

Modélisation planétaire : application à Proxima Centauri b

T. Gonçalves

Avril 2017 - Juin 2017

Sous la direction de :
M. Dobrijevic

Master 1 recherche physique
Année 2016/2017

Résumé

Mots-clés : Proxima centauri b, Terre, Intérieur planétaire, composition planétaire

Ce stage prend place suite à la découverte de la planète Proxima b autour de l'étoile la plus proche du Soleil et de la publication récente d'un modèle sur la structure interne de cette planète. L'objectif de ce stage est d'écrire un modèle d'intérieur planétaire sur la base de cette publication. Cela passe par la mise en équation de la structure interne d'une planète, grâce à l'écriture d'un programme en Python, et par une importante recherche bibliographique pour obtenir les données de base et comparer les différentes formulations proposées dans la littérature scientifique. Ces données sont essentielles pour la validation du modèle et proviennent des corps connus comme La Terre et La Lune. Au final le modèle est en bon accord avec les modèles d'intérieurs de La Terre et La Lune ainsi qu'avec le modèle de Proxima b. On peut donc dire que l'objectif du stage est rempli. Le modèle développé pourra servir pour modéliser les intérieurs d'autres objets comme l'intérieur des satellites des planètes géantes.

Abstract

Keywords : Proxima Centauri b, Earth, Interiors planets, compositions planets

This internship takes place following the discovery around the closest star of the Sun of the planet proxima b and the recent publication of a model about his internal structure. The objective is to describe a planetary interior model based on this publication. This involves equating the internal structure of a planet with the writing of a Python program and an important bibliographic search to obtain the basic data and compare the different formulations proposed in the scientific literature. These data are essential for the validation of the model and come from bodies known like the Earth or the Moon. Finally the model is in good agreement with the model's interiors of the Earth and the Moon as well as with the model of Proxima b. It can therefore be said that the objective of the course is fulfilled. The model developed can thus be used to model the interiors of other objects such as the interior of the satellites of the giant planets.

Remerciement

Je tiens à remercier mon maitre de stage Michel Dobrijevic pour sa présence et son soutien, je remercie également l'ensemble du personnel du LAB pour leur accueil, leur bonne humeur et pour les différents séminaires organiser. Je remercie également les différents stagiaires présents au LAB, avec qui j'ai pu échanger sur les différents stages

Table des matières

1	Introduction	3
2	Modélisation	3
2.1	modèle	3
2.2	Validation	6
2.2.1	La Lune	6
2.2.2	La Terre	7
3	Proxima b	10
4	Conclusion	11

1 Introduction

Le 14 août 2016 a été annoncée la découverte d'une planète Proxima Centauri b (Anglada-Escudé et al. 2016), autour de l'étoile Proxima du Centaure, l'étoile la plus proche du Soleil. Cette proximité, ainsi que le fait que l'exoplanète pourrait se trouver dans la zone habitable de son étoile, font de Proxima Centauri b, un sujet d'études privilégié parmi toutes les exoplanètes découvertes jusqu'à maintenant. De nombreux articles ont été publiés, en particulier (Brugger et al. 2016) qui ont développé un modèle d'intérieur planétaire, pour explorer les différentes structures internes possibles de cette planète. La structure interne d'une planète est gouvernée par un ensemble d'équations différentielles couplées qui donne l'accélération gravitationnelle, la pression, la température et la masse volumique en fonction de la distance au centre de la planète. Ce stage m'a permis de me familiariser avec ces équations et d'écrire un modèle d'intérieur planétaire. En vue de comparer ces résultats à ceux publiés sur la planète Proxima b. Le modèle est développé en Python, et validé par une comparaison avec les données disponibles de La Lune (Raevskiy et al. 2014) et de La Terre (Dziewonski et Anderson 1981). On cherche ensuite à calculer le rayon planétaire en faisant varier la composition et la masse totale

2 Modélisation

2.1 modèle

La modélisation consiste à établir la structure interne des planètes telluriques. Cette structure interne est représentée par des sphères imbriquées aux propriétés physiques uniformes.

