Seminário de Estrutura de Dados

Árvores AVL

Daniel Carvalho Moreira	16/0116821	Ciência da Computação
João Victor Cabral de Melo	16/0127670	Ciência da Computação
Vinícius Bowen	18/0079239	Ciência da Computação

Roteiro:

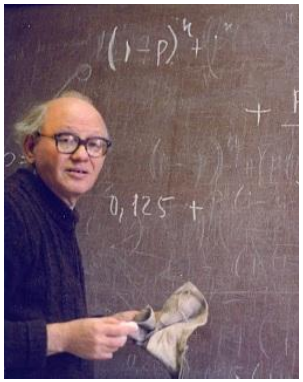
- Contexto
- O que é ?
- O que não é ?
- Analise
  - Balanceamento
    - Rotações
- Exemplo
- Aplicação

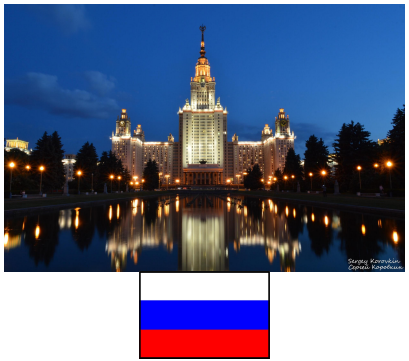
Contexto

- Uma árvore binária de busca pode oferecer desvantagens, como por exemplo, afetar o seu tempo de busca à medida que foram inseridos ou/e remoção de muitos elementos em sua estrutura;
- As operações sobre uma árvore levam tempo proporcional ao número de níveis da árvore binária de busca;
- Motivação: Buscar manter a árvore sempre com a menor quantidade de níveis possíveis;

Contexto

AVL = Adelson-Velskii e Landis





Georgy Maximovich Adelson-Velsky

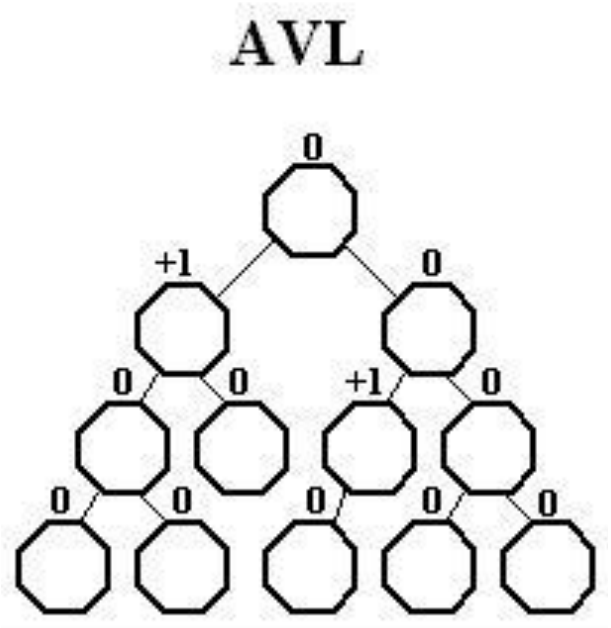
Evgenii Mikhailovich Landis

- Adel'son-Vel'skiĭ, G. M.; Landis, E. M. An algorithm for organization of information. (Russian) *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **146** 1962 263–266.
  - “ Algoritmos para Organização de Informação “ em 1962

O que é uma Árvore AVL?

Modelo de árvore binária de busca :

- Com uma característica: A subárvore à esquerda e à direita devem ter máximo a diferença em 1 (um)de altura;
- Utiliza-se o balanceamento dinâmico em sua execução, ou seja, seu conceito obriga que a árvore seja balanceada e organizada a cada interação;

