



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Instituto de Exatas  
Departamento de Ciência da Computação

Disciplina 116319 - Estrutura de Dados  
Professor Marcos Caetano

Alunos:

Daniel Carvalho Moreira	16/0116821
João Victor Cabral de Melo	16/0127670
Vinícius Bowen	18/0079239

Brasília, 14 de Junho de 2018

## 1.1-Árvores AVL

A árvore AVL consiste basicamente em ser composta de uma árvore de busca binária, porém, com propriedades adicionais que permitem que ela seja balanceada a cada interação de nó incluído ou excluído.

Por meio do Fator de balanceamento, a árvore conta com um índice criado em sua struct, quantos nós o lado esquerdo e direito possuem, a não ser que seja um nó do tipo folha(esquerda e direita equivalentes a NULL). Cada nó possui um fator de balanceamento. Esse nó de balanceamento não deve ser inferior a -1 nem superior a 1, pois valores que ultrapassem essa margem já estão nos parâmetros de uma árvore desbalanceada.

Caso estejam desbalanceadas, a correção é feita por meio de rotações, onde consiste em 4 casos(mais detalhes no slide), podendo ser elas: Rotação simples à esquerda, rotação simples à direita, rotação dupla à esquerda e Rotação dupla à direita, deste modo, fazendo com que a árvore fique balanceada.

## 1.2-Algoritmo

### 1.2.1-Struct

```
typedef struct elemento {  
    int dado;//dado da estrutura  
    int fator_de_balanceamento;//fator de balanceamento da arvore  
    struct elemento *esq;//estrutura elemento pra esquerda  
    struct elemento *dir;//estrutura elemento pra direita  
}elemento;
```

Figura 1: Struct do algoritmo

A struct utilizada tem como variáveis inteiras: “int dado” e “int fator\_de\_balanceamento”, para que possam armazenar o valor na árvore e verificar sua altura, respectivamente, além dos ponteiros para a direita e esquerda do tipo “struct elemento\*”.

### 1.2.2- Alocação dinâmica.

```
//Aloca o no para inserir  
elemento *aloca_no(int dado){  
    elemento *novo_no = (elemento *) malloc(sizeof(elemento)); //Aloca novo no  
    novo_no->dado = dado;//recebe o dado  
    novo_no->fator_de_balanceamento = 0;//fator de balanceamento do no  
    novo_no->esq = NULL;// no esquerda e setado pra NULL  
    novo_no->dir = NULL;// no direito e setado pra NULL  
    return novo_no;//retorna no  
}  
  
//Aloca ponteiro de ponteiro pra arvore  
Arv_AVL *aloca_arvore(){  
    Arv_AVL *raiz = (Arv_AVL *) malloc(sizeof(Arv_AVL));//faz a alocação  
    if(raiz != NULL){//se a raiz não tiver nula  
        *raiz = NULL;//então coloca ela como nula  
    }  
    return raiz;//retorna a raiz  
}
```

Figura 2: funções para alocação de raiz e nós da árvore;

Funções que, ao serem chamadas, efetuam a alocação dinâmica e alocam uma região de memória para que seus valores sejam alterados. Inicialmente os valores são pré-definidos como NULL para que possam ser alterados dentro de outra função.

### 1.2.3-Liberação de memória

```
//percorre a arvore e libera cada no
void libera_no(elemento *no){

    if(no == NULL){
        return;//se o no for NULL não faça nada
    }

    libera_no(no->esq);//anda pos-ordem na arvore
    libera_no(no->dir);//anda em pos-ordem na arvore
    free(no);//da free no no

    no = NULL;// coloca null no pra evitar verificações posteriores
}

//libera o ponteiro de ponteiro pra raiz
void libera_arvore(Arv_AVL *raiz){

    if(raiz == NULL){//verifica se raiz não e vazia
        return;
    }
    libera_no(*raiz);//passo a raiz para o libera os no para percorrer a arvore e liberar os nos
    free(raiz);//dou ponteiro de ponteiro da raiz
}
```

Figura 3: Funções para liberar nós e a raiz

As duas funções tem a finalidade de evitar que haja um vazamento de memória no programa. Quando chamadas, a função “libera\_no”, libera nós a partir das folhas até chegar na raiz.Quando a função “Libera\_raiz” é chamada, a raiz é verificada, se obter algo diferente de NULL, a funcionalidade “free()” é aplicada a ela, assim como na função que libera a memória dos nós. Com isso, os elementos são excluídos e a árvore ocupa um espaço gradativamente menor a cada vez que uma dessas funções é executada.

