华 东 理 工 大 学

复 变 函 数 与 积 分 变 换 作 业 （第 7 册）

班级___________学号____________姓名____________任课教师____________

第十三次作业

教学内容：7.5Fourier 的卷积；8.1 拉普拉斯变换的概念 8.2 拉普拉斯变换的性质。

1. 已知 $f_1(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\ge 0\end{cases}$ $\quad f_2(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ e^{-at} & t\ge 0\end{cases}$ 求 $f_1(t)*f_2(t)$

2. 已知 $f(t)=\cos\omega_0 t\cdot u(t)$，求 $\mathcal{F}[f(t)]$.

3．填空

(1) $f(t)=\begin{cases}2 & 0\le t<2\\ -3 & 2\le t<4\\ 0 & t\ge 4\end{cases}$ 的 Laplace 变换为________________

(2) $f(t)=e^{2t}+5\delta(t)$ 的 Laplace 变换为________________

(3) $f(t)=\cos t\cdot\delta(t)-\sin t\cdot u(t)$ 的 Laplace 变换为________________

(4) $f(t)=1-te^{t}$ 的 Laplace 变换为________________

(5) $f(t)=t^{3}-2t+1$ 的 Laplace 变换为________________

(6) $f(t)=e^{-2t}\cos 6t$ 的 Laplace 变换为________________

4.求下列函数的 Laplace 变换.

(1) $f(t)=(t-1)^{2}e^{t}$

(2) $f(t)=t\cos 3t$

(3) $f(t)=t^{n}e^{at}$ （n 为正整数）

(4) $f(t)=t^3-2t+1$

*5. 设 $f(t)$ 是以 2π 为周期的周期函数，且在区间 $[0,2\pi]$ 上取值为

$f(t)=\begin{cases}\sin t, & 0\le t<\pi \\ 0, & \pi\le t\le 2\pi\end{cases}$，求 $f(t)$ 的 Laplace 变换.

第十四次作业

教学内容：8.2 拉普拉斯变换的性质（续）8.3 拉普拉斯逆变换

1. 求下列函数的 Laplace 变换

(1) $f(t)=t\int_0^t e^{-3t}\sin 2\tau\, d\tau$

(2) $f(t)=\dfrac{\sin at}{t}$ （a 为实数）

(3) $f(t)=\int_0^t te^{-3t}\sin 2tdt$

(4) $f(t)=\int_0^t \dfrac{e^{-2t}\sin 3t}{t}dt$

2 计算下列积分

(1) $\int_0^{+\infty}\dfrac{\sin t}{t}e^{-t}dt$

(2) $\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos t}{t} e^{-t} dt$

(3) $\int_0^{+\infty} te^{-3t} \sin 2t dt$

3.求下列函数的拉氏逆变换.

(1) $F(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s-1}$,

（2） $F(s)=\dfrac{2s}{(s-1)^2}$，

（3） $F(s)=\dfrac{1}{(s^2+2s+2)^2}$

（4） $F(s)=\arctan\dfrac{a}{s}$，

（5） $F(s)=\dfrac{1+e^{-2s}}{s^2}$

4 求下列函数在$[0,+\infty]$上的卷积

(1) $t*t$

(2) $\sin kt*\sin kt \qquad (k\neq 0)$

5．设 $\mathcal{L}\left[f(t)\right]=F(s)$，利用卷积定理证明 $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right]=\mathcal{L}\left[f(t)*u(t)\right]=\dfrac{F(s)}{s}$

6． 求下列函数的逆变换

(1) $F(s)=\dfrac{s}{(s-a)(s-b)}$

(2) $F(s)=\dfrac{s}{(s^2+1)(s^2+4)}$

(3) $F(s)=\dfrac{\mathrm{s}+1}{9s^2+6s+5}$

（4） $F(s)=\dfrac{2s+1}{s(s+1)(s+2)}$

(5) $F(s)=\dfrac{2s^2+s+5}{s^3+6s^2+11s+6}$

部分习题答案：

第十三次作业

1． $\frac{1}{a}(1-e^{-at})$.

2. $\frac{\pi}{2}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]-\frac{\omega}{\omega^2-\omega_0{}^2}$

4.（1） $\frac{s^2-4s+5}{(s-1)^3}$ （2） $\frac{s^2-9}{(s^2+9)^2}$ （3） $\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$ (4) $\frac{1}{s^4}(s^3-2s^2+6)$

5． $\frac{1}{(s^2+1)(1-e^{-\pi s})}$

第十四次作业

1. (1) $\frac{2(3s^2+12s+13)}{s^2[(s+3)^2+4]^2}$ (2) $arc\cot\frac{s}{a}$.

(3) $\frac{1}{s}\cdot\frac{4(s+3)}{\left[(s+3)^2+4\right]^2}$ (4) $\frac{1}{s}\arctan\frac{s+2}{3}$

2. (1) $\frac{\pi}{4}$. (2) $\ln\sqrt{2}$ (3) $\frac{12}{169}$

3.（1） $e^{-t}-e^{t}$ （2） $2e^t+2te^t$ （3） $\frac{1}{2}e^{-t}(\sin t-t\cos t)$ （4） $\frac{\sin at}{t}$

（5） $f(t)=\begin{cases}2(t-1) & t>2\\ t & 0\le t<2\end{cases}$

4. (1) $\frac{1}{6}t^3$ (2) $\frac{1}{2k}\sin kt-\frac{t}{2}\cos kt$

6.（1） (1) $\frac{1}{a-b}(ae^{at}-be^{bt})$ （2） $\frac{1}{3}(\cos t-\cos 2t)$

（3） $\frac{1}{9}(\sin\frac{2}{3}t+\cos\frac{2}{3}t)e^{-\frac{1}{3}t}$ （4） $\frac{1}{2}+e^{-t}-\frac{3}{2}e^{-2t}$

（5） $3e^{-t}-11e^{-2t}+10e^{-3t}$