

Étude numérique de l'écoulement de fluides newtonien et non-newtonien dans un milieu poreux saturé

Abdoulaye GUEYE^{1,2}, Gilmar MOMPEAN¹, Aboubaker Chedikh BEYE²,
Mouhamed Najib OUARAZI¹

¹Laboratoire de Mécanique de Lille, Université Lille 1 - Sciences et Technologies, France

²Laboratoire de Mécanique des Fluides et Applications, Université Cheikh Anta Diop, Sénégal

09 octobre 2014



**Université Cheikh Anta Diop
de Dakar**
LUX - MEA - LEX

**LABORATOIRE
de MECANIQUE
de LILLE**
UMR CNRS 8107

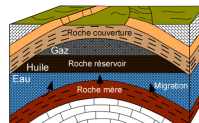
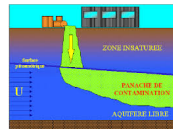


Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

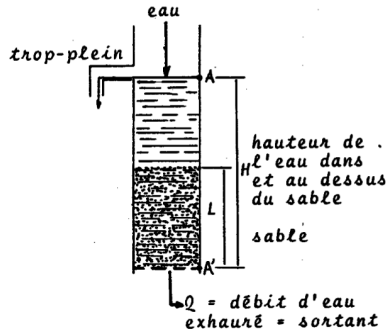
Contexte

- La compréhension de l'écoulement d'un fluide à travers le milieu poreux représente un enjeu important dans de nombreux domaines d'applications industrielles comme environnementales tels que :
 - les ressources en eaux
 - les études des systèmes hydrologiques
 - exploitations des réservoirs d'hydrocarbure
 - séquestration du dioxyde de carbone
- Une approche du problème peut consister à appliquer la loi de Darcy



En 1856, en étudiant le réseau public de la ville de Dijon, Henry Darcy formula une loi empirique pour décrire l'écoulement d'eau à travers un cylindre rempli de sable d'axe vertical: *La loi de Darcy*

HENRY DARCY(1803-1858)



Colonne de Darcy

Loi expérimental de Darcy

$$\Delta P = \frac{\mu}{K} V_d \quad (1)$$

- μ la viscosité dynamique du fluide;
- ΔP la différence de charge hydraulique entre les extrémités inférieure et supérieure de la colonne;
- $V_d = \frac{Q}{\rho A}$ étant la vitesse débitante avec Q le débit sortant, ρ la masse volumique du fluide et A la section droite du milieu poreux;
- K la perméabilité du milieu poreux.

Loi expérimental de Darcy

$$\Delta P = \frac{\mu}{K} V_d \quad (1)$$

- μ la viscosité dynamique du fluide;
- ΔP la différence de charge hydraulique entre les extrémités inférieure et supérieure de la colonne;
- $V_d = \frac{Q}{\rho A}$ étant la vitesse débitante avec Q le débit sortant, ρ la masse volumique du fluide et A la section droite du milieu poreux;
- K la perméabilité du milieu poreux.

Perméabilité $K[m^2]$

se réfère à la capacité du milieu poreux à laisser passer le ou les fluides à l'intérieur des pores. La relation de Kozeny-Carman (1937) :

$$K = \frac{d^2 \phi^3}{180(1 - \phi)^2}$$

Loi expérimental de Darcy

$$\Delta P = \frac{\mu}{K} V_d \quad (1)$$

- μ la viscosité dynamique du fluide;
- ΔP la différence de charge hydraulique entre les extrémités inférieure et supérieure de la colonne;
- $V_d = \frac{Q}{\rho A}$ étant la vitesse débitante avec Q le débit sortant, ρ la masse volumique du fluide et A la section droite du milieu poreux;
- K la perméabilité du milieu poreux.

Perméabilité $K[m^2]$

se réfère à la capacité du milieu poreux à laisser passer le ou les fluides à l'intérieur des pores. La relation de Kozeny-Carman (1937) :

$$K = \frac{d^2 \phi^3}{180(1 - \phi)^2}$$

Porosité $\phi[-]$

La porosité ϕ est définie comme étant le rapport du volume vide occupé par les pores, sur le volume total soit :

$$\phi = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume total}}$$

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - **Motivations**
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Limitation de la loi de Darcy

La loi de Darcy est cependant soumise à des domaines de validité dont les plus restrictifs sont que le fluide doit être newtonien et s'écouler en régime laminaire.