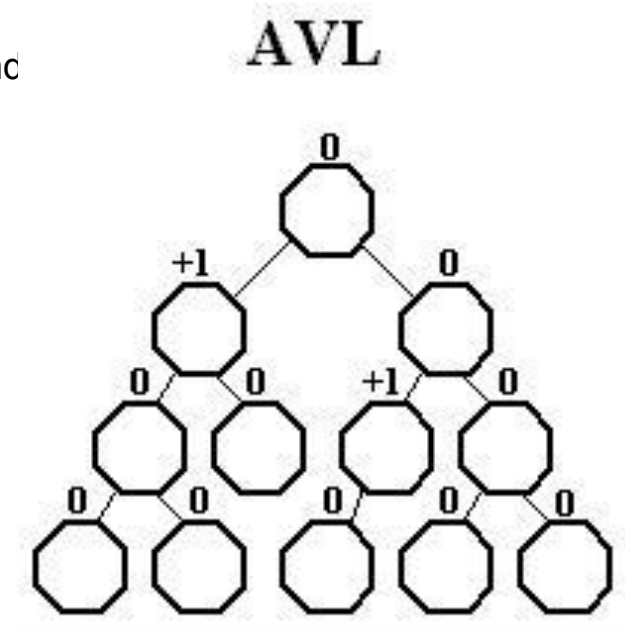


Fator de balanceamento de uma árvore balanceada.

Definição

- Para uma árvore, A, não vazia qualquer, senc
  as sub-árvores:
    - À esquerda: T_L ;
    - À direita: T_R ;
  - T_L e T_R são balanceadas por altura;
  - Com alturas h_L e h_R, respectivamente;
  - $|h_L$ e $h_R| \pm 1$;

- ***Fator de balanceamento;***
  - $fb = h_L - h_R$



Fator de balanceamento de uma árvore balanceada.

O que não é uma Árvore AVL?

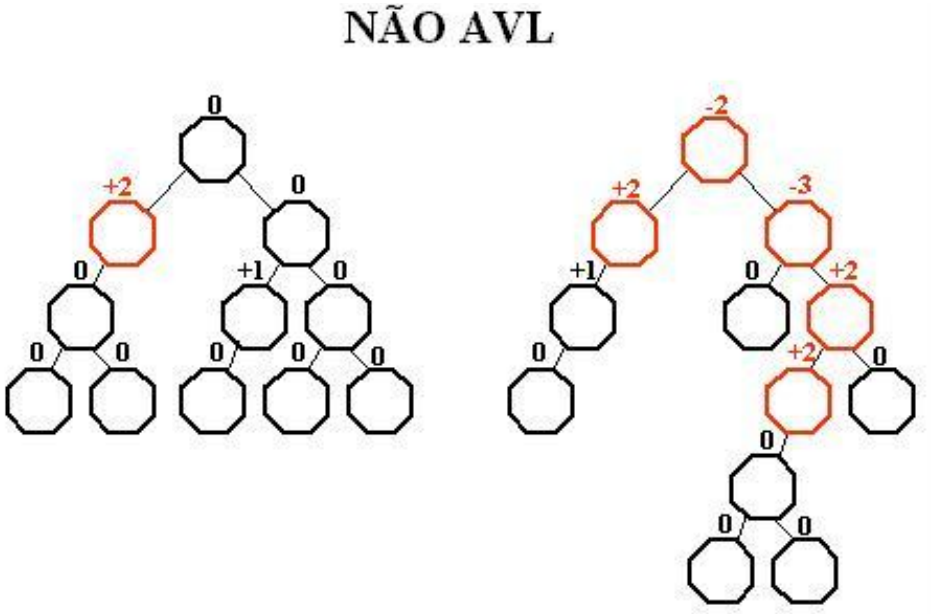
No exemplo, vejamos:

- Na primeira árvore, em sua subárvore da esquerda existe 2 alturas a mais pela esquerda;
  - Logo

$$fb = h_L - h_R$$

$$fb = 2 - 0$$

$$fb = +2 ;$$

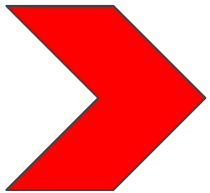


Fator de balanceamento de uma árvore não balanceada

Estrutura de nó da Árvore

- Exemplo:
  - Utiliza em sua estrutura a variável fb para guardar a informação do fator de balanceamento no nó;