### 1.2.4-Altura

```
//altura do no
int altura(elemento *no){//calcula a altura do no

    if (no == NULL){//se chegar no maximo da direita ou da esquerda retorna zero e vai somando mais 1 a cada recursão
        return 0;
    }

    int alt_esq = altura(no->esq);//vai ao máximo da esquerda do no
    int alt_dir = altura(no->dir);//vai ao máximo da direita do no

    if(alt_esq > alt_dir){ //verifica qual altura da subarvore e maior e acrescente um
        return alt_esq + 1;
    }
    else {
        return alt_dir + 1;//calcula maior altura do no da arvore
    }
}
```

Figura 4:Altura da árvore.

A altura da árvore é medida por meio do retorno do método recursivo chamado dentro da própria função.Deste modo, à medida que o ponteiro retorna um nível na recursão, uma unidade é acrescentada a uma das duas variáveis. No caso da figura 4, a altura da sub-árvore da direita é a condição de parada para que a sua altura seja incrementada.

### 1.2.5-Fator de balanceamento

```
//calcula o fator de balanceamento do no
int calcula_fat_bal(elemento *no){

    int fat_bal = altura(no->esq) - altura(no->dir); //usa a definição do fator de balanceamento do no
    no->fator_de_balanceamento = fat_bal; //passa pra estrutura do no
    return fat_bal;
}

int fat_bal_no(elemento *no){ //retorna o fator de balanceamento do no
    if(no == NULL){ //se o no for null retorna -1
        return -1;
    }
    else{
        return no->fator_de_balanceamento; //se não retorna o valor de seu fator de balanceamento
    }
}
```

Figura 5: funções de balanceamento.

A primeira função efetua o cálculo do fator de balanceamento e a segunda função retorna o valor do fator de balanceamento, onde a primeira mencionada utiliza a função altura (2.1.4), para verificar o tamanho das sub-árvores à direita e esquerda e retornar seu resultado, que ao ser analisado na sua função central, já recebe como valor o resultado que deve estar entre -1 e 1.

### 1.2.6-Rotações duplas

```
//faz uma rotação dupla pra esquerda
void rotacao_LR(Arv_AVL *raiz){

    rotacao_RR(&(*raiz)->esq); //rotação simples pra esquerda
    rotacao_LL(raiz); //rotação simples pra direita
}

//faz uma rotação dupla pra direita
void rotacao_RL(Arv_AVL *raiz){

    rotacao_LL(&(*raiz)->dir); //rotação simples pra direita
    rotacao_RR(raiz); //rotação simples pra esquerda
}
```

Figura 6: Chamadas para rotações duplas.

As rotações duplas para direita e esquerda são compostas de duas rotações simples (o que muda é a ordem em que são chamadas). Nesse caso, a função chama as duas rotações por função.

### 1.2.7-Inserir na Árvore

```
int inseri_AVL(Arv_AVL *raiz, int valor){
    int ret;
    if(*raiz == NULL){
        elemento *novo = aloca_no(valor);
        *raiz = novo;
        return 1;
    }
    elemento *atual = *raiz;
    if(valor < atual->dado){
        if(ret = inseri_AVL(&(*raiz)->esq, valor) == 1){
            if(calcula_fat_bal(atual) >= 2 || calcula_fat_bal(atual) <= -2){
                if(valor < (*raiz)->esq->dado){
                    rotacao_LL(raiz);
                }
                else {
                    rotacao_LR(raiz);
                }
            }
        }
    }
    else if(valor > atual->dado){
        if(ret = inseri_AVL(&(*raiz)->dir, valor) == 1){
            if(calcula_fat_bal(atual) <= -2 || calcula_fat_bal(atual) >= 2){
                if(valor > (*raiz)->dir->dado){
                    rotacao_RR(raiz);
                }
                else {
                    rotacao_RL(raiz);
                }
            }
        }
    }
    else {
        printf("O valor ja existe!!\n");
    }
}
```

Figura 7: inserção de elementos e chamada de funções.