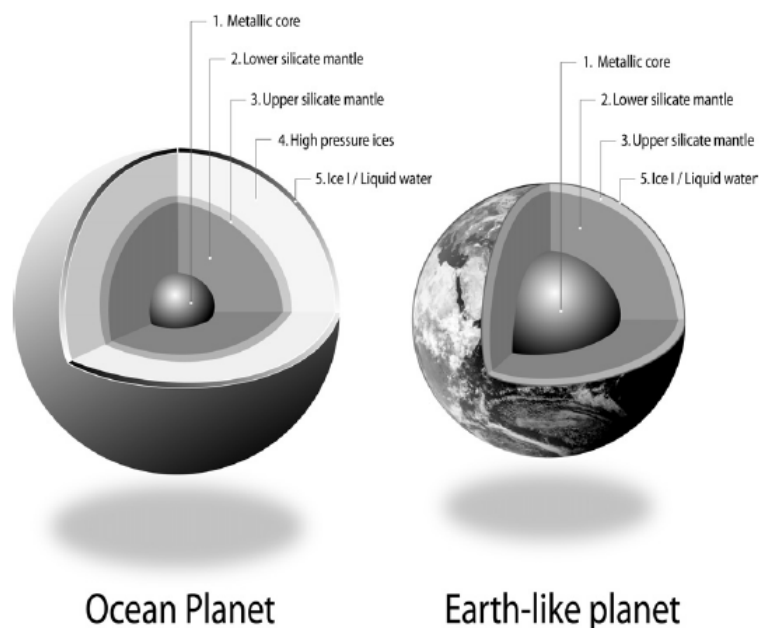


FIGURE 1 – Schéma de différentes couches pour les planètes de type océan et de type terrestre (Sotin et Al. 2007)

On voit sur la figure 1, les deux modèles principaux existant et qui proviennent de nos connaissances de la Terre, les différentes couches s’imbriquent de la plus dense en profondeur à la moins dense en surface, voici les plus courantes (Poirier et al. 2000) :

- un noyau métallique, majoritairement du fer et du nickel
- un manteau inférieur composé de divers silicates à haute pression
- un manteau supérieur composé de silicates à basse pression
- une couche de glace haute pression
- une couche d’eau liquide

Pour certaines planètes ou satellites, il existe des couches composées de glace et d’eau (Poirier et al. 2000) :

- les planètes océans composées d’un pourcentage massique élevé d’eau
- Les planètes similaires à la Terre, avec un faible pourcentage massique d’eau

Le programme conçu lors de ce stage, écrit en langage Python, calcule l’épaisseur des couches, ainsi que l’évolution de la pression, de la température, de l’accélération de la gravité, de la masse volumique et de la masse totale de l’objet, sur une grille de distance à une dimension, allant de la surface jusqu’au centre de la planète. On utilise un système de quatre équations différentielles (Brugger et Al. 2016) qui sont intégrées sur la distance r :

- équation de la masse

$$\frac{dm}{dr} = 4 \pi \rho r^2$$

avec ρ la masse volumique en Kg.m^{-3} et r la distance en mètre

- équation de l’accélération de la gravité

$$\frac{dg}{dr} = 4 \pi G \rho - \frac{2 G m}{r^3}$$

avec G la constante universelle de gravitation en $\text{m}^3.\text{Kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$

- équation de la pression

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g$$

- équation de la température

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\rho g T \gamma}{K_s}$$

où K_s est l’équation d’état décrite au paragraphe suivant et γ est le paramètre de Grüneisen sans unité et qui s’exprime de la manière suivante :

$$\gamma = \gamma_0 \left(\frac{\rho_0}{\rho(r)} \right)^q$$

avec q , γ_0 et ρ_0 des constantes qui dépendent de la couche considérée. Ce terme permet de prendre en compte l’évolution des propriétés thermodynamiques de la matière à hautes températures (Vocadlo et Al. 2000)

