华东理工大学 2017 – 2018 学年第二学期

《 复变函数与积分变换》课程期终考试试卷 A　2018.6

开课学院：理学院 ，考试形式：闭卷 ，所需时间：120 分钟

考生姓名：__________学号：_____________班级：_________任课教师 ：_______

题序	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
评卷								

(本试卷共七道大题)

积分变换表：

$\mathscr{F}[\delta(t)]=1$，$\mathscr{F}[1]=2\pi i\delta(\omega)$，$\mathscr{F}[u(t)]=\dfrac{1}{i\omega}+\pi\delta(\omega)$，$\mathscr{L}[1]=\dfrac{1}{s}$，$\mathscr{L}[t^m]=\dfrac{1}{s^{m+1}}$

$\mathscr{L}[\sin kt]=\dfrac{k}{s^2+k^2}$，$\mathscr{L}[\delta(t)]=1$，$\mathscr{L}[\cos kt]=\dfrac{s}{s^2+k^2}$，$\mathscr{L}[e^{kt}]=\dfrac{1}{s-k}$]

一．填空（每小题 4 分，共 24 分）

1. 设 $z=\mathrm{Ln}(2-\sqrt{3}i)$，则 $\mathrm{Re}(z)=$___________

2 $(1+\sqrt{3}i)^6=$ ________.

3. 幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(3+i)^n z^n$ 的收敛半径为______________.

4. $\mathrm{Re}\,s[\sin\dfrac{1}{z},\infty]=$____________.

5. 分式线性映射 $f(z)=\dfrac{z-i}{z+i}$ 在 $z=i$ 处的旋转角为_________, 伸缩率为_________.

6. 函数 $f(t)=\begin{cases}1 & |t|<1\\ 0 & |t|>1\end{cases}$ 的傅里叶变换为 ___________ .

二、单项选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1. 已知 $f(z)=\frac{1}{3}x^3+iy$，则以下结论中正确的是（ ）

A. 函数 $f(z)$ 在两个直线 $x=\pm 1$ 上处处可导，但在复平面上处处不解析；

B. 函数 $f(z)$ 在两条直线 $x=\pm 1$ 上处处解析；

C. 函数 $f(z)$ 在复平面上处处解析；

D. 函数 $f(z)$ 在除两条直线 $x=\pm 1$ 外处处可导。

2. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2+7i)^n}{10^n}$ 是（ ）

A. 无法判定　　B. 发散　　C. 条件收敛　　D. 绝对收敛

3 若 $f(z)=z^2 e^{\frac{1}{z}}$，则 $\operatorname{Res}[f(z),0]=$（ ）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{6}$

4. 设 $f(t)=\delta(t-t_0)+e^{i\omega_0 t}$，则 $\mathcal{F}[f(t)]=$（ ）

A. $e^{i\omega t_0}+2\pi\delta(\omega-\omega_0)$　　B. $e^{-i\omega t_0}+2\pi\delta(\omega-\omega_0)$

C. $e^{-i\omega t_0}+2\pi\delta(\omega+\omega_0)$　　D. $e^{i\omega t_0}+2\pi\delta(\omega+\omega_0)$

三、计算下列积分（每小题 6 分，共 24 分）

1.. 求 $\int_C(\mathrm{i}-\bar{z})dz$，其中 C 为从原点到 $1+\mathrm{i}$ 的直线段 .

2．$\oint_C \frac{e^z}{z^2-1}dz \qquad C:|z|=2$ 正向。

3．　计算积分$\oint_{|z|=3} \frac{z^{17}}{(z^2-1)^5(z^4-2)^2}dz$

4．$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x+2}{x^4+5x^2+4}dx$；

四、（10 分）设$u = e^{-x}\sin y$为调和函数，求$\boldsymbol{v}$使函数$f(z) = u + iv$在复平面上解析.

五、（8 分）设$f(z)=\dfrac{2z+3}{z^2+3z-10}$，求$f(z)$在$0<|z|<2$及$2<|z|<5$内的 Laurent 展开式。

六（6 分）．求把单位圆$|z|<1$映射成单位圆$|w|<1$的分式线性映射$w=f(z)$，并满足条件：$f(\frac{1}{2})=0,\qquad \arg f'(\frac{1}{2})=\frac{\pi}{2}$.

七、（12 分）（1）**求**函数 $F(s)=\dfrac{7s+5}{s(s+2)(s+3)}$ 的拉氏逆变换

（2）利用拉氏变换的性质计算积分 $\int_0^{+\infty}\frac{1-\cos t}{t}e^{-2t}dt$

(3)利用拉氏变换求解常微分方程初值问题：$\begin{cases} y''-6y'+9y=e^{3t} \\ y(0)=0, y'(0)=0. \end{cases}$