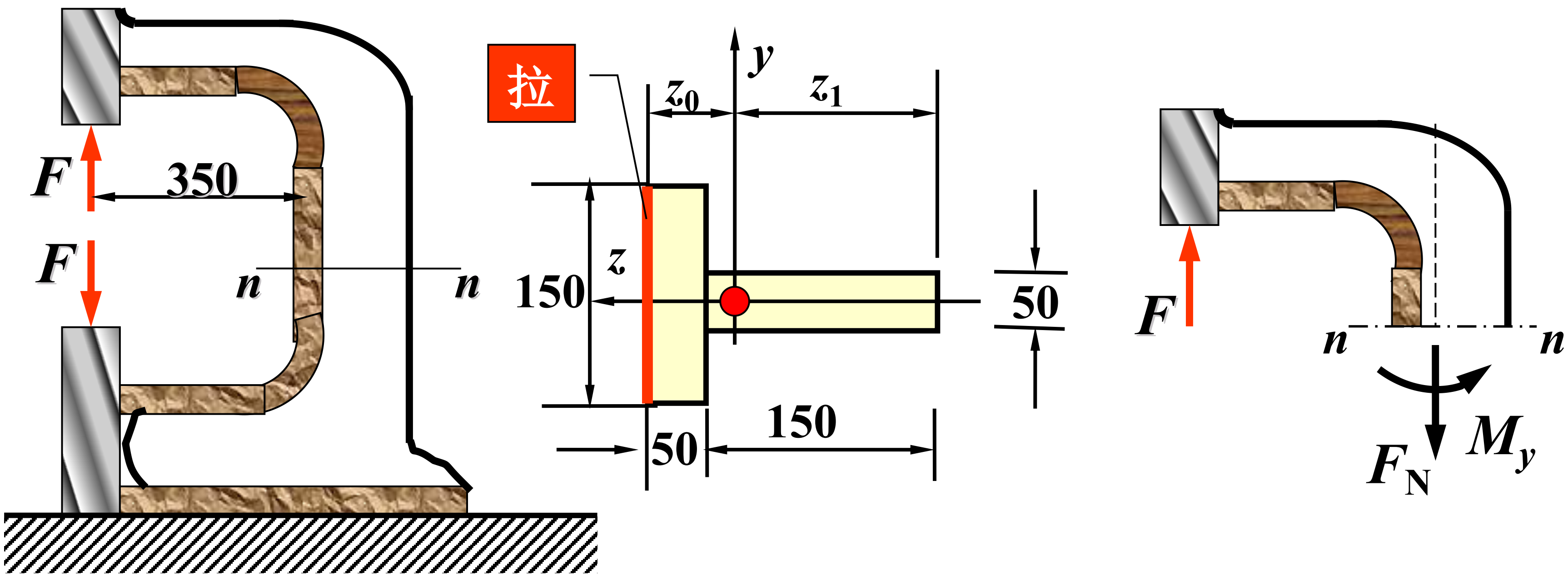
$$F_N = F$$

$$M_y = [(35+7.5)\times10^{-2}]F = 42.5\times10^{-2}F$$




由轴力 $F_N$产生的拉伸正应力为

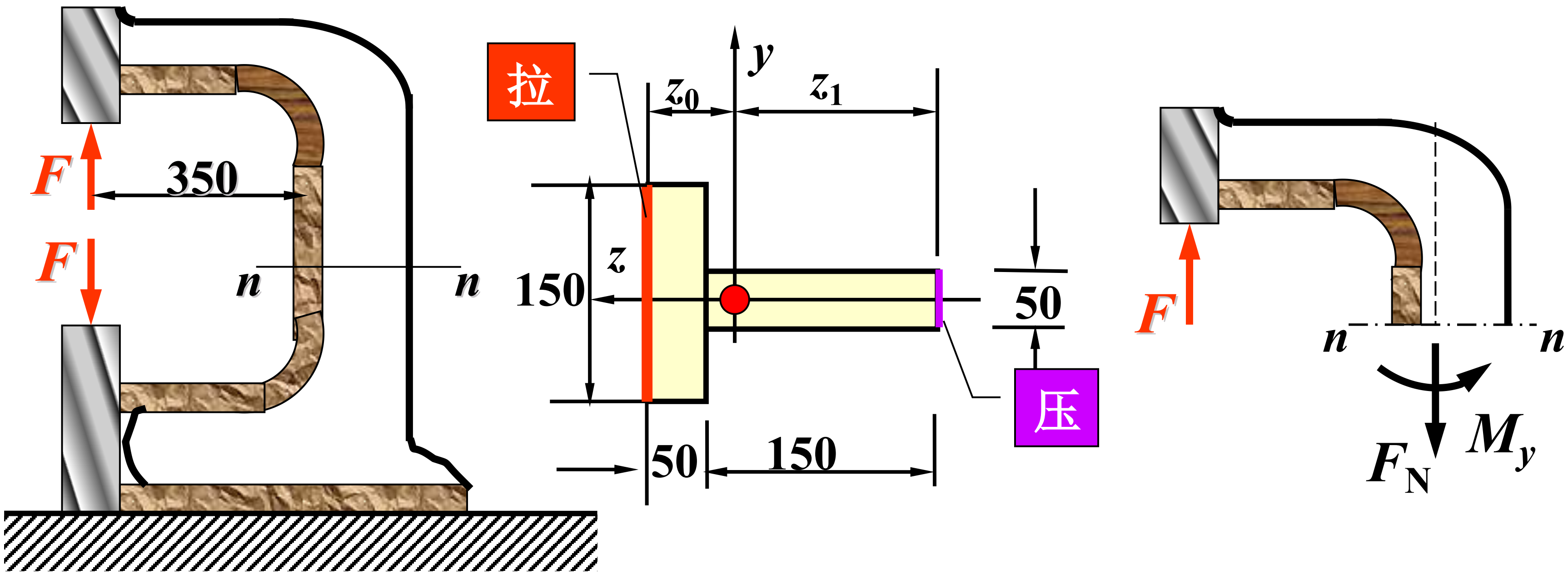
$$\sigma' = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{15}\text{MPa}$$




由弯矩 $M_y$ 产生的最大弯曲正应力为

$$\sigma''_{t\max}=\frac{M_y z_0}{I_y}=\frac{425\times7.5F}{5310}\text{MPa}\quad(+)$$

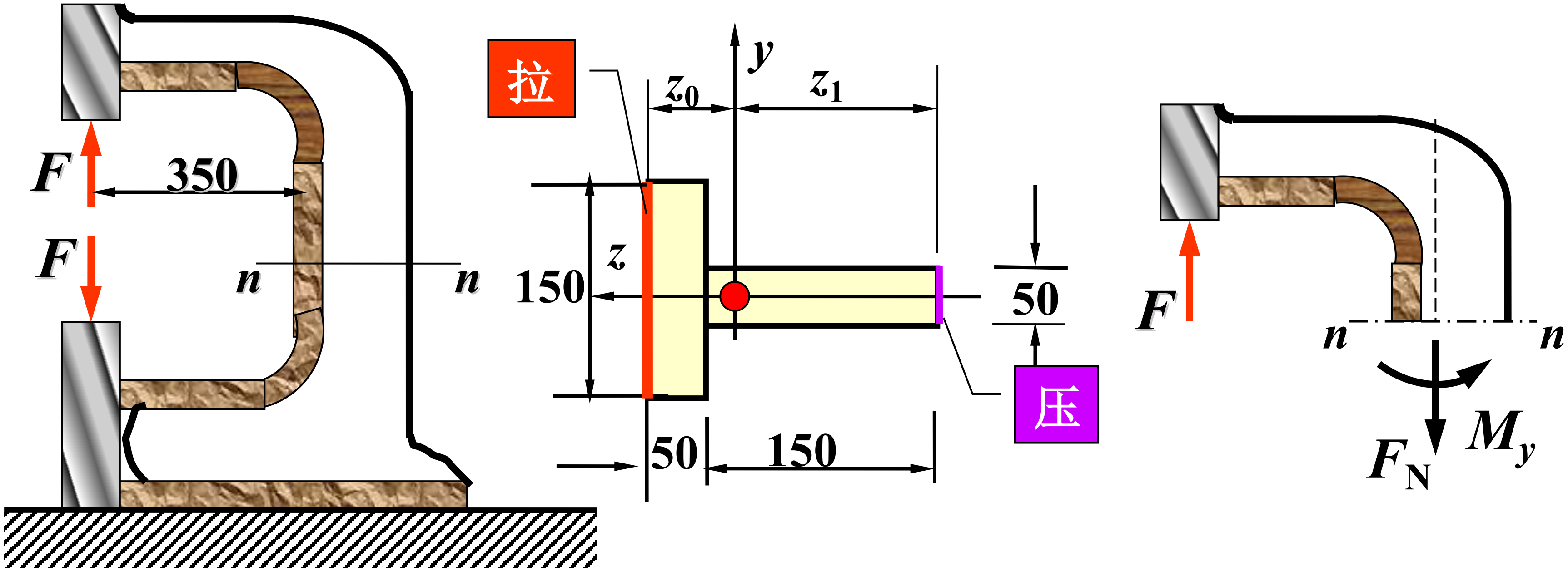
$$\sigma''_{c\max}=\frac{M_y z_1}{I_y}=\frac{425\times12.5F}{5310}\text{MPa}\quad(-)$$




（3）叠加　在截面内侧有最大拉应力

$$\sigma_{t\max} = \sigma' + \sigma''_{t\max} = \frac{F}{15} + \frac{425 \times 7.5F}{5310} \le [\sigma_t]$$

$\longrightarrow [F] \le 45.1\ \text{kN}$




在截面外侧有最大压应力

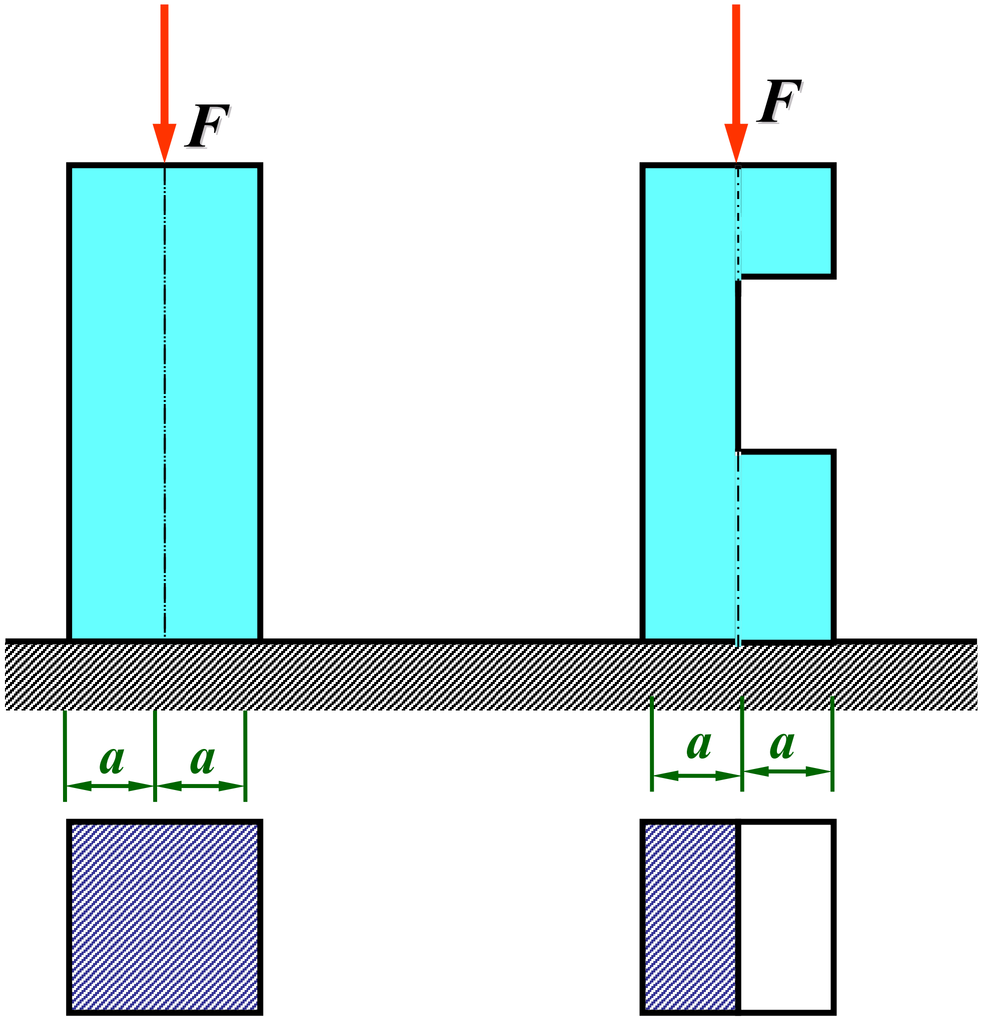
$$\sigma_{\text{cmax}} = \left|\sigma' + \sigma''_{\text{cmax}}\right| = \left|\frac{F}{A} - \frac{425\times 12.5F}{5310}\right| \le [\sigma_c]$$