Ces quatre équations différentielles sont couplées puisque la masse m , l'accélération de la gravité g ainsi que la masse volumique ρ apparaissent dans plusieurs de ces équations. On utilise $m(\text{final}) = \text{Masse du corps}$, la pression et la température à la surface comme conditions aux limites. De plus l'équation d'état K_s présente dans l'équation différentielle de la température est une fonction dépendante de la masse volumique et de la température, il existe plusieurs types d'équations d'état, la plus courante, et utilisée ici, est l'équation de Mie-Gruneisen-Debye (MGD), tirée du (Valencia et Al. 2006)

$$K_s = K_t(1 + T\alpha\gamma)$$

K_s est le module d'élasticité adiabatique exprimée en Pa, α le coefficient d'expansion thermique, et K_t le module d'élasticité isothermique exprimée en Pa et s'écrit comme la somme de deux termes

$$K_t(\rho, T) = K_t(\rho, 300) + \Delta K_{th}(\rho, T)$$

ou $K_t(\rho, 300)$ s'écrit

$$K_t(\rho, 300) = \frac{K_{0,300}}{2} \left\{ (7x^{7/3} - 5x^{5/3})(1 + \frac{3}{4}(K'_{0,300} - 4)(x^{2/3} - 1)) + \frac{3}{2}(x^{9/3} - x^{7/3})(K'_{0,300} - 4) \right\}$$

$K_{0,300}$ est le coefficient d'élasticité isothermique à la pression de référence à 0 Pa et à la température de référence de 300 Kelvin. $K'_{0,300}$ est sa dérivée première, avec x qui vaut

$$x = \frac{\rho}{\rho_0}$$

ou ρ varie avec la profondeur, et ρ_0 la référence propre à chaque couche, les deux s'expriment en Kg.m^{-3}

De plus $\Delta K_{th}(\rho, T)$ s'exprime comme

$$\Delta K_{th}(\rho, T) = 3 n R \gamma \rho \{f(T) - f(T_0)\}$$

avec R la constante universelle des gaz parfaits en $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, n le nombre d'atome moyen par maille dans la couche considérée et la fonction f qui dépend uniquement de la température, s'écrit

$$f(T) = (1 - q - 3\gamma) \frac{T^4}{\theta^3} \int_0^{\theta/T} \frac{\xi^3 d\xi}{\exp(\xi) - 1} + \frac{3\theta\gamma}{\exp(\theta/T) - 1}$$

θ est la température de Debye, permet de caractériser le comportement de la capacité ther-

mique des matériaux et varie comme

$$\theta = \theta_0 \exp\left(\frac{\gamma_0 - \gamma}{q}\right)$$

θ_0 est la température de Debye de référence de la couche

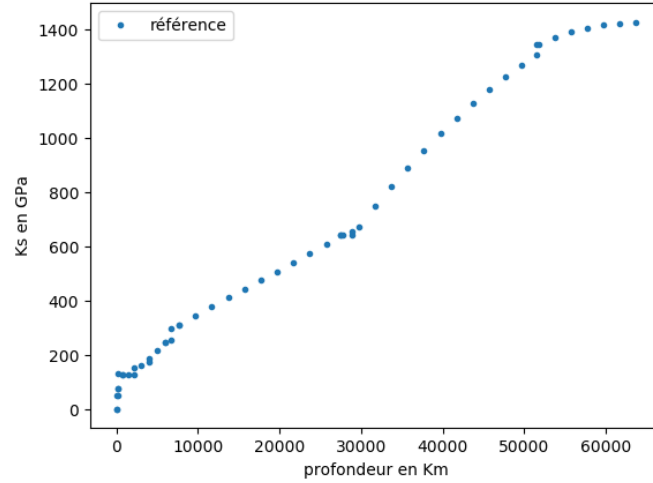


FIGURE 2 – Données (PREM Dziewonski et Anderson 1981) montrant l'évolution de K_s en fonction de la profondeur

On voit sur la figure 2, que le module K_s augmente avec la profondeur. On distingue des sauts et des variations de pentes, liées aux changements de couche.

