

华东理工大学 2016 - 2017 学年第二学期

《复变函数与积分变换》课程期末考试试卷 A 2017.6

开课学院：理学院，考试形式：闭卷，所需时间：120 分钟

考生姓名：_____学号：_____班级：_____任课教师：_____

题序	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
评卷								

附：常用积分变换： $\mathcal{F}[\delta(t)] = 1, \mathcal{F}[t] = 2\pi i \delta'(\omega), \mathcal{L}[1] = \frac{1}{s}, \mathcal{L}[\sin kt] = \frac{k}{s^2 + k^2},$

$\mathcal{L}[\delta(t)] = 1, \mathcal{L}[\cos kt] = \frac{s}{s^2 + k^2}, \mathcal{L}[e^{kt}] = \frac{1}{s - k}, \mathcal{L}[t^m] = \frac{1}{s^{m+1}},$

一、 填空（每小题 4 分，共 24 分）

1. 复数 $z = (1 + i)^6$ 的值为_____.

2. 设 $f(z) = a \ln(x^2 + y^2) + i \arctan \frac{y}{x}$ 在 $x > 0$ 解析，则 $a =$ _____

3. 设函数 $f(z) = \int_0^z 3te^t dt$ ，则 $f(z)$ 等于_____.

4. 映射 $f(z) = \ln(z - 1)$ 在点 $z = -1 + 2i$ 处的旋转角为_____ 伸缩率为_____

5. 将单位圆 $|z| < 1$ 内共形映射到单位圆 $|w| < 1$ 内，且满足 $f(\frac{1}{2}) = 0, \arg f'(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{2}$ 的

分式线性映射为_____

6. 设 $f(t) = \int_0^t t \sin 2t dt$ ，则 $f(t)$ 的拉氏变换等于_____.

二、 选择题（每题 4 分，共 16 分）

1. 在复平面上，下列命题中，错误的是（ ）

A. $\cos z$ 是周期函数 B. e^z 是解析函数 C. $e^{iz} = \cos z + i \sin z$ D. $\sqrt{z^2} = |z|$

2. 洛朗级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(z-4)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (1-\frac{z}{4})^n$ 的收敛圆环为 ()

A. $2 < |z-4| < 4$ B. $1 < |z-2| < 4$ C. $2 < |z-3| < 3$ D. $2 < |z-4| < 6$

3. $z=0$ 是函数 $\frac{e^z}{z \sin z}$ 的 ()

A. 本性奇点 B. 一级极点 C. 二级极点 D. 可去奇点

4. $\delta(t-t_0)$ 的 Fourier 变换为 ()

A. 1 B. t_0 C. $e^{-i\omega t_0}$ D. $e^{i\omega t_0}$

三. 计算以下积分 (每题 6 分, 共 30 分)

1. 求 $\oint_C \frac{\sin z}{z(z-1)} dz$, 其中 C 为 $|z|=2$.

2. 求 $\oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{e^z}{(z+3)^2(z-1)} dz$

3. 计算 $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+3\cos\theta},$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{(x^2+4x+5)^2} dx$

5. $\oint_{|z|=2} \frac{z^{13}}{(z^2-1)(z^8+1)} dz.$

四. (8 分) 已知 $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2x$, 求解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 并使 $f(0) = 2i$.

五. (8 分) 分别在圆环 (1) $0 < |z| < 1$, (2) $0 < |z - 1| < 1$ 内将函数 $f(z) = \frac{1}{z(1-z)^2}$ 展为罗朗级数。

六. (3+6 分) (1) 设 $\mathcal{F}[f(t)] = \frac{1}{\beta + i\omega}$, 求 $\mathcal{F}[f(t-2)]$

(2) 求方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-t}$, 满足初始条件 $y'|_{t=0} = 1$, $y|_{t=0} = 0$ 的解。

七、(5 分) 计算 $\int_{|z|=1} \frac{1}{z-2} dz$ 的值, 并由此证明 $\int_0^\pi \frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta} d\theta = 0$