$$\longrightarrow \quad [F] \le 171.3\ \text{kN}$$

所以取 $[F] \le 45.1\ \text{kN}$

# 组合变形 (Combined Deformation)

**例题** 正方形截面立柱的中间处开一个槽,使截面面积为原来截面面积的一半.求开槽后立柱的的最大压应力是原来不开槽的几倍.



解：未开槽前立柱为轴向压缩

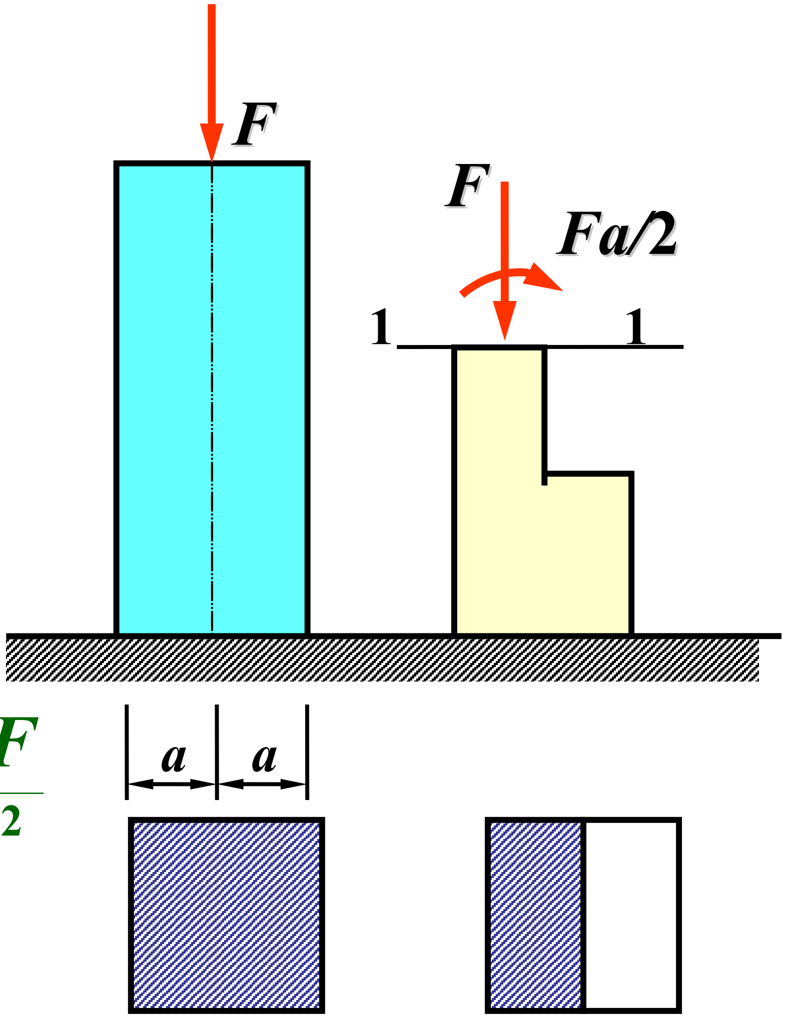
$$\sigma_1 = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{A} = \frac{F}{(2a)^2} = \frac{F}{4a^2}$$

开槽后1-1是危险截面

危险截面为偏心压缩

将力 $F$ 向1-1形心简化

$$\sigma_2 = \frac{F_N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F}{2a \cdot a} + \frac{Fa/2}{\frac{1}{6} 2a \cdot a^2} = \frac{2F}{a^2}$$

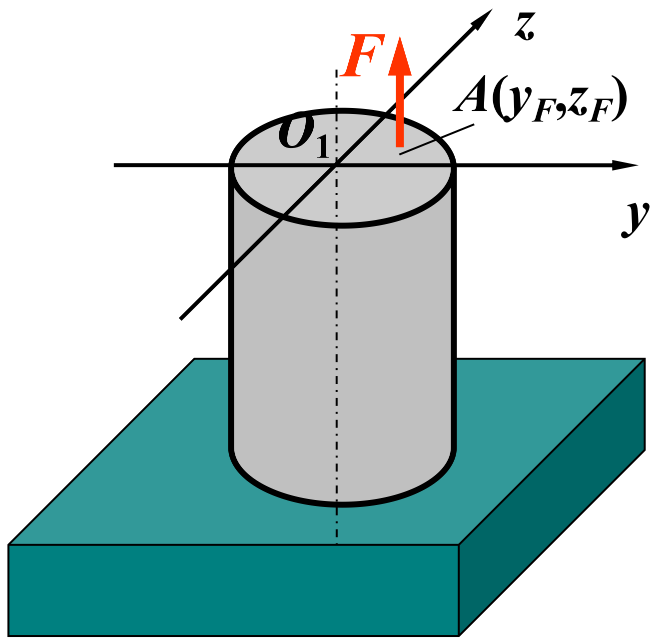



$$\frac{\text{开槽后立柱的最大压应力}}{\text{未开槽前立柱的最大压应力}} = \frac{2F/a^2}{F/4a^2} = 8$$

# §8-3 偏心拉（压）· 截面核心
# （Eccentric loads &the kern of a section）

## 一、偏心拉（压）（Eccentric loads）

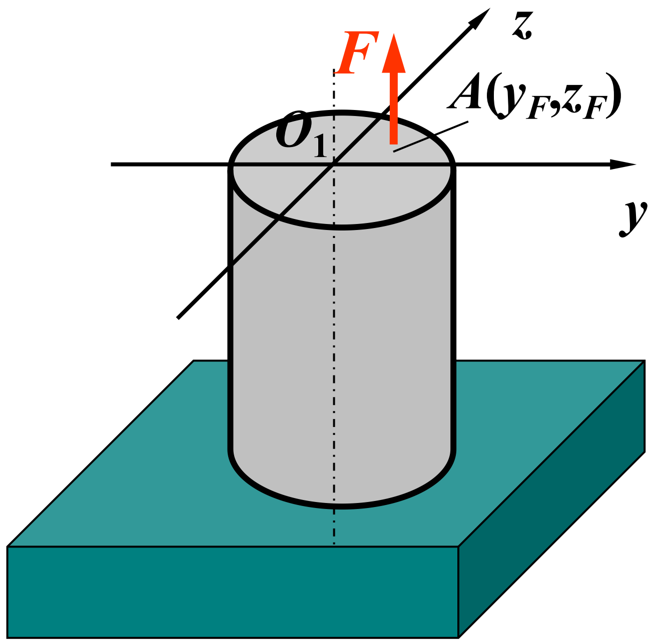
**1.定义**（**Definition**） 当外力作用线与杆的轴线平行但不重合时，将引起轴向拉伸（压缩）和平面弯曲两种基本变形.

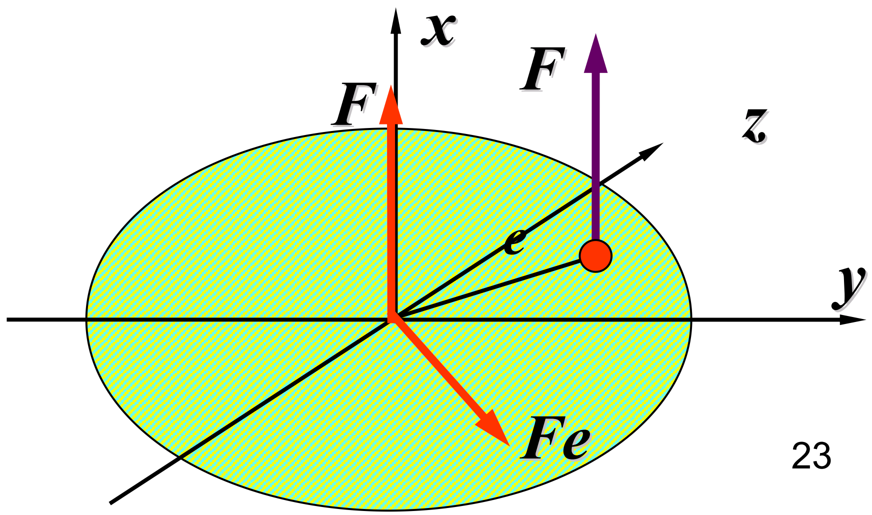


## 2. 等直杆承受偏心拉力 $F$

轴向拉力 $F$　　力偶矩 $M = Fe$，

将 $M$向$y$轴和$z$轴分解
$$\begin{cases} M_y = Fe\sin\alpha = Fz_F \\ M_z = Fe\cos\alpha = Fy_F \end{cases}$$

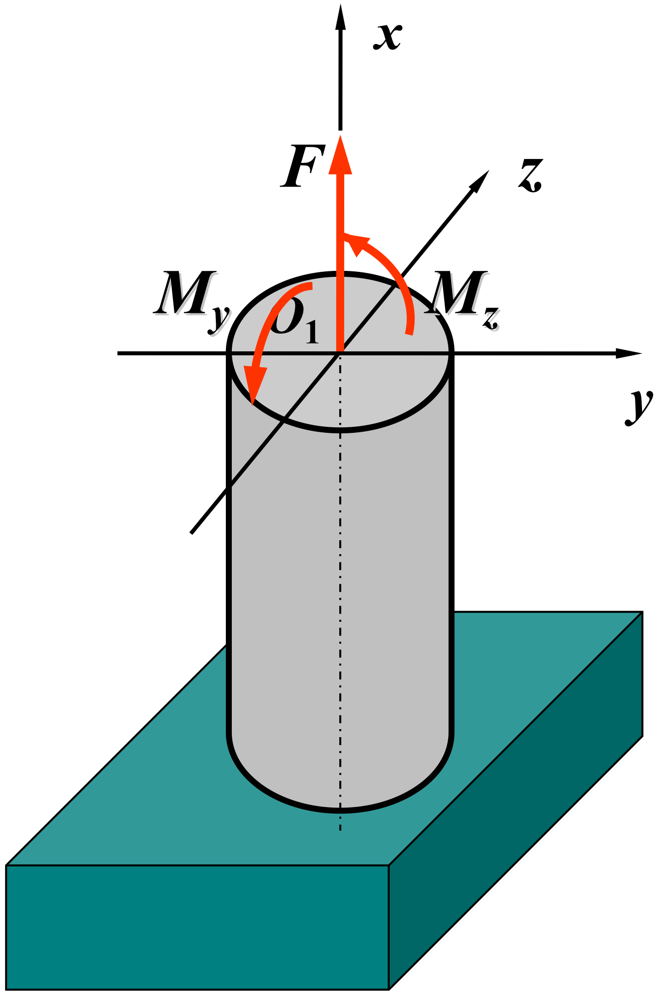


$F$ 使杆发生拉伸变形

$M_y$ 使杆发生$xOz$平面内的弯曲变形（$y$ 为中性轴）

$M_z$ 使杆发生 $xOy$ 平面内的弯曲变形（$z$ 为中性轴）



## 二、任意横截面 上*C* 点的应力分析
## （Stress analysis at point *C* on cross section *n*-*n*）

由 $F$产生的正应力

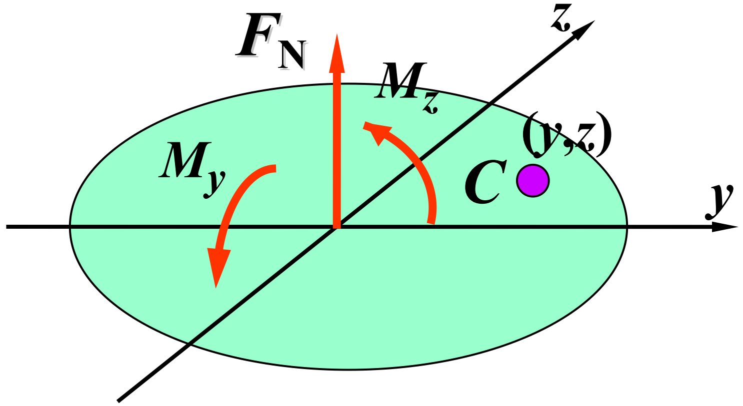
$$\sigma' = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} = \frac{F}{A}$$