2.2 Validation

2.2.1 La Lune

La Lune étant le seul satellite naturel de la Terre, il a été particulièrement étudié. Les modèles existants, ainsi que les mesures faites à sa surface, permettent d'avoir des informations sur sa structure interne. J'ai utilisé un modèle similaire à la Terre, c'est à dire les mêmes propriétés physiques que la Terre mais simplifié puisque la Lune ne posséderait que deux couches, un noyau métallique et une couche silicatée. Voici les données fournies au programme de modélisation :

$M(\text{Kg})$	$P_s(\text{Pa})$	$T_0(\text{K})$	Mg#	Mg/Si	Fe/Si	$MH_2O(\%)$
$7.36 * 10^{22}$	10^{-10}	250	0.9	0.131	0.986	0.0

TABLE 1 – Données lunaires (Raevskiy et Al. 2014) et Données de la nébuleuse solaire (Brugger et Al. 2016)

On a donc, la masse M , la pression et la température à la surface, P_0 et T_0 , qui sont des valeurs mesurées. On utilise ensuite des paramètres qui sont les rapports des éléments chimiques

qui représentent 95 pour 100 de la masse d'un corps (Mg, Fe, Si et O), se sont des paramètres fixés par la composition de la nébuleuse solaire. On note $Mg\#$ la fraction de Mg dans le manteau

$$Mg\# = \frac{Mg}{Mg + Fe}$$

Mg/Si est le rapport de Mg sur Si dans le manteau, Fe/Si est le rapport de Fe total sur Si total et $MH_2O = 0$ est le pourcentage massique de H_2O . Dans le cas présent, le pourcentage est négligable car la Lune est considéré comme un corps sec.

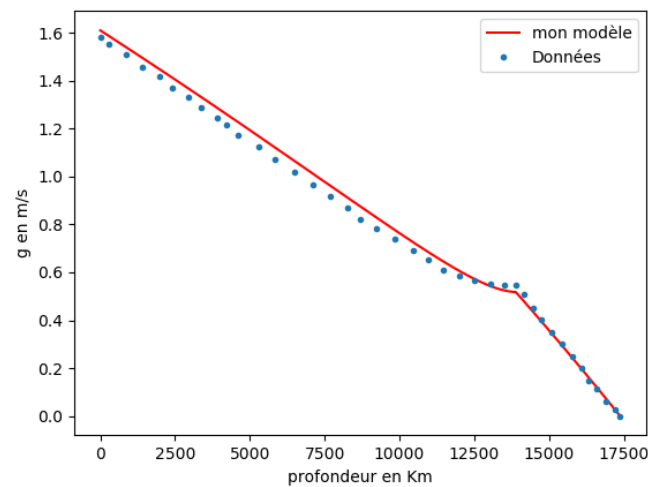


FIGURE 3 – comparaison de la courbe obtenue avec les données (Raevskiy et Al. 2014)

La courbe représente l'évolution de l'accélération de la gravité en fonction de la profondeur. On voit que l'intégration numérique est bien représentative de la courbe référence. La valeur trouvée pour l'accélération de la gravité à la surface vaut 1.609 m/s contre 1.622 m/s soit 0.8% de différence, ce qui montre que le modèle fonctionne bien.

2.2.2 La Terre

Le modèle de la Terre est plus sophistiqué, on utilise trois couches :

- un noyau métallique, majoritairement du fer et du nickel
- un manteau inférieur composé de divers silicates à haute pression
- un manteau supérieur composé de silicates à basse pression

Pour la Terre, les données disponibles (PREM, Preliminary Reference Earth Model, Dziewonski et Anderson 1981) permettent de comparer les résultats de l'intégration des quatre équations différentielles. On impose le gradient de masse volumique à l'intérieur de chaque couche.

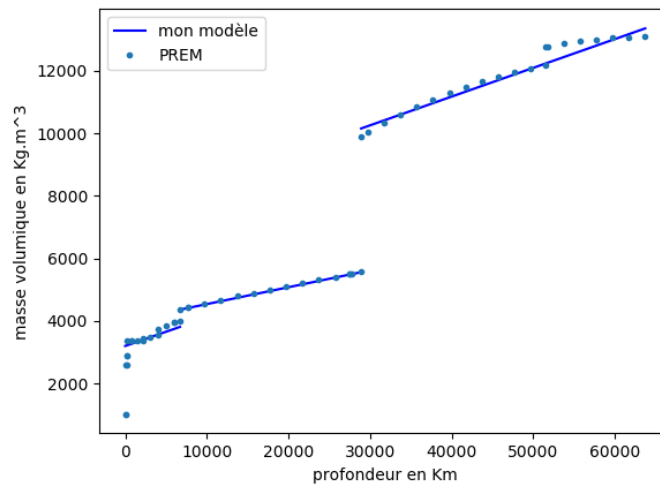


FIGURE 4 – comparaison de la masse volumique utilisée pour La Terre avec les données PREM