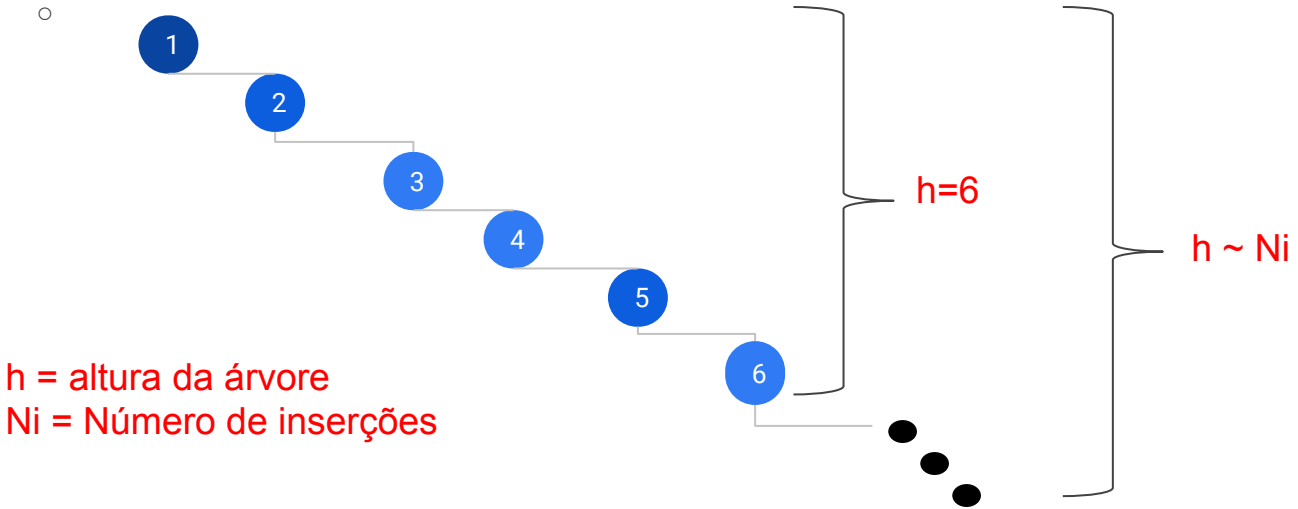
Exemplo de implementação



```
typedef struct no_AVL AVL;

struct no_AVL {

    int info;

    int fb; // fator de balanceamento

    AVL *pai;

    AVL *esq;

    AVL *dir;

};
```

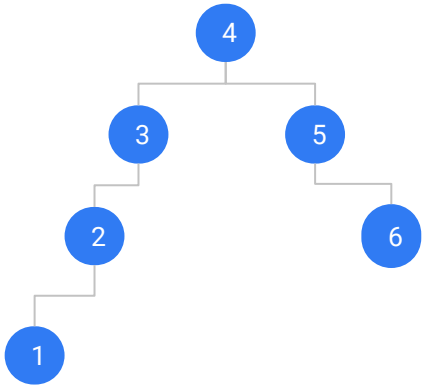
Análise sobre uma árvore qualquer

- Propondo a inserção de números em estrutura de árvore temos:
  - Números: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
  -