由 $M_y$ 产生的正应力

$$\sigma'' = \frac{M_y \cdot z}{I_y} = \frac{F \cdot z_F \cdot z}{I_y}$$

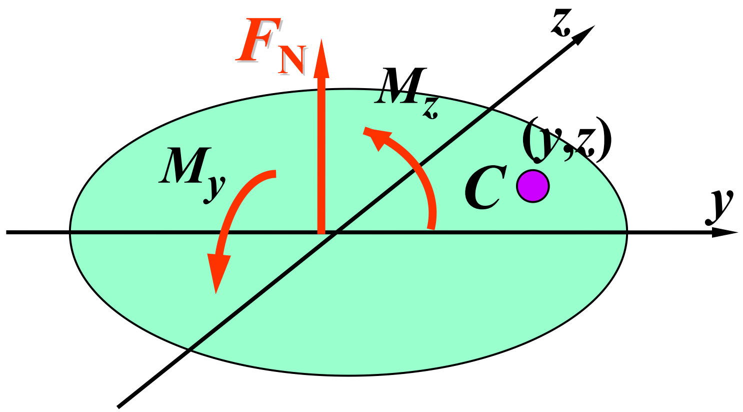
由 $M_z$产生的正应力

$$\sigma''' = \frac{M_z \cdot y}{I_z} = \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_z}$$



由于 $C$ 点在第一象限内,根据杆件的变形可知,

$\sigma', \sigma'', \sigma'''$ 均为拉应力




由叠加原理,得 $C$点处的正应力为

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' + \sigma''' =$$

$$\frac{F_N}{A} + \frac{F \cdot z_F \cdot z}{I_y} + \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_z}$$

式中

$A$为横截面面积;

$I_y, I_z$ 分别为横截面对 $y$ 轴和 $z$ 轴的惯性矩;

($z_F, y_F$) 为力 $F$ 作用点的坐标;

($z, y$)为所求应力点的坐标.

## 三、中性轴的位置（The location of neutral axis）

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A} + \frac{F \cdot z_F \cdot z}{I_y} + \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_z}$$

$$I_y = A \cdot i_y^2 \qquad I_z = A \cdot i_z^2$$

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}\left(1 + \frac{z_F \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2}\right)$$

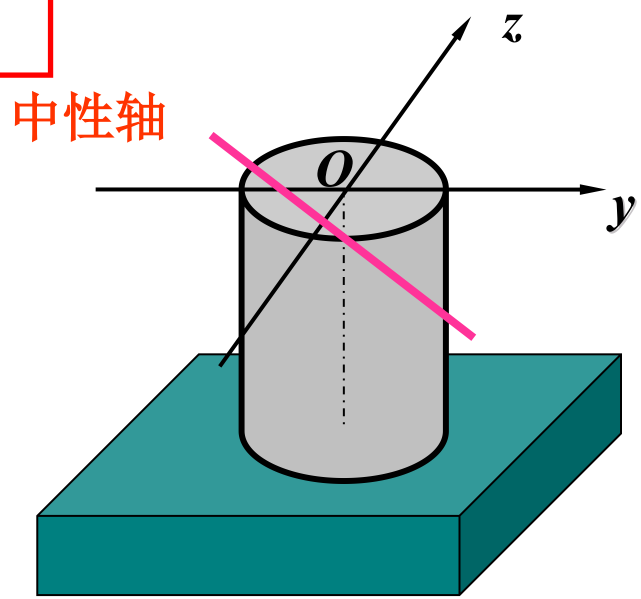
上式是一个平面方程. 表明正应力在横截面上按线性规律变化. 应力平面与横截面的交线（直线$\sigma = 0$）就是中性轴.

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}(1 + \frac{z_F \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2})$$

令 $y_0, z_0$ 代表中性轴上任一点的坐标,即得中性轴方程

$$\boxed{1 + \frac{z_F \cdot z_0}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y_0}{i_z^2} = 0}$$

讨论



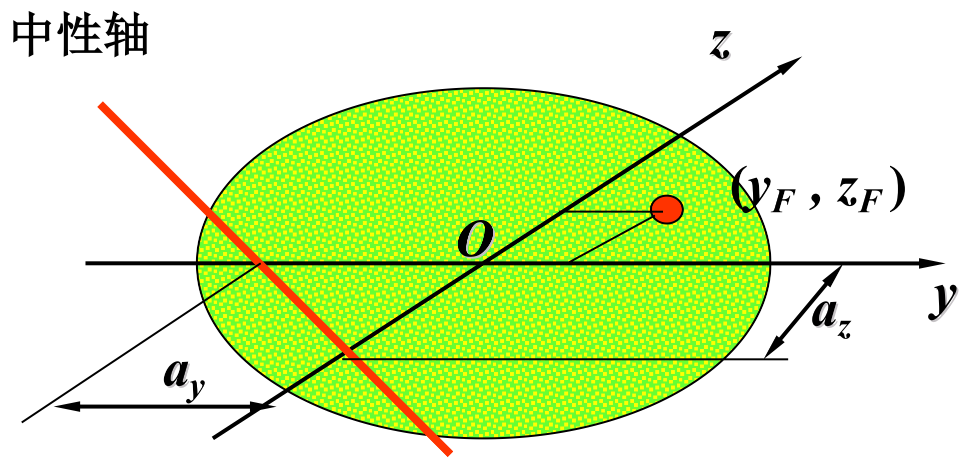

（1）在偏心拉伸 (压缩) 情况下,中性轴是一条不通过截面形心的直线

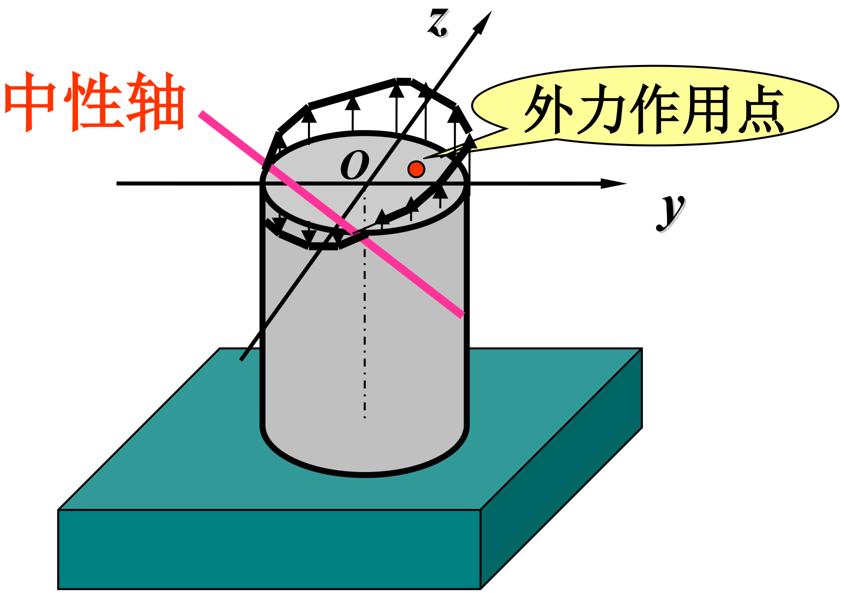
$$1+\frac{z_F\cdot z_0}{i_y^2}+\frac{y_F\cdot y_0}{i_z^2}=0$$

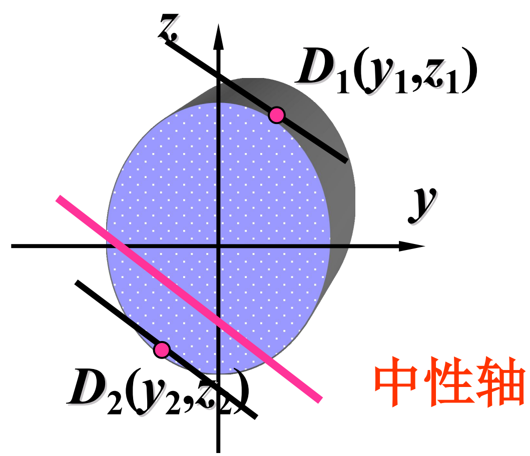
（2） 用 $a_y$和 $a_z$表示中性轴在 $y$ , $z$ 两轴上的截距,则有

$$a_y=-\frac{i_z^2}{y_F}\qquad a_z=-\frac{i_y^2}{z_F}$$

（3）中性轴与外力作用点分别处于截面形心的相对两侧

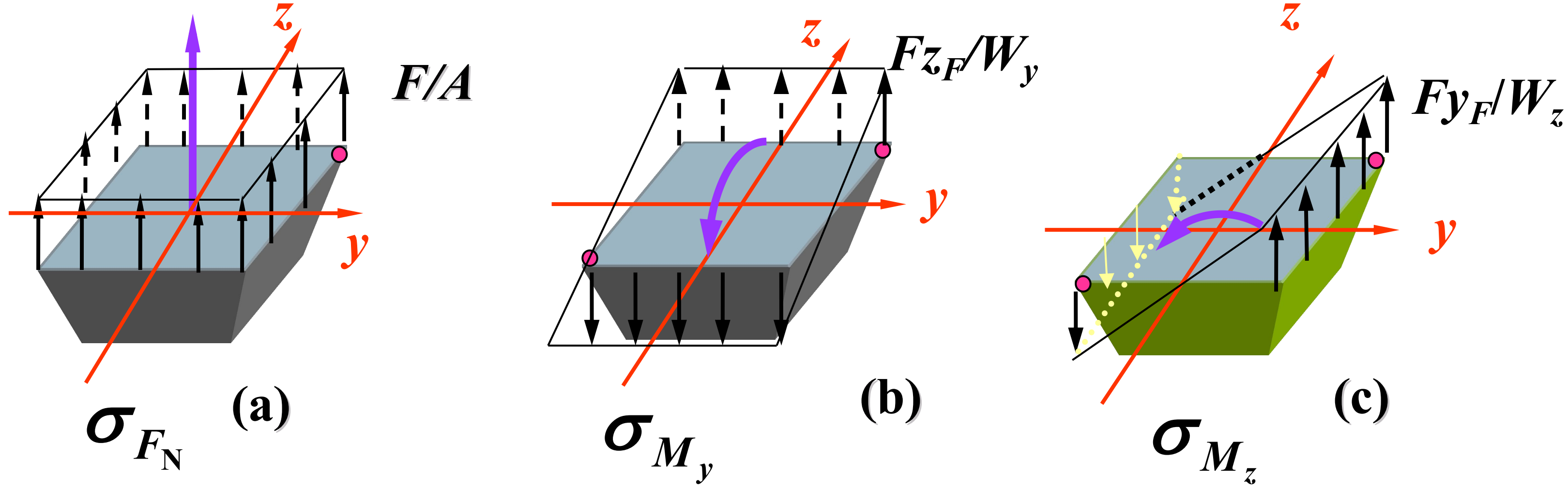





（4）中性轴将横截面上的应力区域分为拉伸区和压缩区

横截面上最大拉应力和最大压应力分别为$D_1$ , $D_2$两切点




（5）对于周边具有棱角的截面,其危险点必定在截面的棱角处, 并可根据杆件的变形来确定

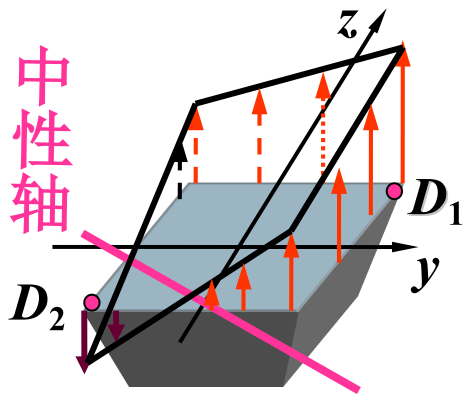
最大拉应力 $\sigma_{tmax}$ 和最大压应力 $\sigma_{cmin}$ 分别在截面的棱角 $D_1$ $D_2$ 处.无需先确定中性轴的位置,直接观察确定危险点的位置即可

$$\begin{matrix}\sigma_{max} \\ \sigma_{min}\end{matrix} = \frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot z_F}{W_y} \pm \frac{F \cdot y_F}{W_z}$$