On remarque sur la figure 4 que l'on a bien trois couches distinctes avec des sauts de masse volumique, ces sauts sont des zones de convection où la masse volumique évolue sur de courte distance, elle sont ici négligées. On remarque cependant qu'en profondeur on a une marche de densité dans le noyau, qui correspond à la transition du noyau liquide au noyau solide. Ici, j'ai utilisé un modèle à trois couches, mais un modèle à quatre couches pourraient améliorer le résultat. On obtient cependant des courbes comparables aux données.

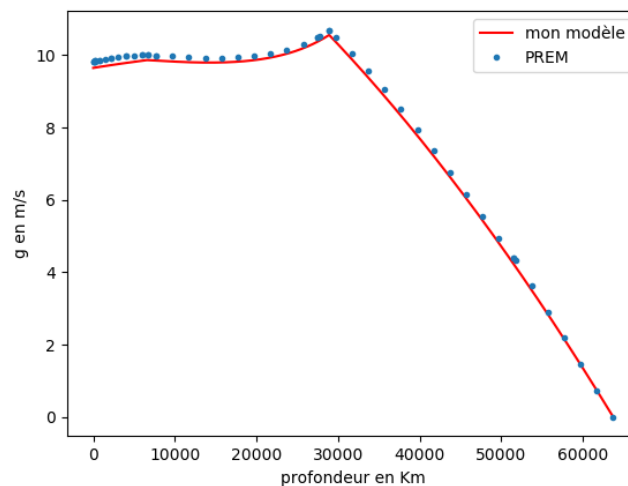


FIGURE 5 – comparaison de la courbe obtenue pour l'accélération de la gravité de La Terre avec les données PREM

Les courbes sont conformes à la théorie, la valeur obtenue pour g à la surface est de 9.77 m/s pour 9.81 m/s la valeur mesurée en moyenne, soit 0.41% de différence.

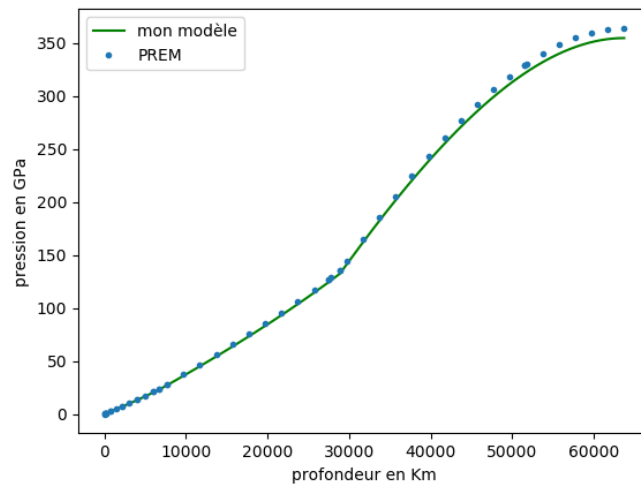


FIGURE 6 – comparaison de la courbe de pression obtenu pour La Terre avec les données PREM

De même la pression est en bon accord avec les modèles admis, on remarque que on sous estime la pression au alentour du noyaux, cela est certainement du à l'utilisation d'un modèle a trois couches.