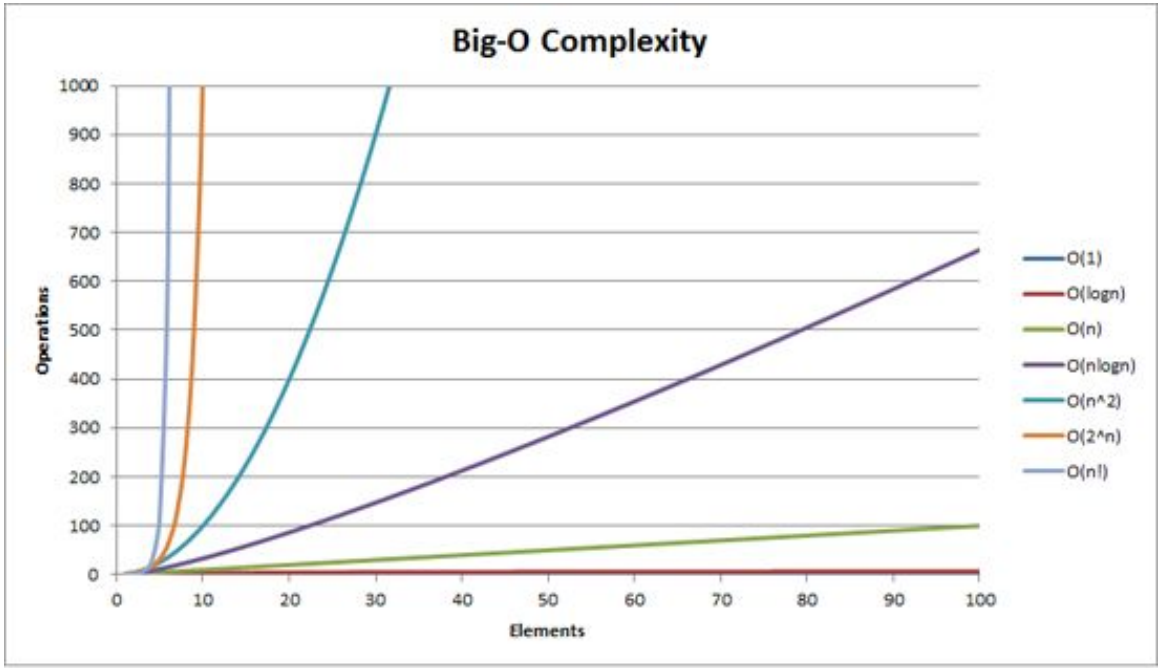


Otimizando a árvore !

- Propondo a inserção de números em estrutura de árvore temos:
  - Números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
  -



Análise da Complexidade



Árvore binária de busca

Tipo	Árvore
Ano	1960
Inventado por	P.F. Windley, A.D. Booth, A.J.T. Colin, e T.N. Hibbard

Complexidade de Tempo em Notação big O

Algoritimo	Caso Médio	Pior Caso
Espaço	$O(n)$	$O(n)$
Busca	$O(\log n)$	$O(n)$
Inserção	$O(\log n)$	$O(n)$
Remoção	$O(\log n)$	$O(n)$

V.S.

Árvore AVL

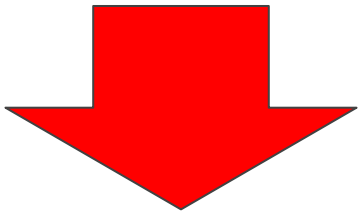
Tipo	Árvore
Ano	1962
Inventado por	Georgy Adelson-Velsky e Yevgeniy Landis

Complexidade de Tempo em Notação big O

Algoritimo	Caso Médio	Pior Caso
Espaço	$O(n)$	$O(n)$
Busca	$O(\log n)$[1]	$O(\log n)$[1]
Inserção	$O(\log n)$[1]	$O(\log n)$[1]
Remoção	$O(\log n)$[1]	$O(\log n)$[1]

Análise sobre uma **árvore qualquer**

- Motivação: Buscar manter a árvore sempre com a menor quantidade de níveis possíveis;



Balanceamento

Balanceamento

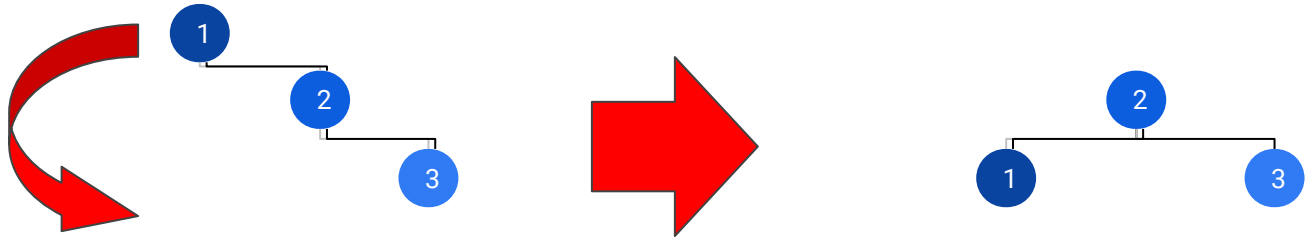
- Para isso utilizaremos de rotação, são 4 tipos :
  - Rotação à esquerda;
  - Rotação à direita;
  - Rotação dupla à esquerda;
  - Rotação dupla à direita;