## 四、强度条件（Strength condition）

由于危险点处仍为单向应力状态,因此,求得最大正应力后,建立的强度条件为

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]$$



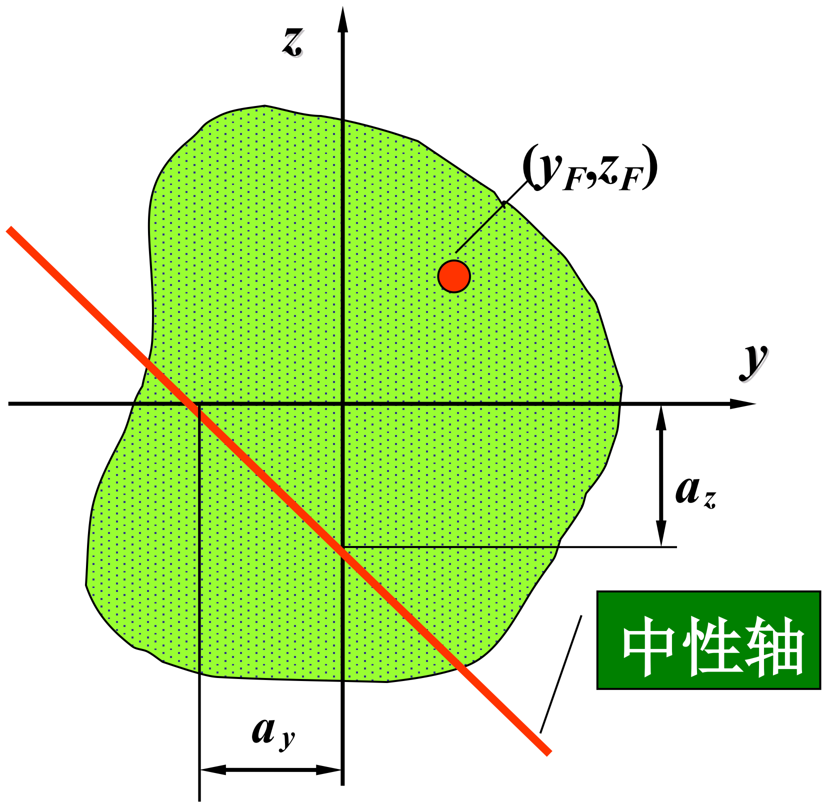
## 五、截面核心（The kern of a section）

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F} \qquad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}$$

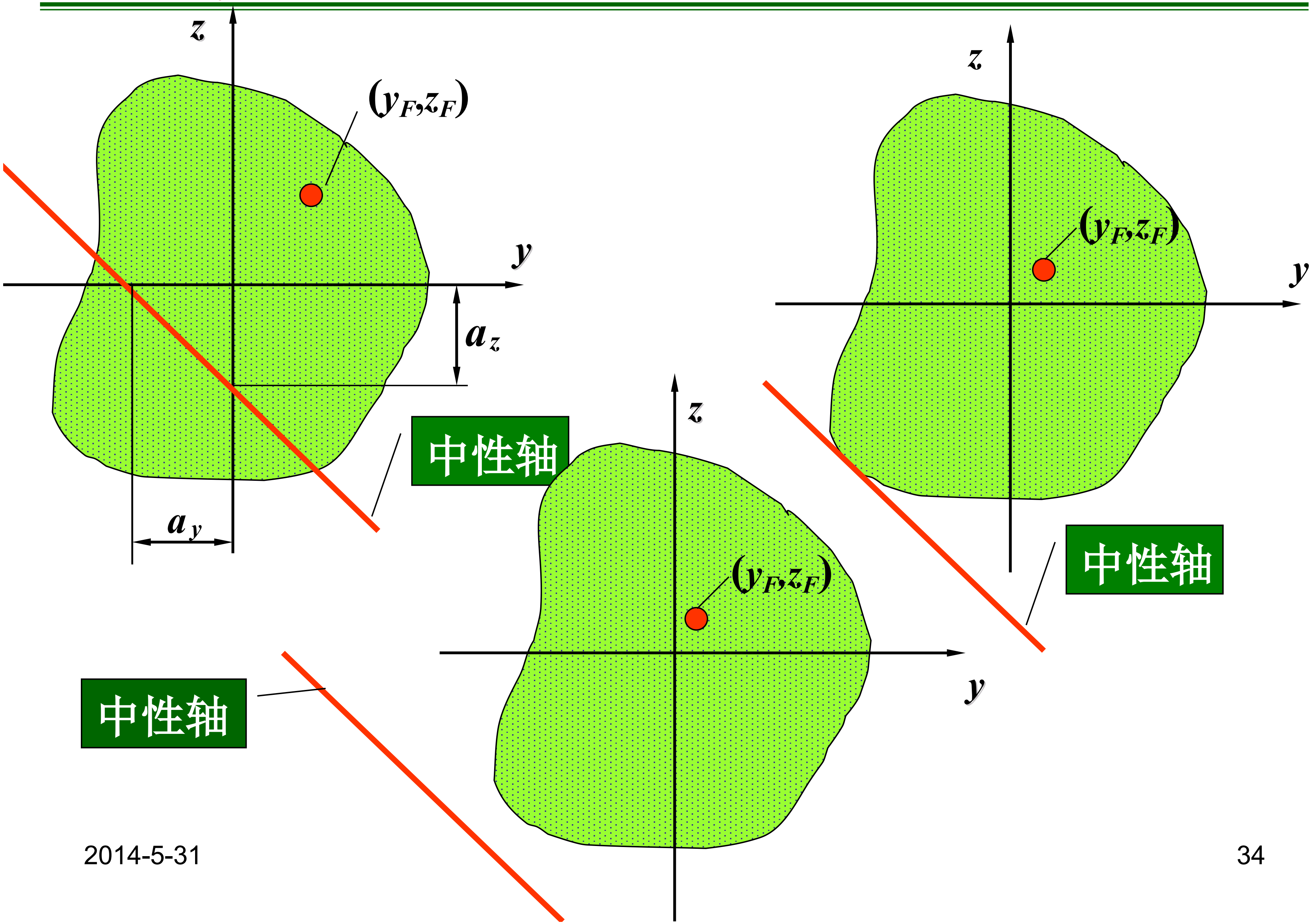
（$y_F$, $z_F$）为外力作用点的坐标

$a_y$,$a_z$为中性轴在$y$轴和$z$轴上的截距

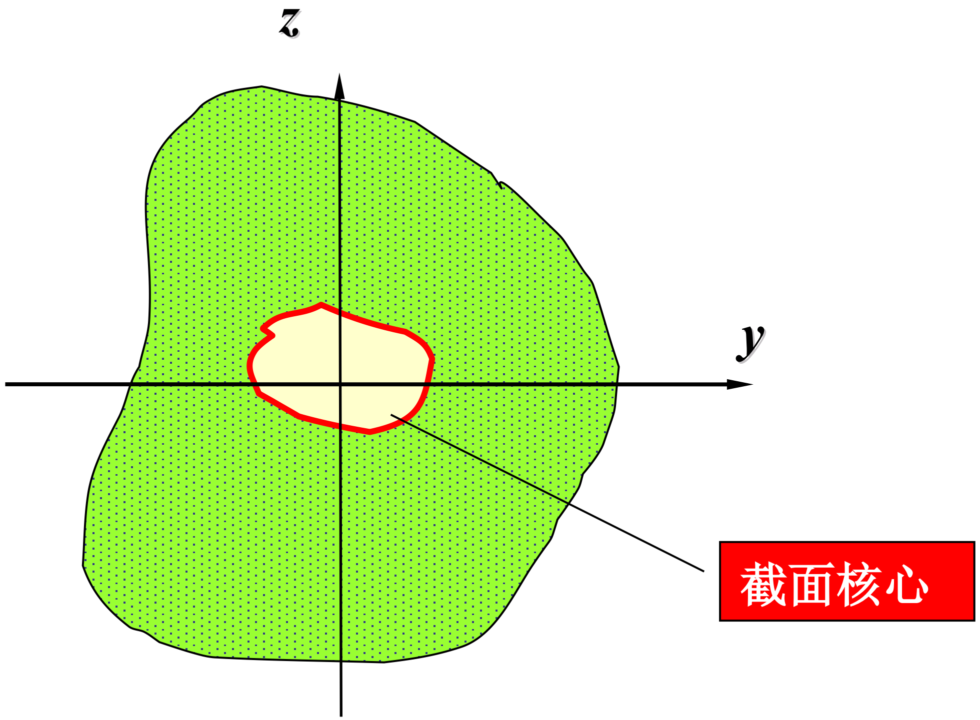
当中性轴与图形相切或远离图形时,整个图形上将只有拉应力或只有压应力



# 组合变形 (Combined Deformation)



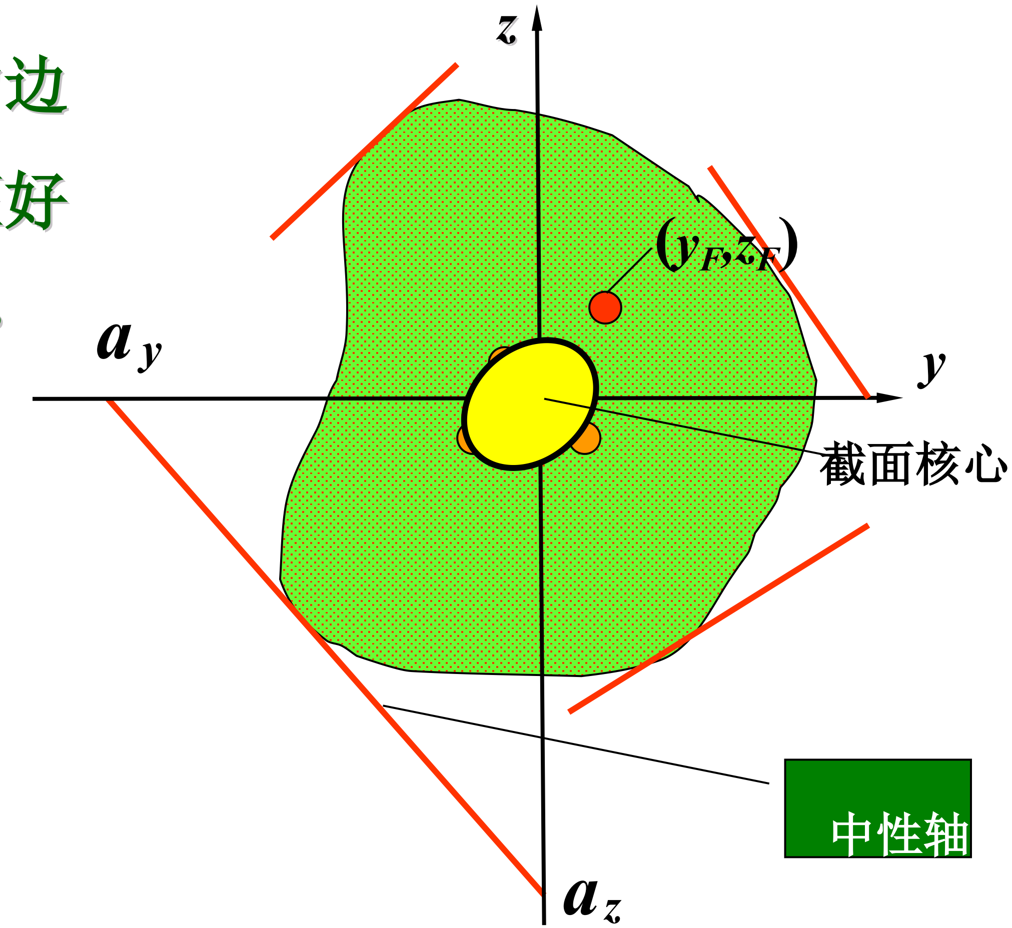
1. **定义**（**Definition**）当外力作用点位于包括截面形心的一个区域内时,就可以保证中性轴不穿过横截面（整个截面上只有拉应力或压应力）,这个区域就称为***截面核心***（**the kern of a section**）



## 2. 截面核心的确定（Determine the kern of a section）

当外力作用在截面核心的边界上时,与此相应的中性轴正好与截面的周边相切.截面核心的边界就由此关系确定.