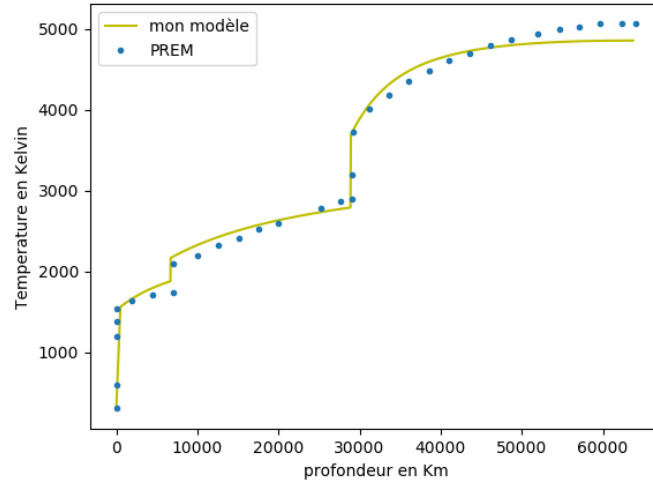


FIGURE 7 – comparaison de la courbe de température obtenu pour La Terre avec les données PREM

La courbe de la température à été la plus difficile à obtenir, les données (Sotin et al. 2007) on été numériser, afin d'être comparé. Les zones de sauts de température, résultent de la présence de zone de forte convection, ces zones ne peuvent pas être négligé dans le cas de la température. Le comportement thermique de ces zones est d'écrit de manière général par (Valencia et Al. 2006) :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_s}{k}$$

Avec q_s le flux de chaleur de la surface considéré en W.m^{-2} et k la conductivité thermique en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. J'ai calculer l'épaisseur de ces zones de convection par méthode empirique, afin d'avoir un résultat cohérent avec la courbe théorique de La Terre. Le modèle est valide car l'intégration des quatre équations permet de retrouver les données de la Terre, on se sert maintenant du modèle pour aller plus loin

3 Proxima b

à partir du modèle valider de La Terre, on cherche maintenant à modéliser la planète Proxima Centauri b, avec peu de contrainte. Le modèle crée deviens plus sophistiqué, car on ajoute des étapes. Les interfaces entre les couches ne sont plus fixer et leur position doivent être calculer numériquement, afin de respecter les données de la nébuleuse solaires (Brugger et Al.2016), l'hypothèse est faite dans l'article que ces données sont similaires à celle de La Terre. L'utilisateur doit ensuite fixer, la masse du corps à modéliser. Proxima Centauri b a été détectée par la méthode des vitesses radiales. Ce qui nous donne une incertitude sur la masse de la planète, qui va de 1.10 fois la masse terrestre à 1.46 fois la masse terrestre. Cette incertitude sur la masse donnera donc un intervalle de rayon possible. Pour calculer ces différents rayons possible, on fixe la masse dans l'intervalle [1.10 : 1.46] masse terrestre. On fait ensuite varier la composition, d'abord avec une planète de type terrestre (composé uniquement d'un coeur et d'un manteau) et ensuite avec une planète de type océan (composé d'un coeur et d'eau).

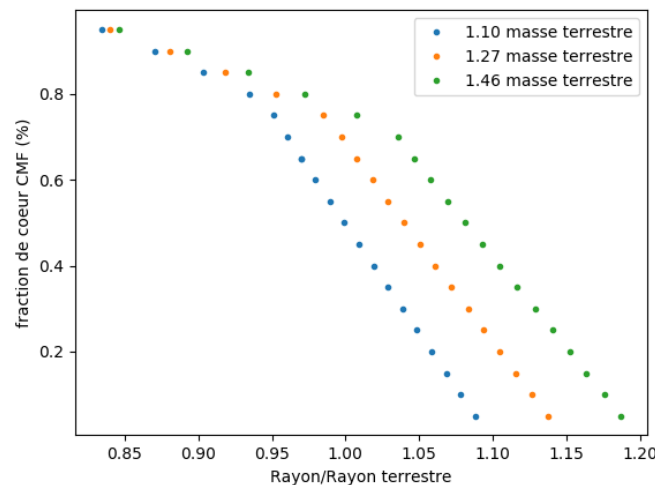


FIGURE 8 – evolution du rayon en fonction de la composition pour les différentes masse de Proxima Centauri b (cas d'une planète terrestre)

En faisant varier la fraction massique de coeur on obtient, la distribution des rayons possible pour Proxima Centauri b, dans le cas d'une composition de type terrestre (composé d'un coeur et d'un manteau). On remarque que les trois ont le même comportement, avec une brisure lorsque la fraction massique du coeur atteint 75%. Pour des fractions plus élevées, l'épaisseur du manteau

diminue plus rapidement, car il n'y a plus assez de pression pour avoir un manteau inférieur. Seule subsiste le manteau supérieur, on a donc un système à deux couches au final.