De maneira geral, a função insere um novo nó ou inicia uma nova árvore e verifica seu fator de balanceamento. Caso seja maior ou igual a -2 e 2, dois casos são criados especificamente para saber quais rotações efetuar. Se não acontecer nenhum dos dois casos, uma mensagem é exibida dizendo que o número já existe.

Observação: A figura 7 não representa a função por completo por questão de espaço.(O código completo encontra-se nos arquivos da pasta zip).

### 1.2.8-Exibição

```
void mostra_arvore(Arv_AVL *raiz){  
    if(*raiz != NULL){  
        printf("0 no : %d\nTem fator de balanceamento: %d\n", (*raiz)->dado, (*raiz)->fator_de_balanceamento);  
        mostra_arvore(&(*raiz)->esq);  
        mostra_arvore(&(*raiz)->dir);  
    }  
}
```

Figura 8: Mostra árvore com seu fator de balanceamento.

Mostra no terminal a árvore em pré ordem já balanceada.

### 1.2.9-Main

```
1  #include <stdio.h>  
2  #include <stdlib.h>  
3  #include "avl_2.h"  
4  
5  
6  
7  int main() {  
8  
9      Arv_AVL *raiz;//ponteiro de ponteiro pra raiz  
10  
11      raiz = aloca_arvore();//alocando ponteiro de ponteiro na raiz da arvore  
12  
13      inseri_AVL(raiz, 9);  
14      inseri_AVL(raiz, 7);  
15      inseri_AVL(raiz, 2);  
16      inseri_AVL(raiz, 13);  
17      inseri_AVL(raiz, 15);  
18  
19      mostra_arvore(raiz);  
20  
21      libera_arvore(raiz);  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29      return 0;  
30  }
```

Figura 9: Inserção de números

Chama a função “inseri\_AVL”(1.2.7) e chama a função de exibição(1.2.8), além da função para liberar a árvore, de forma que o programa funcione proporcionalmente ao que se foi proposto.

Para uma melhor verificação do código, há 2 arquivos do tipo “.c” e um arquivo do tipo “.h” para serem executados dentro da pasta zipada. Como método alternativo, o link: [https://github.com/JoaoVictorCabraldeMelo/AVL\\_Tree](https://github.com/JoaoVictorCabraldeMelo/AVL_Tree) também pode ser acessado.



## 2- Execução do algoritmo

```
daniel@daniel-Inspiron-3542: ~/Documentos/arvores/AVL
daniel@daniel-Inspiron-3542:~/Documentos/arvores/AVL$ gcc -std=c99 -c avl_2.c
daniel@daniel-Inspiron-3542:~/Documentos/arvores/AVL$ gcc -std=c99 -o main main_avl_2.c avl_2.o
daniel@daniel-Inspiron-3542:~/Documentos/arvores/AVL$ ./main
0 no : 7
Tem fator de balanceamento: -1
0 no : 2
Tem fator de balanceamento: 0
0 no : 13
Tem fator de balanceamento: 0
0 no : 9
Tem fator de balanceamento: 0
0 no : 15
Tem fator de balanceamento: 0
daniel@daniel-Inspiron-3542:~/Documentos/arvores/AVL$
```

Figura 10: Árvore balanceada

Ao ser executada no terminal, o resultado final é exibido na tela com a árvore já organizada e balanceada, além de mostrar também fatores de balanceamento de cada integrante.

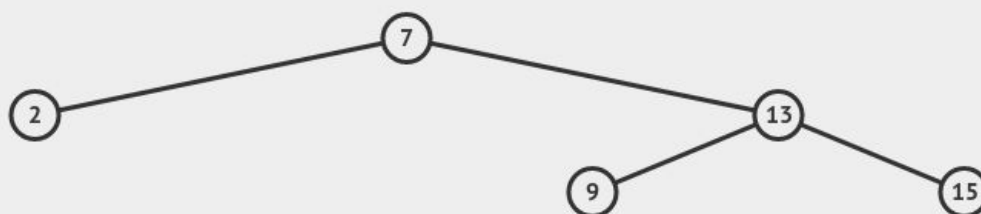


Figura 11: Árvore em formato ilustrativo(Sem fator de balanceamento).

### **3- Aplicações**

A Árvore em AVL pode ser utilizada em dicionários e na geometria computacional (slides), além de poder ser utilizado também em elaboração de IAs que permitem ter um funcionamento menos pesado por conta de seu balanceamento dinâmico.