$$y_F = -\frac{i_z^2}{a_y} \qquad z_F = -\frac{i_y^2}{a_z}$$

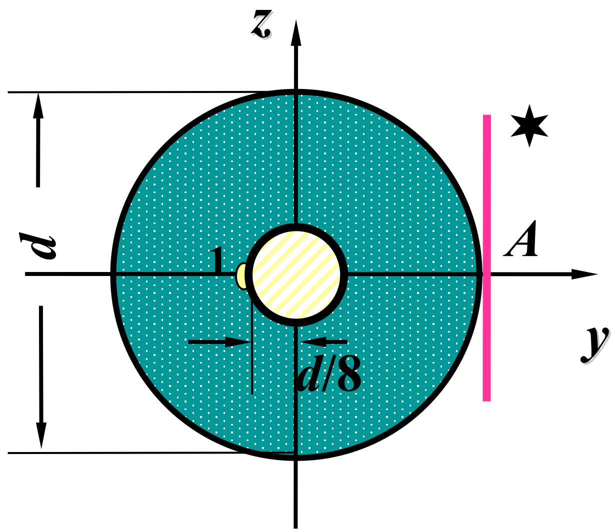


**例**　求圆形截面的截面核心

**解:**

（１）作切线 ★ 为中性轴 ,在两个形心主惯性轴上的截距分别为

$$a_{y1} = \frac{d}{2}, \quad a_{z1} = \infty$$




$$i_y^2 = i_z^2 = \frac{d}{4}$$

圆截面的惯性半径

$$y_{F1} = -\frac{i_z^2}{a_{y1}} = -\frac{d^2/16}{d/2} = -\frac{d}{8},$$

$$z_{F1} = -\frac{i_y^2}{a_{z1}} = 0$$

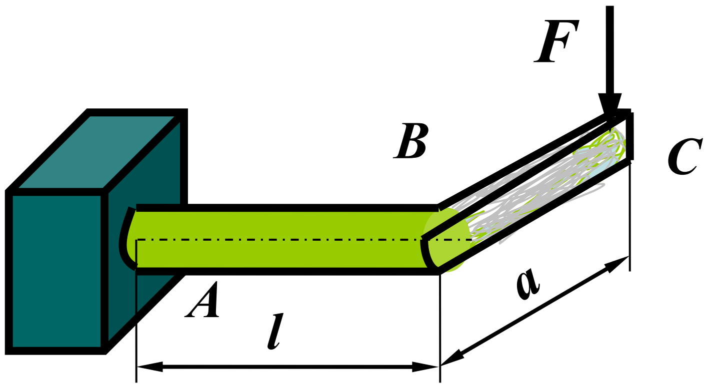
（２）由于圆截面对于圆心$O$是对称的, 因而, 截面核心的边界对于圆也应是对称的, 从而可知, 截面核心边界是一个以$O$为圆心, 以$d/8$为半径的圆

# § 8-4 扭转与弯曲的组合
# （Combined bending and torsion）

*研究对象*（**research object**） *圆截面杆*（**circular bars**）

*受力特点*（**character of external force**）
杆件同时承受转矩和横向力作用

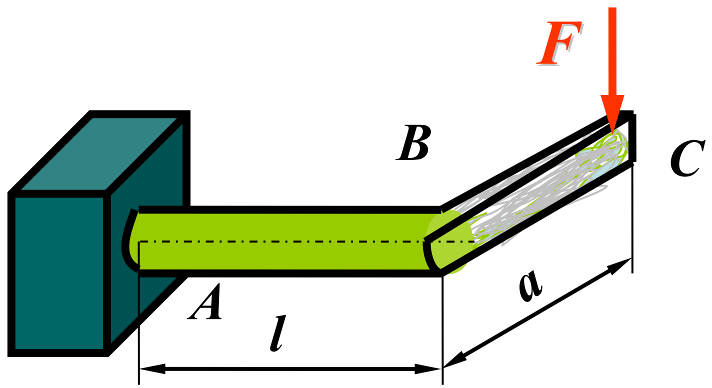
*变形特点*（**character of deformation**）
发生扭转和弯曲两种基本变形



# 组合变形 (Combined Deformation)

## 一、 内力分析

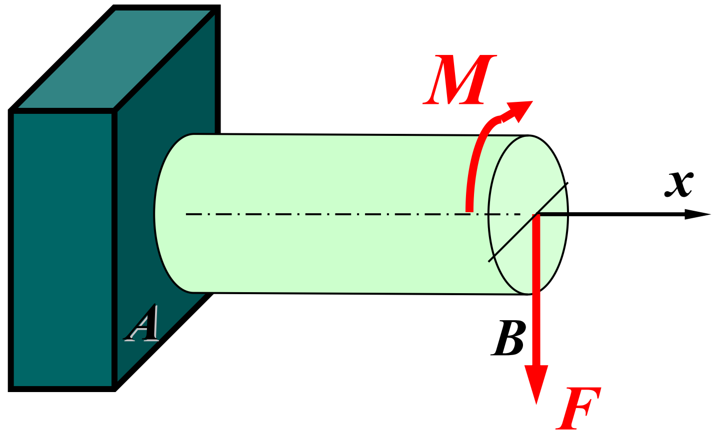
## （Analysis of internal force）



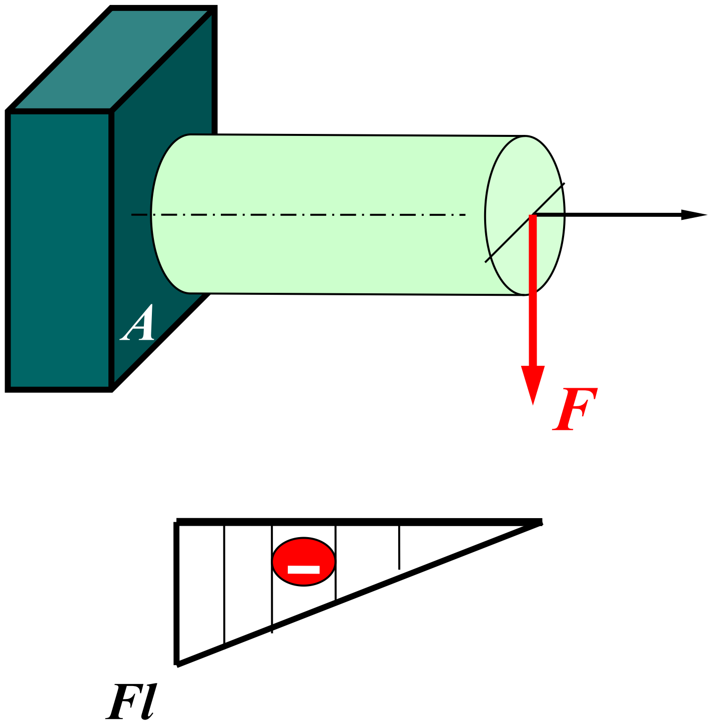

将力 $F$ 向 $AB$ 杆右端截面的形心$B$简化得

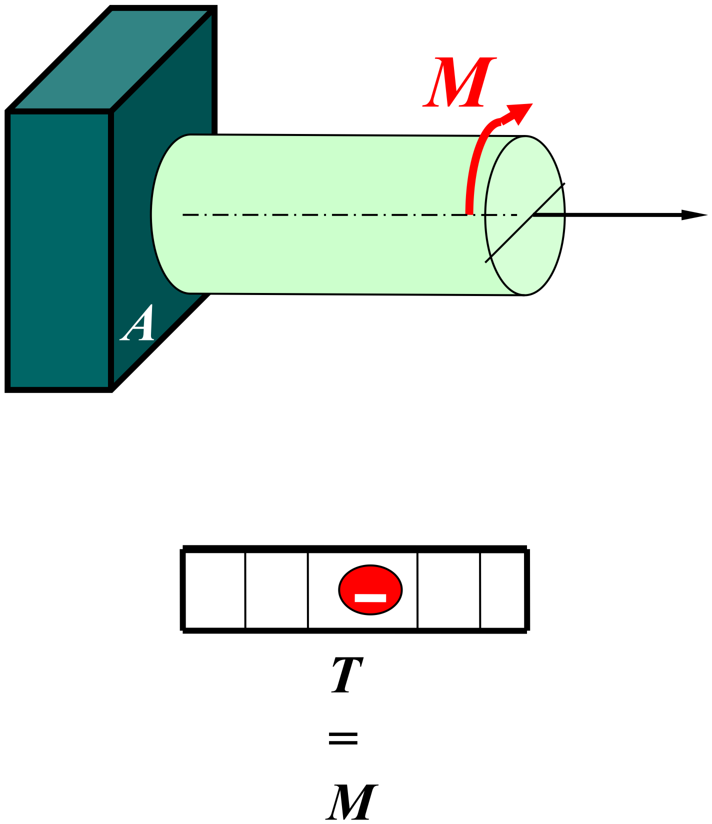
横向力 $F$ （引起平面弯曲）

力偶矩 $M = Fa$ （引起扭转）



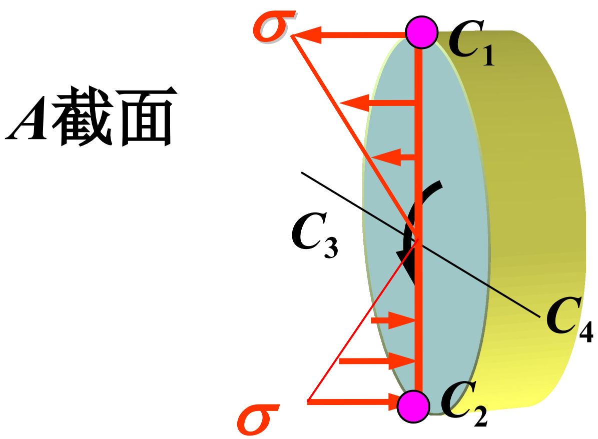
画内力图确定危险截面



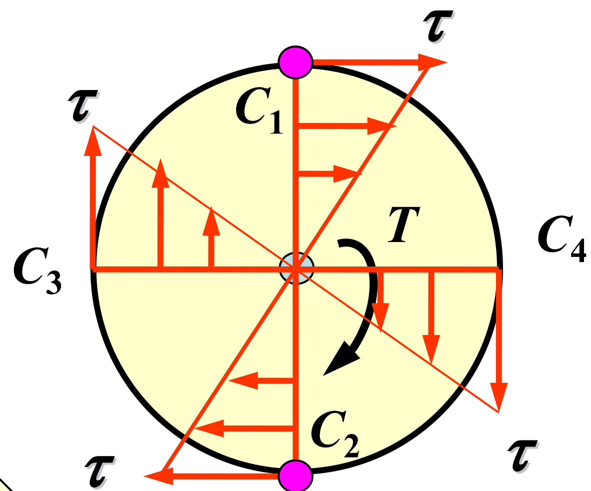

固定端*A*截面为危险截面

## 二、应力分析（Stress analysis）




危险截面上的最大弯曲正应力$\sigma$发生在$C_1$、$C_2$处

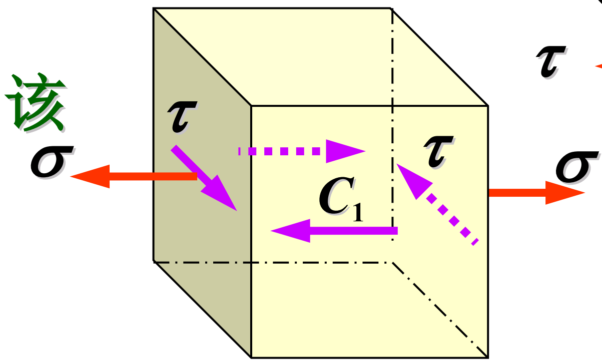
最大扭转切应力$\tau$发生在截面周边上的各点处.




危险截面上的危险点为$C_1$和$C_2$点

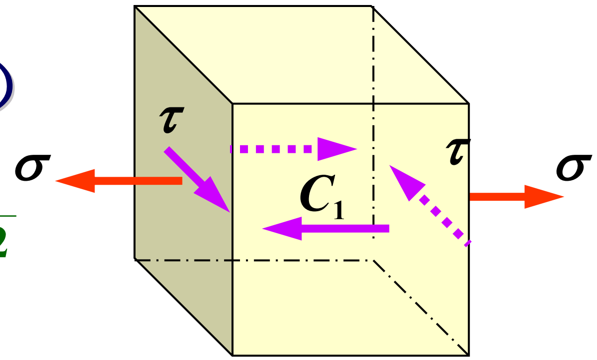
对于许用拉压应力相等的塑性材料制成的杆,这两点的危险程度是相同的.可取任意点$C_1$来研究.