Les recherches tendent aujourd'hui plutôt à étudier la possibilité d'étendre la loi de Darcy aux fluides non newtoniens.

D'où l'importance de notre travail, qui propose l'étude numérique de l'écoulement de fluides newtonien et non newtonien au sein d'un système fluide/poreux.

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 **Présentation du problème**
 - **Configuration étudié**
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Système

Le système est constitué d'une couche poreuse verticale superposé d'une couche fluide. Les parois horizontales sont maintenues adiabatique et imperméable (Conditions de Neumann). Le milieu poreux est saturé par le même fluide qui occupe le reste de la cavité.

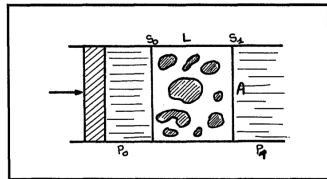


Figure: Configuration du système

Système

Le système est constitué d'une couche poreuse verticale superposée d'une couche fluide. Les parois horizontales sont maintenues adiabatique et imperméable (Conditions de Neumann). Le milieu poreux est saturé par le même fluide qui occupe le reste de la cavité.

Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes:

- 1- le fluide est incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq;
- 2- l'écoulement du fluide au sein de la cavité est laminaire et bidimensionnel;
- 3- la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide.
- 4- les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes;
- 5- on néglige le transfert d'énergie par rayonnement ainsi que les effets de Soret et Dufour.

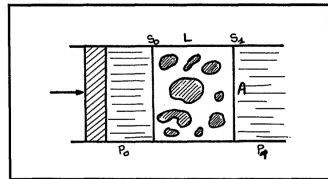


Figure: Configuration du système

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 **Présentation du problème**
 - Configuration étudié
 - **Équations du problème**
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Les équations de Navier-Stokes à l'échelle du pore restent valables, mais leur résolution est difficile, vu la complexité géométrique du milieu poreux.

Méthode d'homogénéisation

Ces considérations imposent l'utilisation d'une méthode d'homogénéisation dite méthode des prises de moyennes qui consiste à intégrer les équations de conservation locale sur un volume élémentaire représentatif (*VER*).

Les équations de Navier-Stokes à l'échelle du pore restent valables, mais leur résolution est difficile, vu la complexité géométrique du milieu poreux.

Méthode d'homogénéisation

Ces considérations imposent l'utilisation d'une méthode d'homogénéisation dite méthode des prises de moyennes qui consiste à intégrer les équations de conservation locale sur un volume élémentaire représentatif (VER).

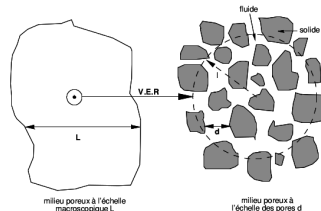


Figure: La figure illustre la taille intermédiaire l du VER entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique L et à l'échelle des pores d (Whitaker 1986)

- la taille l du VER doit être suffisamment grande devant la taille du pore d ;

- la taille l du V.E.R. doit être suffisamment petite devant la taille caractéristique du milieu L .

Les équations de Navier-Stokes à l'échelle du pore restent valables, mais leur résolution est difficile, vu la complexité géométrique du milieu poreux.

Méthode d'homogénéisation

Ces considérations imposent l'utilisation d'une méthode d'homogénéisation dite méthode des prises de moyennes qui consiste à intégrer les équations de conservation locale sur un volume élémentaire représentatif (VER).

Les difficultés qui se posent dans le cas des milieux composés, se situent au niveau de l'écriture des équations de conservation qui décrivent l'écoulement et les transferts dans les deux milieux, ainsi que l'établissement des conditions limites au niveau de l'interface fluide/poreux.

- la taille l du VER doit être suffisamment grande devant la taille du pore d ;

- la taille l du V.E.R. doit être suffisamment petite devant la taille caractéristique du milieu L .