Simples e primitivas

Dupla e derivada

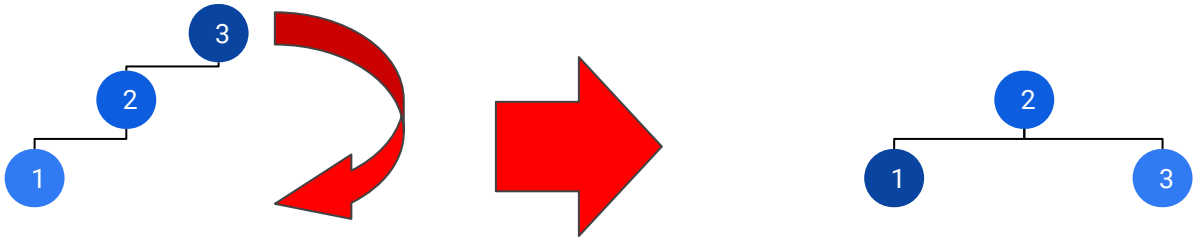
Balanceamento

- Rotação à esquerda



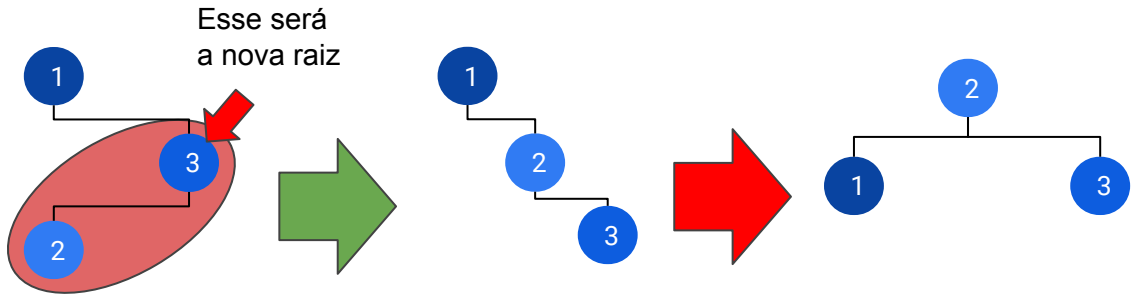
Balanceamento

- Rotação à direita



Balanceamento

- Rotação dupla à esquerda

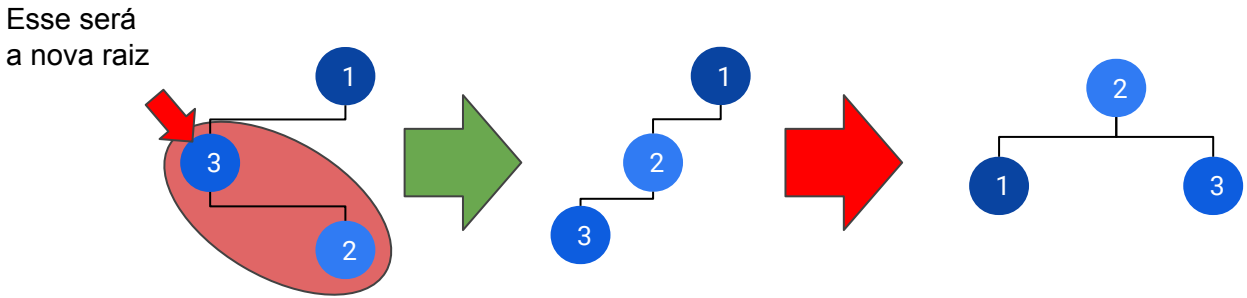


1º Rotação à direita na subárvore à direita.

2º Rotação à esquerda na árvore original.

Balanceamento

- Rotação dupla à direita



1º Rotação à esquerda na subárvore à esquerda.

2º Rotação à direita na árvore original.