$C_1$点处于平面应力状态, 该点的单元体如图示



## 三、强度分析（Analysis of strength condition）

### 1. 主应力计算 （Calculating principal stress）




$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_2 = 0$$

### 2. 相当应力计算（Calculating equal stress）

第三强度理论,计算相当应力 $\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$

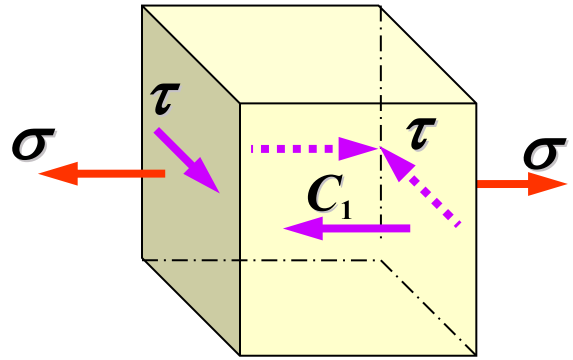
第四强度理论,计算相当应力 $\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

### 3. 强度校核（Check the strength）$\sigma_r \le [\sigma]$

# 讨 论

（1）$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}$

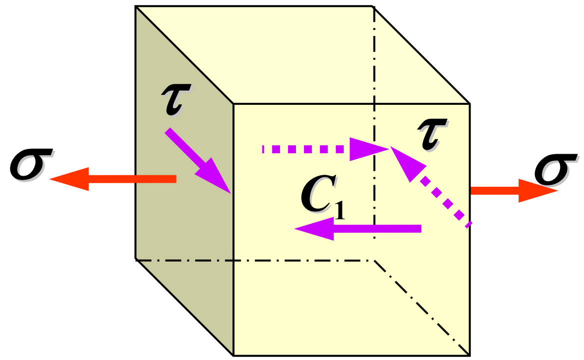
$\sigma_{r4}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}$




该公式适用于图示的平面应力状态.$\sigma$是危险点的正应力,$\tau$是危险点的切应力.且横截面不限于圆形截面

该公式适用于弯扭组合变形;拉（压）与扭转的组合变形;以及拉（压）扭转与弯曲的组合变形

（2）对于圆形截面杆有




$$W_{\mathrm{t}} = 2W = \frac{\pi d^3}{16}$$

弯扭组合变形时,相应的相当应力表达式可改写为

$$\boxed{\sigma_{\mathrm{r}3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{T}{W_{\mathrm{t}}}\right)^2} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W}}$$

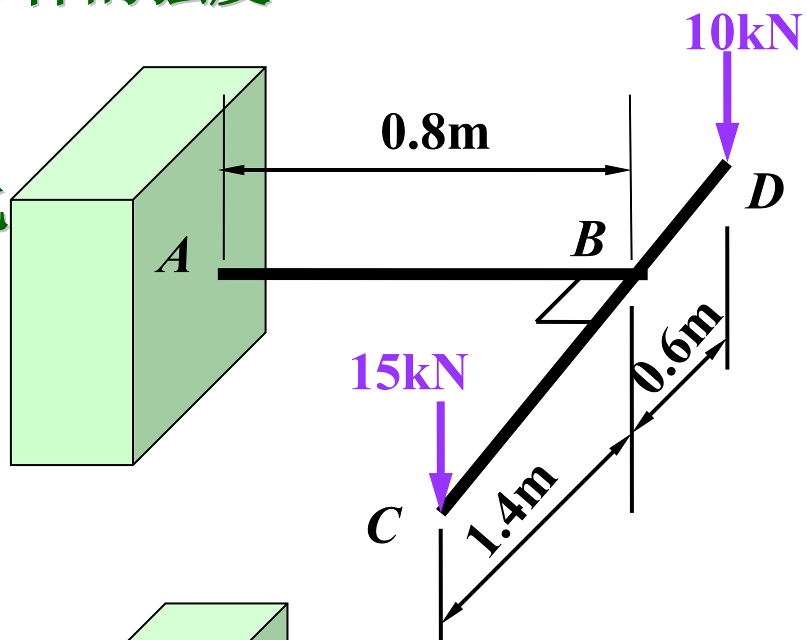
$$\boxed{\sigma_{\mathrm{r}4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 3\left(\frac{T}{W_{\mathrm{t}}}\right)^2} = \frac{\sqrt{M^2 + 0.75T^2}}{W}}$$

式中$W$为杆的抗弯截面系数.$M$,$T$分别为危险截面的弯矩和扭矩. 以上两式只适用于弯扭组合变形下的圆截面杆(实心、空心均可).

**例题** 空心圆杆*AB*和*CD*杆焊接成整体结构,受力如图.*AB*杆的外径 $D$=140mm,内外径之比 $\alpha = d/D$=0.8,材料的许用应力$[\sigma]$ = 160MPa.试用第三强度理论校核*AB*杆的强度

**解:**（1）外力分析

将力向*AB*杆的*B*截面形心简化得

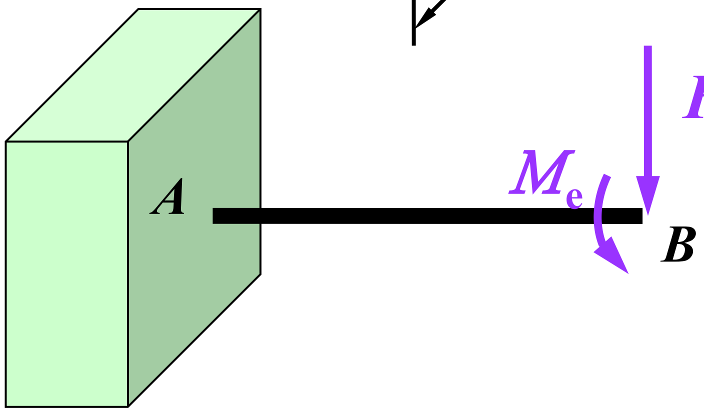



$$F = 25\text{kN}$$

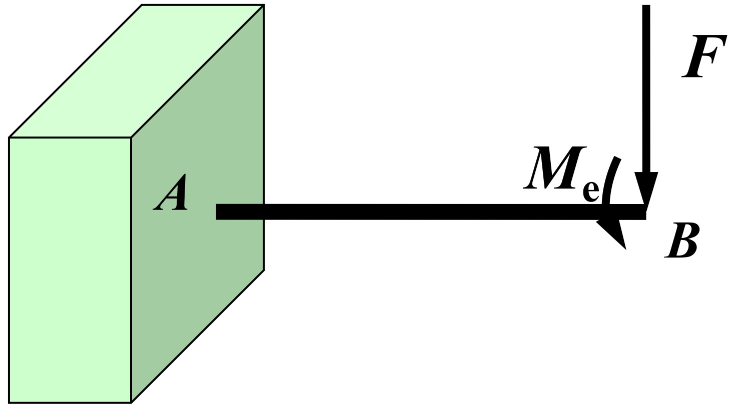
$$M_e = 15 \times 1.4 - 10 \times 0.6$$

$$= 15\text{kN} \cdot \text{m}$$

*AB*杆为扭转和平面弯曲的组合变形



（2）画扭矩图和弯矩图

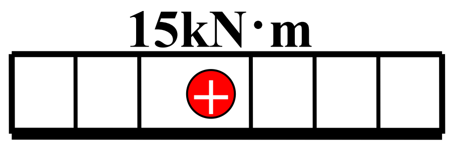



固定端截面为危险截面

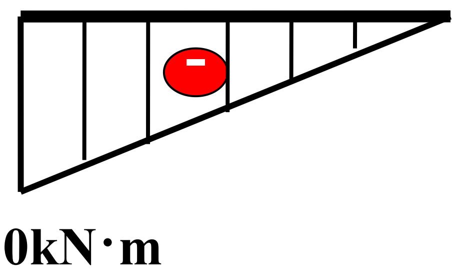
$$T = 15\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max} = 20\text{kN}\cdot\text{m}$$

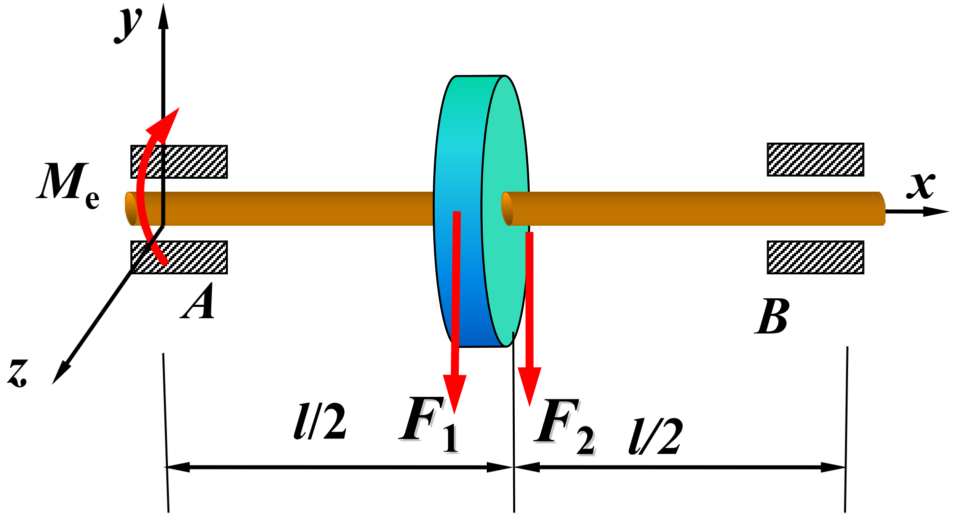
$$W = \frac{\pi D^3}{32}(1-\alpha^4)$$




$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M^2+T^2}}{W} = 157.26\text{MPa} < [\sigma]$$



**例题** 传动轴如图所示.在$A$处作用一个外力偶扭矩$M_e$=1kN·m,皮带轮直径$D$=300mm,皮带轮紧边拉力为$F_1$,松边拉力为$F_2$.且$F_1=2F_2$,$l$=200mm,轴的许用应力[$\sigma$]=160MPa.试用第三强度理论设计轴的直径。

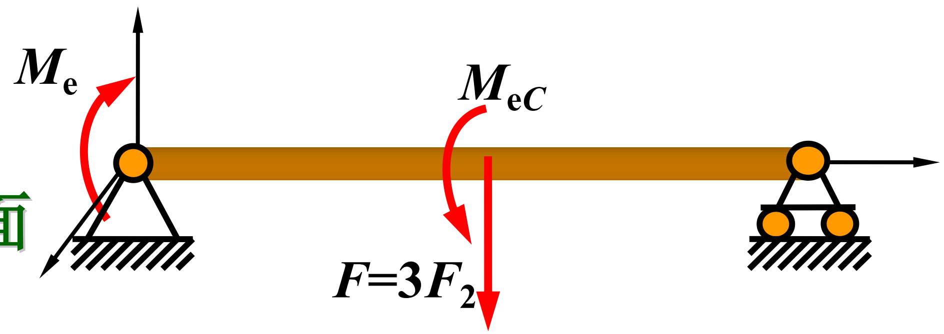



**解**:将力向轴的形心简化

$$M_{eC}=(F_1-F_2)\cdot\frac{D}{2}=\frac{F_2\cdot D}{2}$$

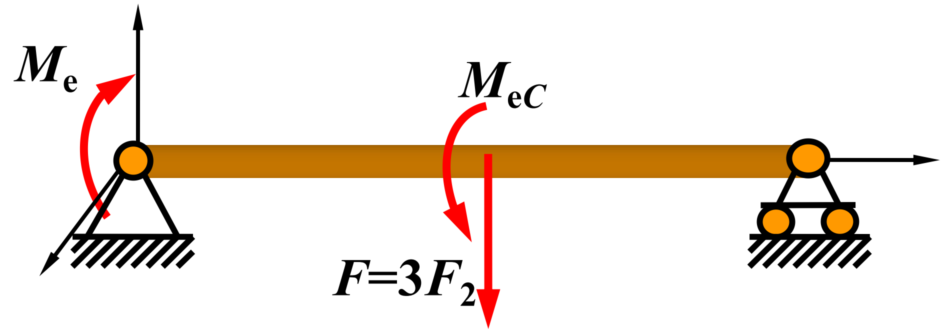
$$F_2=\frac{20}{3}\text{kN}$$

$$F=20\text{kN}$$



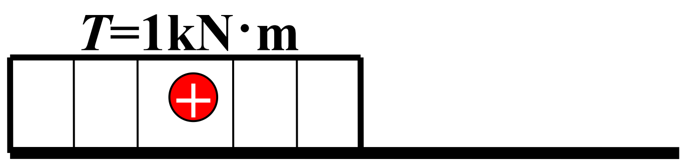

轴产生扭转和纵向对称面内的平面弯曲

中间截面为危险截面



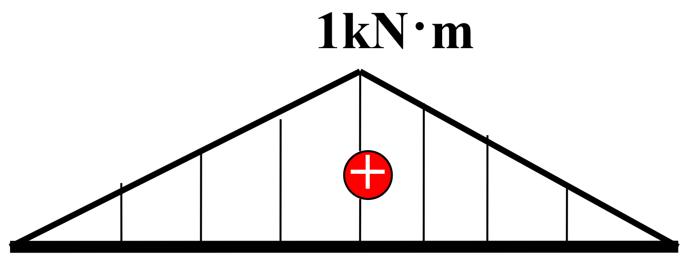

$$T = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{max} = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$