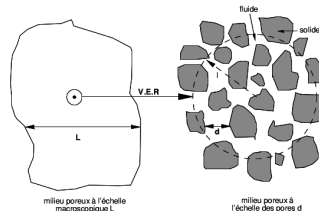


Figure: La figure illustre la taille intermédiaire l du VER entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique L et à l'échelle des pores d (Whitaker 1986)

Il existe en fait deux approches permettant de palier à ces difficultés:

Approche à deux domaines

Approche à un seul domaine

Il existe en fait deux approches permettant de palier à ces difficultés:

Approche à deux domaines

Beavers et Joseph [1] proposent une formulation à deux domaines : les équations de Navier-Stokes dans le domaine fluide et l'équation de Darcy dans le milieu poreux.

Le problème de la condition de glissement à l'interface du domaine fluide et du milieu poreux est surmonté en exprimant la continuité de la contrainte tangentielle :

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}}(v_{int} - v_m)$$

Approche à un seul domaine

Il existe en fait deux approches permettant de palier à ces difficultés:

Approche à deux domaines

Beavers et Joseph [1] proposent une formulation à deux domaines : les équations de Navier-Stokes dans le domaine fluide et l'équation de Darcy dans le milieu poreux.

Le problème de la condition de glissement à l'interface du domaine fluide et du milieu poreux est surmonté en exprimant la continuité de la contrainte tangentielle :

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}}(v_{int} - v_m)$$

Approche à un seul domaine

Cette seconde approche consiste à écrire une seule équation pour tout le domaine (Navier-Stokes incluant le terme de Darcy). La contribution de la diffusion visqueuse dans le milieu poreux est naturellement prise en compte.

Il présente l'avantage de simplifier la procédure numérique, puisque les conditions aux limites à l'interface ne sont pas écrites explicitement. Dans notre travail, nous adopterons donc l'approche à un seul domaine.

Equations microscopique et macroscopique

Equation microscopique

les équations de conservation sont les suivantes:

Conservation de la masse

$$\nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}_f) = 0, \quad (2)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho_f \mathbf{u}_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) = -\nabla p_f + \nabla \tau_f + \rho_f \mathbf{g} \quad (3)$$

\mathbf{u}_f désigne le champ de vitesse, p_f la pression, ρ_f la masse volumique, \mathbf{g} un champ gravitationnel, τ_f le tenseur des contraintes, \mathbf{D} tenseur symétrique des taux de déformation

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T) \quad (4)$$

Cas newtonien : $\tau_f = 2\mu \mathbf{D}$

Equations microscopique et macroscopique

Equation macroscopique

Pour obtenir les équations macroscopique, nous allons intégrer les équations microscopique définis en un point de l'espace dans le *Volume élémentaire Représentatif*.

Il est important de noter trois quantités moyenne pour un écoulement multi-phasique dans un milieu poreux à savoir :

- la quantité de moyenne intrinsèque définie par : $\langle \psi_\beta \rangle^\beta = \frac{1}{V_\beta} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV$
- la quantité de moyenne de phase : $\langle \psi_\beta \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \psi_\beta dV$
- la quantité de moyenne de phase spatiale : $\langle \psi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \psi dV$

avec $\langle \psi_\beta \rangle = \phi_\beta \langle \psi_\beta \rangle^\beta$

V_β représente le volume de la phase β contenue dans le volume total V , ψ_β la quantité associé à la phase β , $\beta \in \{f, s\}$, avec f et s respectivement la phase fluide et solide.

Les théorèmes de calcul des moyennes suivantes fournissent la base pour dériver les équations macroscopiques :

$$\left\langle \frac{\partial \psi_\beta}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle \psi_\beta \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V} \int_{A_\beta} \psi_\beta \mathbf{w}_\beta \cdot \mathbf{n}_\beta dA \quad (5)$$

$$\langle \nabla \psi_\beta \rangle = \nabla \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_\beta} \psi_\beta \mathbf{n}_\beta dA \quad (6)$$

$$\langle \nabla \cdot \psi_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_\beta} \psi_\beta \cdot \mathbf{n}_\beta dA \quad (7)$$

où A_β est la surface entre les deux phases à l'intérieur du volume V , \mathbf{w}_β représente la vitesse de l'interface A_β , \mathbf{n}_β vecteur unité dirigé vers l'extérieur à la normale de la phase β .