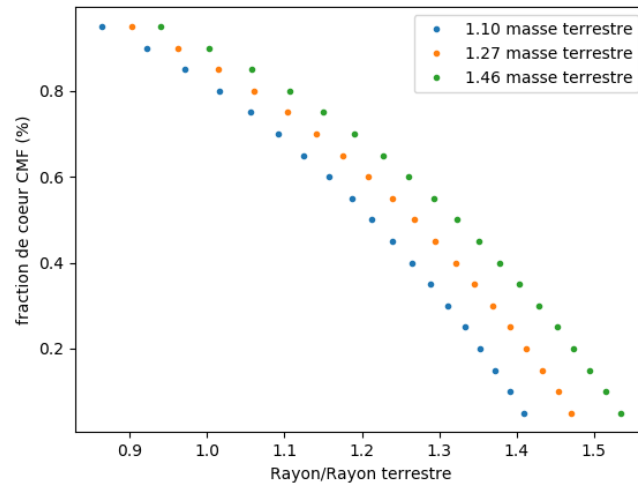


FIGURE 9 – evolution du rayon en fonction de la composition pour les différentes masse de Proxima Centauri b (cas d'une planète océan)

La distribution de rayon obtenue pour une planète uniquement composé d'un coeur et d'eau est en accord avec l'article (Brugger et Al. 2016), ici les trois courbes ont le même comportement, on ne retrouve pas de brisure, puisque la couche d'eau liquide à systématiquement la même épaisseur et peut être négliger.

4 Conclusion

Le programme mis au point durant le stage permet de retrouver des résultats comparables aux modélisations de Proxima Centauri b, mais aussi comparable aux données disponibles pour La Lune et La Terre. Il serait intéressant de développer le programme, afin de pouvoir le comparer à d'autres modèles existants. Concernant Proxima Centauri b, de futures mesures pourraient permettre de contraindre le programme ; une mesure de masse plus précise, grâce à la méthode des transits ; et aussi la détermination des différents ratios Mg/Si et Fe/Si, que l'on pourrait obtenir par spectroscopie à haute résolution. D'autres données peuvent permettre de contraindre le résultat (Brugger et al 2016), on a mis en évidence, un intervalle de rayon en s'appuyant sur les travaux (Valencia et al 2007b). La limite maximale est fixée par le taux maximal de la fraction massique d'eau mesurée dans une comète soit 77%, on diminue ce pourcentage massique d'eau à 50%, le rayon maximal est alors de 1.4 rayon terrestre. Le rayon minimal est fixé par une fraction maximale massique du coeur de 65 % qui correspond au cas unique de Mercure, on obtient un rayon minimal de 0.94 rayon terrestre.

Références

@ARTICLERosolowsky2003, author = Rosolowsky, E. and Engargiola, G. and Plambeck, R. and Blitz, L., title = Giant molecular clouds in M33. II. High-resolution observations, journal = The Astrophysical Journal, year = december 2003, volume = 599, pages = 258-274,

@ARTICLECorbelli2017, author = Corbelli, E. and al., title = From molecules to Young Stellar Clusters : the star formation cycle across the M33 disk, journal = Astronomy & Astrophysics, year = march 2017,

@ARTICLEImara2011, author = Imara, N. and Bigiel, F. and Blitz, L., title = Angular momentum in giant molecular clouds. II. M33, journal = The Astrophysical Journal, year = may 2011,

@ARTICLEGoncalves2016, author = Goncalves, T., title = Nuages moléculaires dans la galaxie Spirale Messier 33 : Rotation, orientation, Et évaluation des incertitudes, journal = Stage M1 encadré par Jonathan Braine, year = avril-juin 2016,

@ARTICLEMercier2015, author = Mercier, W., title = Etude et modélisation de nuages moléculaires dans M33, journal = Stage L1 encadré par Jonathan Braine, year = juin-juillet 2015,