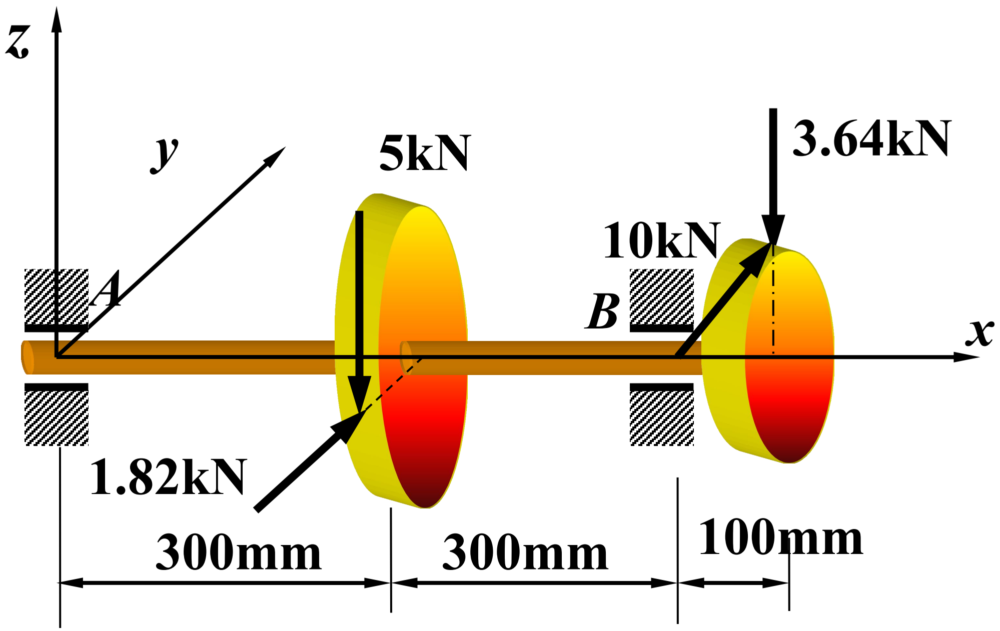

$$\sigma_{r3} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + T^2} \le [\sigma]$$

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$




$$d = 44.83\text{mm}$$

**例题** 图示一钢制实心圆轴,轴上的齿轮$C$上作用有铅垂切向力 5 kN,径向力 1.82 kN;齿轮 $D$上作用有水平切向力10 kN,径向力 3.64 kN.齿轮 $C$ 的节圆直径 $d_1 = 400$ mm,齿轮 $D$ 的节圆直径$d_2$=200mm. 许用应力 $[\sigma]$=100 MPa,试按第四强度理论设计轴的直径.



解:（1）外力简化

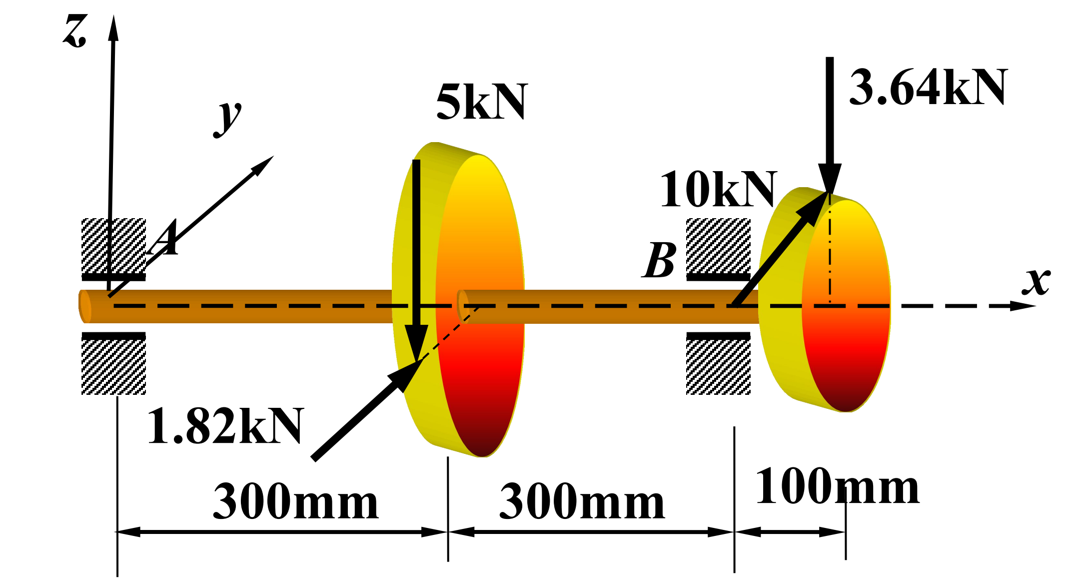
向截面形心简化

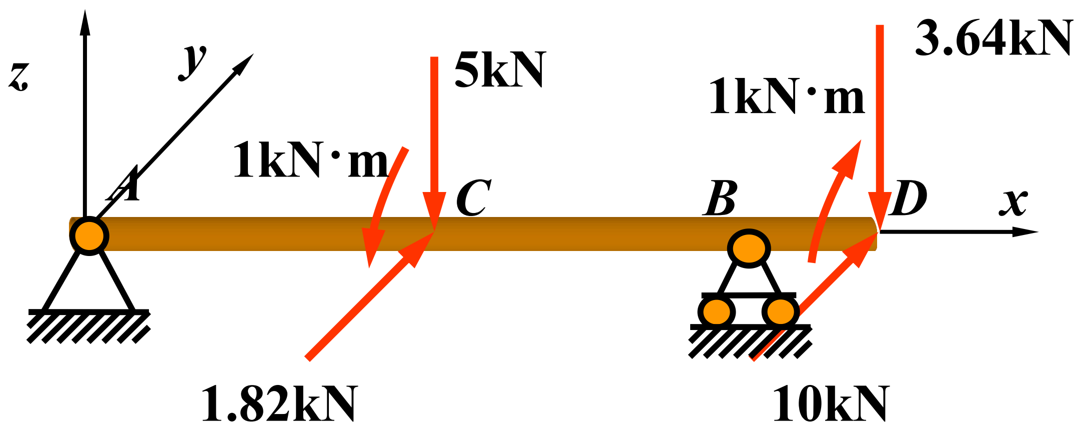
（2）轴的变形分析

5kN,3.64kN 使轴在 *xz* 纵对称面内产生弯曲

1.82kN,10kN 使轴在 *xy* 纵对称面内产生弯曲

1 kN·m使轴产生扭转



## （3）绘制轴的内力图

$$M_{yC} = 0.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

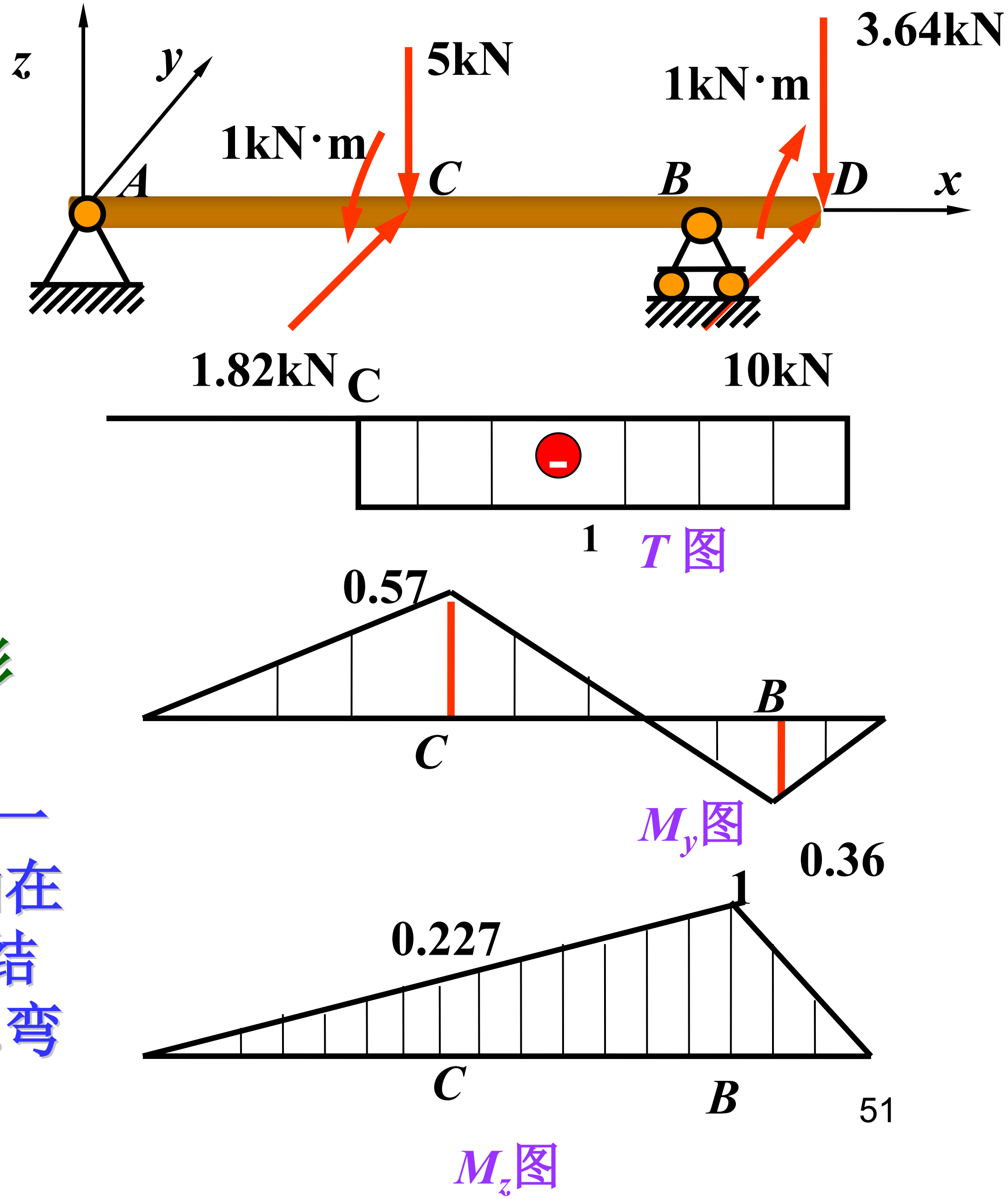
$$M_{yB} = 0.36\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zC} = 0.227\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zB} = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$T = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$

斜弯曲与扭转的组合变形




由于通过圆轴轴线的任一平面都是纵向对称平面,故轴在xz和xy两平面内弯曲的合成结果仍为平面弯曲,从而可用总弯矩来计算该截面正应力

（4）危险截面上的内力计算

$$M_{yC} = 0.57\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zC} = 0.227\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{yB} = 0.36\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zB} = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$