En partant des équations de conservation microscopique, on applique le théorème de la moyenne volumique et en tenant compte des conditions suivantes:

- i la matrice solide est rigide;
- ii ϕ_β est indépendante du temps et de la position de telle sorte que la fraction volumique de chaque phase reste constante;
- iii la vitesse est nulle à l'interface solide-liquide

Conservation de la masse

$$\nabla \cdot \langle u_f \rangle^f = 0 \quad (8)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \langle u_f \rangle^f}{\partial t} + \langle u_f \rangle^f \cdot \nabla \langle u_f \rangle^f = -\nabla \langle p_f \rangle^f + \frac{1}{Re} \nabla^2 \langle u_f \rangle^f + F \quad (9)$$

avec

$$F = -\frac{\phi}{Re D_a} \langle u_f \rangle^f - \frac{\phi^2 F_\epsilon}{\sqrt{D_a}} \langle u_f \rangle^f + g \quad (10)$$

$$Re = \frac{LU}{\nu} \quad D_a = \frac{K}{L^2} \quad F_\epsilon = \frac{1.75}{\sqrt{180\phi^3}}$$

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Volumes Finis

La méthode utilisée est celle des **volumes finis**, les équations de conservation sont intégrées sur le volume de contrôle.

Toutes les grandeurs scalaires sont traitées au centre du volume, les vitesses sont localisées au centre des faces du volume, ce choix constitue le principe du maillage entrelacé.

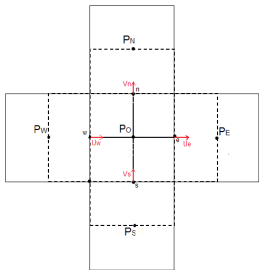


Figure: Maillage entrelacé (bilant pour U_e)

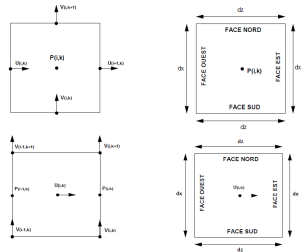


Figure: Volume de contrôle centré sur la pression(haut), centré sur la vitesse (bas)

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

La discrétisation des équations de mouvement est semi-implicite :

Conservation de la masse

$$\Delta x_i (V_{(i,k+1)}^{(n+1)} - V_{(i,k)}^{(n+1)}) + \Delta z_i (U_{(i+1,k)}^{(n+1)} - U_{(i,k)}^{(n+1)}) = 0 \quad (11)$$

Conservation de la quantité de mouvement

Composante $U_{(i,k)}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \left(U_{(i,k)}^{n+1} - U_{(i,k)}^n \right) + FLUX(U_{(i,k)})^n = & + \frac{\phi_{(i,k)}}{\rho_f \Delta x p_{(i-1)}} \left(P_{(i-1,k)}^{n+1} - P_{(i,k)}^{n+1} \right) \\ & - \frac{\phi_{(i,k)} m}{K_{(i,k)} \rho_f} U_{(i,k)}^n - \frac{F_e \phi_{(i,k)} Y}{\sqrt{K_{(i,k)}}} |U_{(i,k)}^n| U_{(i,k)}^n + \phi_{(i,k)} g_x \end{aligned} \quad (12)$$

Composante $V_{(i,k)}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \left(V_{(i,k)}^{n+1} - V_{(i,k)}^n \right) + FLUX(V_{(i,k)})^n = & \frac{\phi_{(i,k)}}{\rho_f \Delta z p_{(k-1)}} \left(P_{(i,k-1)}^{n+1} - P_{(i,k)}^{n+1} \right) \\ & - \frac{\phi_{(i,k)} m}{K_{(i,k)} \rho_f} V_{(i,k)}^n - \frac{F_e \phi_{(i,k)} Y}{\sqrt{K_{(i,k)}}} |V_{(i,k)}^n| V_{(i,k)}^n + \phi_{i,k} g_z \end{aligned} \quad (13)$$

CFL

Le choix du pas de temps est fait en appliquant la condition de stabilité dite CFL (Courant Friedrich-Lewy).