Como decidir as rotações

Calcule fb = hl -hr

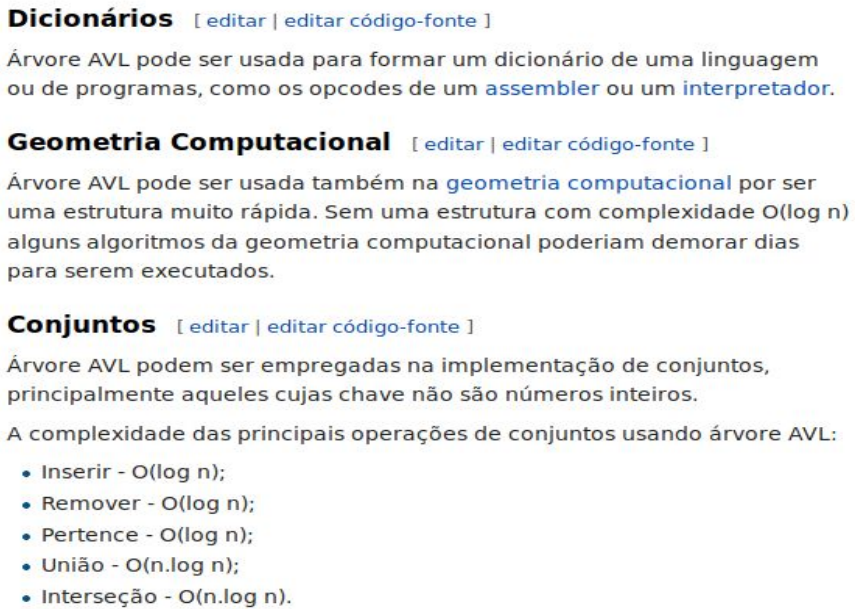
Se -1 =< fb => 1 -> árvore equilibrada

Se fb > 1:
    Se a subárvore da direita tem fb < 0
        Rotação dupla à esquerda
    Se não
        Rotação à esquerda
Se não :
    Se a subárvore da esquerda tem fb > 0
        Rotação dupla à direita
    Se não
        Rotação a direita

Árvore Binária de Busca v.s. Árvore AVL

https://www.youtube.com/watch?v=imNl_qq6lLw&list=FLQRfqhLDX3omBa2nZwhsGZA ~ árvores binárias de busca x árvores AVL

Aplicações

- Devido suas operações (inserção, busca, remoção) levarem o tempo da complexidade O(log N), ou seja, sendo rápida em suas buscas.
- 

Dicionários [editar | editar código-fonte]

Árvore AVL pode ser usada para formar um dicionário de uma linguagem ou de programas, como os opcodes de um assembler ou um interpretador.

Geometria Computacional [editar | editar código-fonte]

Árvore AVL pode ser usada também na geometria computacional por ser uma estrutura muito rápida. Sem uma estrutura com complexidade O(log n) alguns algoritmos da geometria computacional poderiam demorar dias para serem executados.

Conjuntos [editar | editar código-fonte]

Árvore AVL podem ser empregadas na implementação de conjuntos, principalmente aqueles cujas chave não são números inteiros.

A complexidade das principais operações de conjuntos usando árvore AVL:

- Inserir - O(log n);
- Remover - O(log n);
- Pertence - O(log n);
- União - O(n.log n);
- Interseção - O(n.log n).

Bibliografia:

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Georgy_Adelson-Velsky
- https://pt.wikipedia.org/wiki/Yevgeniy_Landis
- https://mathscinet.ams.org/mathscinet-getitem?mr=0156719

- http://www.lcad.icmc.usp.br/~nonato/ED/AVL/node67.html
- https://www.youtube.com/watch?v=imNl_qg6ILw&list=FLQRfghLDX3omBa2nZwhsGZA

- https://www.quora.com/How-would-you-explain-O-log-n-in-algorithms-to-1st-year-undergrad-student-Can-any-one-explain-it-with-mathematical-proof-for-log-n-complexity-by-taking-a-simple-example-like-Binary-search-and-simple-to-understand
- https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81rvore_AVL
- https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81rvore_bin%C3%A1ria_de_busca