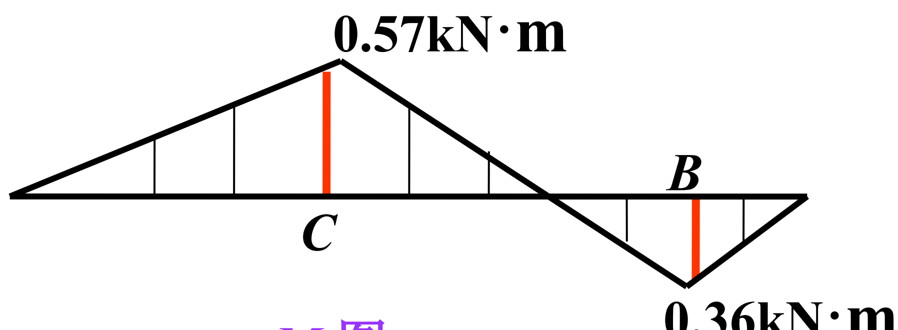
$B$和$C$截面的总弯矩为

$$\boxed{M_B = \sqrt{M_{yB}^2 + M_{zB}^2} = 1.063\text{kN}\cdot\text{m}}$$

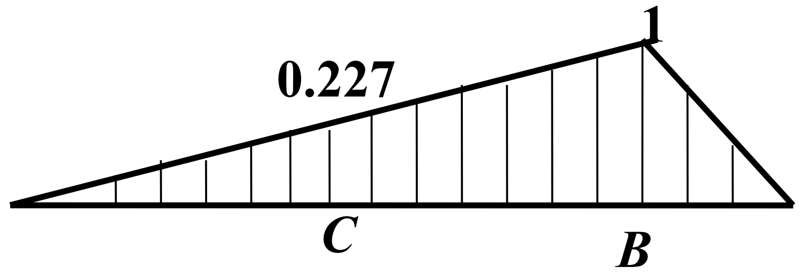
$$\boxed{M_C = \sqrt{M_{yC}^2 + M_{zC}^2} = 0.36\text{kN}\cdot\text{m}}$$

$$T_B = T_C = 1\text{kN}\cdot\text{m}$$

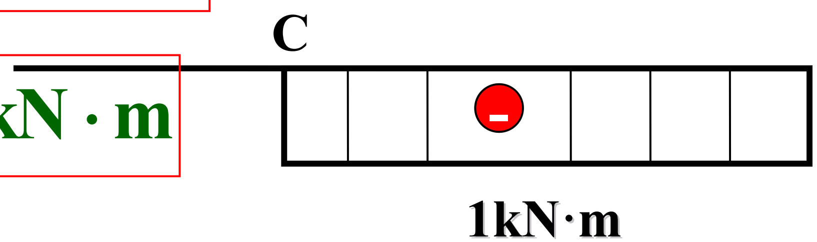
$B$截面是危险截面




$M_y$图




$M_z$图




$T$图

（5）由第四强度理论设计轴的直径

$$\boxed{\sigma_{r4} = \frac{\sqrt{M_B^2 + 0.75T_B^2}}{W} = \frac{1372}{W} \leq [\sigma]}$$

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$

轴需要的直径为

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 1372}{\pi \times 100 \times 10^6}} = 51.9\text{mm}$$

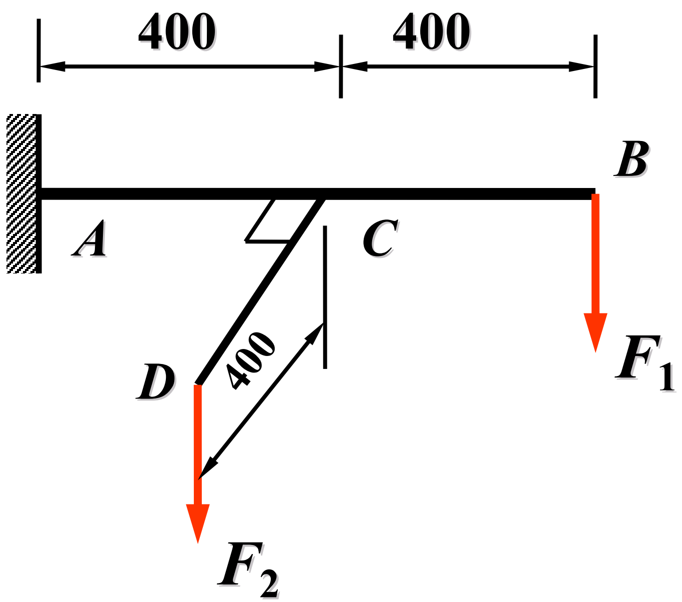
故最小直径设计为52mm。

**例题** $F_1$=0.5kN,$F_2$=1kN,[$\sigma$]=160MPa.

（1）用第三强度理论设计圆杆 *AB* 的直径

（2）若*AB*杆的直径 $d$ = 40mm,并在*B*端加一水平力

$F_3$ = 20kN,校核*AB*杆的强度.



解： $F_2$向$AB$轴线简化

$$F_2 = 1\text{kN}$$

$$M_e = 0.4\text{kN} \cdot \text{m}$$

$AC$段为弯扭组合变形

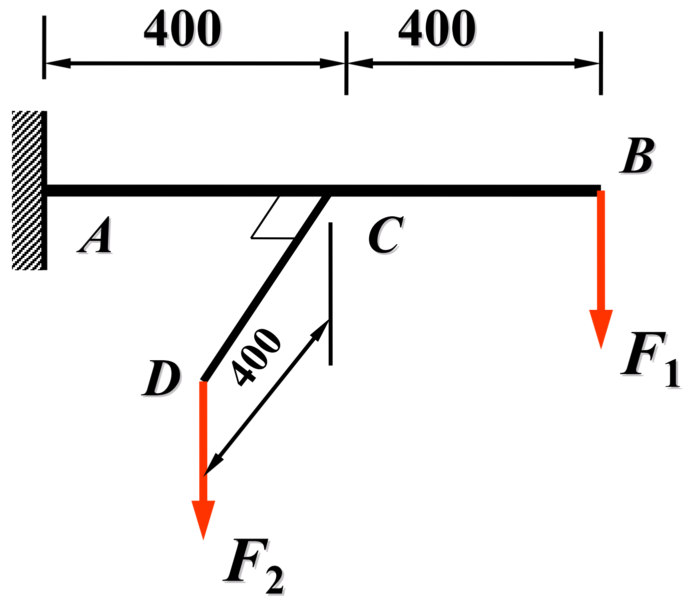
固定端截面是危险截面

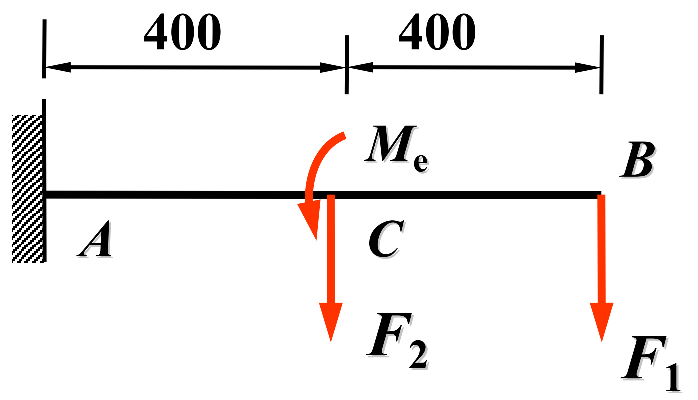
$$M_{\max} = 0.8F_1 + 0.4F_2 = 0.8\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$T_{\max} = 0.4\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M_{\max}^2 + T_{\max}^2}}{W} \le [\sigma]$$

$$d \ge 38.5\text{mm}$$



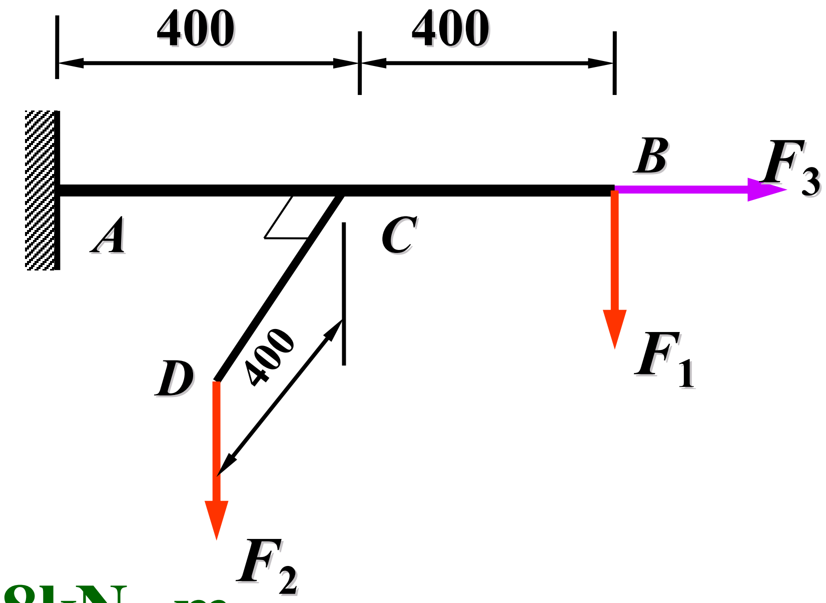




故AB最小直径设计为40mm。

（2） 在 $B$ 端加拉力 $F_3$

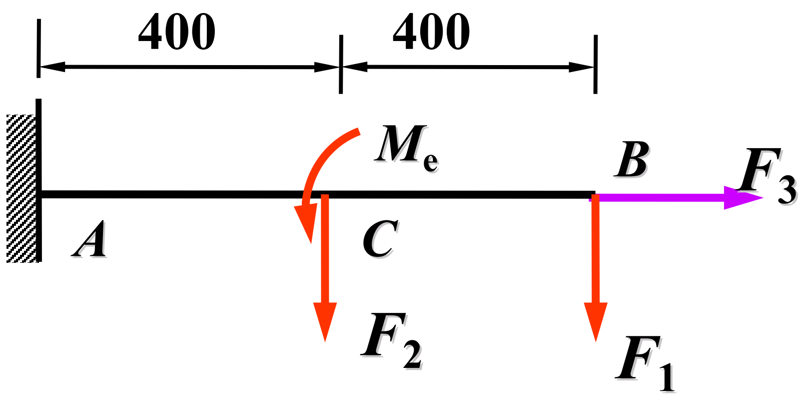
$AB$ 为弯,扭与拉伸组合变形

固定端截面是危险截面




$$M_{max}=0.8F_1+0.4F_2=0.8\text{kN}\cdot\text{m}$$

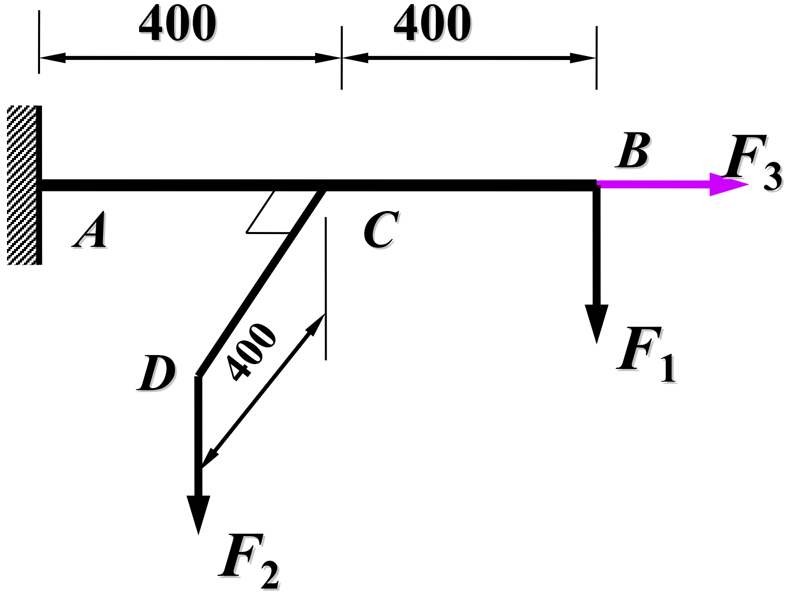
$$T_{max}=0.4\text{kN}\cdot\text{m}$$




$$F_N=F_3=20\text{kN}$$

固定端截面最大的正应力为

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}}{W_z}+\frac{F_N}{A}=143\text{MPa}$$

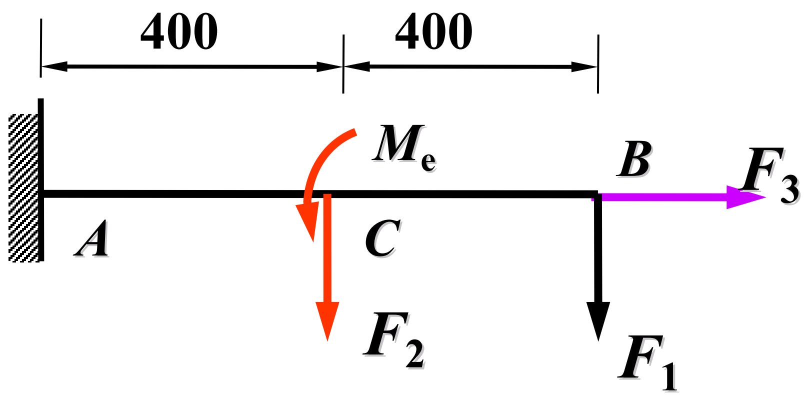



最大切应力为

$$\tau_{\max}=\frac{T_{\max}}{W_t}=31.8\text{MPa}$$

由第三强度理论

$$\sigma_{r3}=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}=157\text{MPa}\le[\sigma]$$



# 第八章结束

## 本章作业：

**8.6　8.7　8.14**

**8.16　8.23**