Cette condition précise la limite pour le pas de temps de convection Δt_c :

$$\Delta t_c = \frac{1}{\max \left[\frac{|U|}{\Delta x} + \frac{|V|}{\Delta z} \right]} \quad (14)$$

Le pas de temps de diffusion Δt_d est donnée par la condition de Patankar:

$$\Delta t_d = \frac{1}{2\nu \max \left[\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right]} \quad (15)$$

Pour ces calculs, le pas de temps Δt a été limité à une valeur satisfaisant la condition de CFL suivante:

$$CFL_{max} \leq \frac{1}{\frac{1}{\Delta t_c} + \frac{1}{\Delta t_d}} \quad (16)$$

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Méthode de résolution

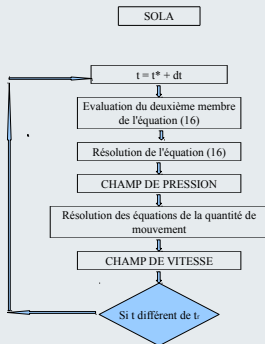
La méthode de résolution adoptée est celle de Harlow et Welch (1965), qui consiste à exprimer la vitesse $V^{(n+1)}$ en fonction de $P^{(n+1)}$ à partir des équations (17, 18) et de reporter ces expressions dans l'équation de conservation de la masse (11). On obtient ainsi une équation de Poisson à résoudre pour la pression, où la variable P apparaît seul à l'état $(n+1)$.

$$U_{(i,j)}^{(n+1)} = \Delta t \left[\frac{\phi_{(i,j)}}{\rho_f \Delta x p_{(i-1)}} \left(P_{(i-1,j)}^{(n+1)} - P_{(i,j)}^{(n+1)} \right) + A_{U_{(i,j)}^{(n)}} \right] \quad (17)$$

$$V_{(i,j)}^{(n+1)} = \Delta t \left[\frac{\phi_{(i,j)}}{\rho_f \Delta z p_{(j-1)}} \left(P_{(i,j-1)}^{(n+1)} - P_{(i,j)}^{(n+1)} \right) + A_{V_{(i,j)}^{(n)}} \right] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} AW_f P_{(i-1,j)}^{(n+1)} + AE_f P_{(i+1,j)}^{(n+1)} + AN_f P_{(i,j+1)}^{(n+1)} + AS_f P_{(i,j-1)}^{(n+1)} \\ - [AW_f + AE_f + AN_f + AS_f] P_{(i,j)}^{(n+1)} = B_f^{(n)} \end{aligned} \quad (19)$$

Organigramme général de résolution (SOLA)



Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Résultats prédits par la loi de Darcy

Nous comparons ici les résultats numériques obtenus avec notre code aux résultats théoriques attendus pour l'écoulement de l'eau ($\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\mu = 1.002.10^{-3} \text{ Pa.s}^{-1}$ à 20°C) à travers un milieu poreux constitué de particules de diamètre $d = 1.10^{-3}$, de hauteur 0.5 m et de porosité $\phi = 0.5$.

Résultat théorique

D'après la relation (1) nous obtenons alors l'expression numérique de la loi d'écoulement de l'eau à travers notre milieu poreux :

$$\Delta P = 3.608.10^5 V_d \quad (20)$$

Résultats numériques

Choix du maillage

Le tableau 1 illustre l'influence du maillage sur la précision des résultats obtenus pour les valeurs de la vitesse débitante et du gradient de pression. On observe que l'influence du maillage sur les résultats obtenus devient négligeable à partir d'un maillage de (41x61), on peut considérer pour la suite des calculs un maillage de (41x61).

Maillage	21x61	41x61	61x61	81x61
ΔP	945.52	945.51	945.51	945.51
$V_d (x 10^{-2})$	0.25003	0.25003	0.25003	0.25003

Table: effet du maillage

Résultats numériques

Validation numérique

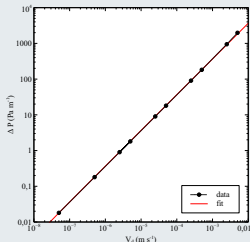


Figure: Relation linéaire entre le gradient de pression et la vitesse débitante

$$\Delta P = A + B \cdot V_d \quad (21)$$

dont les valeurs A et B sont données dans le tableau 2

	résultats
$A \text{ (Pa m}^{-1}\text{)}$	$-0,000341613$
$B \text{ (Pa s m}^{-2}\text{)}$	366734

Table: Coefficient A et B de la loi d'écoulement affine

Nous observons un très bon accord entre la valeur B obtenue et la valeur théorique avec une erreur relative égale à 1.64%.

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 **Résultats**
 - Validation du code
 - **Résultats numériques**
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Écoulement newtonien

Champ de pression

L'écoulement laminaire obtenu est représenté par les lignes de courant rectilignes illustrées dans la figure ci dessous.

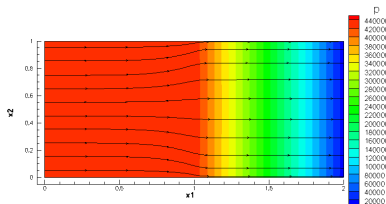


Figure: Lignes de courant de l'écoulement dans le canal plan pour un fluide newtonien

Écoulement newtonien

Champ de pression

L'écoulement laminaire obtenu est représenté par les lignes de courant rectilignes illustrées dans la figure ci dessous.

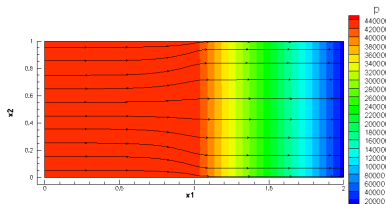


Figure: Lignes de courant de l'écoulement dans le canal plan pour un fluide newtonien

Champ de vitesse

Dans la figure ci dessous, on voit le développement classique de l'écoulement dans un canal plan dans chaque phase du domaine.

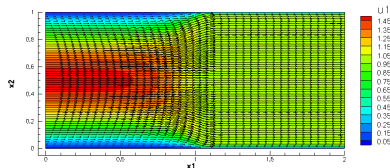


Figure: Vecteur vitesse et champ de vitesse de l'écoulement newtonien dans le canal plan.

Écoulement newtonien

Évolution du profil de vitesse

Dans la figure ci contre, on a tracé le profil vertical de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies. Dans cette figure, la variation spatiale de vitesse le long du canal est très bien illustrée. Elle se développe dans la première zone du canal sous la forme d'un profil parabolique. A l'approche de l'interface, le profil parabolique diminue. Il continue à diminuer dans le milieu poreux. Dans ce dernier, le profil de vitesse est aplati.

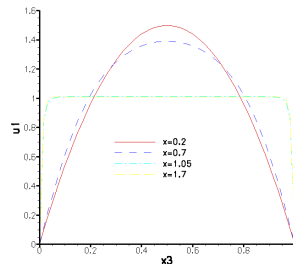


Figure: Profils verticaux de la vitesse horizontale à quelques positions axiales arbitrairement choisies.

Écoulement newtonien

Influence du nombre de Darcy

Dans la figure ci-contre nous avons mis en évidence l'influence du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement. Les résultats obtenus sont en accord avec l'étude de Zhou et al (2012). En diminuant le nombre de Darcy, le profil de vitesse devient de plus en plus plat.

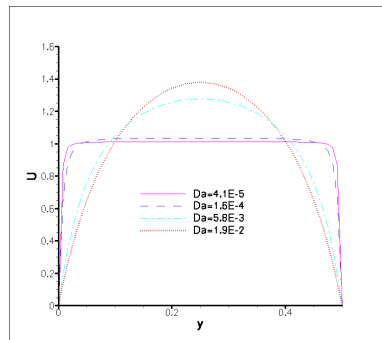


Figure: Influence du nombre de Darcy sur la vitesse axiale pour un fluide newtonien.

Écoulement non-newtonien

Loi en Puissance

Pour l'étude numérique, nous allons adopté la loi de Carreau avec :

$$\tau_f = 2\mu_p \mathbf{D} \quad (22)$$

où la viscosité polymérique (non-newtonienne) μ_p est donnée par une loi de type Bird-Carreau

$$\mu_p = 2\mu_{p0} \frac{1}{(1 + \Gamma^2 \dot{\gamma}^2)^{(1-xn)/2}}$$

$\dot{\gamma} = \sqrt{2\{\mathbf{D}^2\}}$ taux de cisaillement généralisé

Γ une échelle de temps,

xn le coefficient de rhéo-fluidification,

μ_{p0} la viscosité polymérique à taux de cisaillement nul

Écoulement non-newtonien

Nous présentons sur les figures suivantes, les différentes corrélations donnant le gradient de pression ΔP en fonction de la vitesse débitante V_d obtenues à partir de l'expérience numérique. On constate que les gradients de pression pour une vitesse débitante donnée sont beaucoup plus importants avec l'augmentation de l'indice de la loi en puissance du fluide.

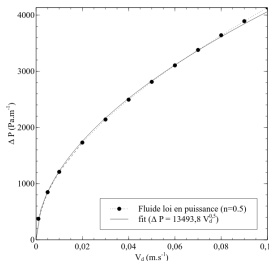


Figure: Évolution du gradient de pression en fonction de la vitesse débitante pour un fluide en loi de puissance d'exposant $n=0.5$

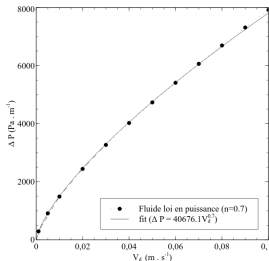


Figure: Évolution du gradient de pression en fonction de la vitesse débitante pour un fluide en loi de puissance d'exposant $n=0.7$

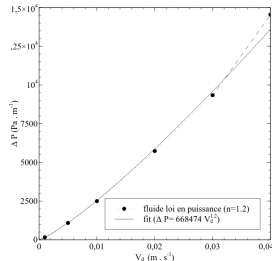


Figure: Évolution du gradient de pression en fonction de la vitesse débitante pour un fluide en loi de puissance d'exposant $n=1.2$

Écoulement non-newtonien

Relation non linéaire

Une relation non linéaire est obtenu entre le gradient de pression et la vitesse débitante comme prédit dans la littérature. Avec ces resultats numérique, on obtient la relation suivante:

$$\Delta P = \frac{A}{K(xn)} V_d^{xn} \quad (23)$$

où K dépendant de l'indice n est défini dans l'équation :

$$K(xn) = \frac{d^{xn+1} \phi_f^{xn+2}}{180(1 - \phi_f)^2} \quad (24)$$

Écoulement non-newtonien

Relation non linéaire

Le coefficient A n'est rien d'autre que la viscosité apparente du fluide. Nous retrouvons donc la loi de Darcy modifiée pour le fluide non newtonien.

On constate que pour les trois fluides, l'équation du modèle prédit des chutes de pression avec un écart inférieur à 5.2% dans le cas du fluide non newtonien d'indice $xn = 0.5$, un écart correspondant à 7.4% pour le fluide à $xn = 0.7$ et le dernier cas correspondant à $xn = 1.2$, un écart de 8.5%.

Ces résultats nous permettent de conclure sur la fiabilité de notre code de calcul.

Plan de la présentation

- 1 Contexte et motivations
 - Contexte
 - Motivations
- 2 Présentation du problème
 - Configuration étudié
 - Équations du problème
- 3 Méthodes de résolution numérique
 - Discrétisation spatiale
 - Discrétisation temporelle
 - Méthode de résolution
- 4 Résultats
 - Validation du code
 - Résultats numériques
- 5 Conclusion
 - Conclusion

Conclusion

Conclusion

Un code de calcul en Fortran permettant de varier les paramètres du fluide et celles du milieu poreux, est développé. Le code est validé par l'écoulement d'un fluide newtonien avec l'obtention de la loi expérimentale de Darcy.

L'écoulement développé est de Poiseuille, la pression chute axialement. Puis à la traversé du milieu poreux, on trouve que l'écoulement n'est plus de Poiseuille. Une chute axiale continue de pression concentré très supérieure à celle dans la phase fluide, alors le placement du milieu poreux au passage de fluide produit une résistance à l'écoulement, sous forme d'une perte de pression.

La relation non linéaire entre le gradient de pression et la vitesse débitante est obtenue pour les fluides non newtoniens.

Perspectives

Perspectives

Comme perspectives, nous allons faire dans la suite du travail, des études spécifiques avec des fluides viscoélastiques avec des couches poreuses non homogènes et anisotropes, auxquels seront imposés des flux de chaleur entre les parois horizontales externes.

L'étude de l'instabilité linéaire de l'écoulement monocellulaire avec le fluide viscoélastique sera l'objet de la suite du travail.



Merci de votre attention