

# **Laboratorio di Intelligenza Artificiale**

**Elementi di Intelligenza Artificiale in Python**

Luciano Capitanio

2024-10-01

# Table of contents

<b>Prefazione</b>	<b>4</b>
<b>Introduzione</b>	<b>5</b>
Touring vs Searle: Un'Analisi del Pensiero Computazionale e della Coscienza . . . .	6
Alan Turing e il Test di Turing . . . . .	7
John Searle e l'Argomento della Stanza Cinese . . . . .	9
Simulazione vs. Comprensione . . . . .	10
Prospettive sul Futuro dell'Intelligenza Artificiale . . . . .	10
Alan Turing: Pioniere dell'Informatica . . . . .	10
John Searle: Filosofia della Mente e Coscienza . . . . .	11
Conclusione . . . . .	12
<b>1 Elementi di Python</b>	<b>13</b>
1.1 Sintassi e Concetti di Base . . . . .	13
1.1.1 Assegnazione di Variabili** . . . . .	13
1.1.2 Operazioni Aritmetiche . . . . .	14
1.1.3 Controllo del Flusso (Condizioni e Cicli) . . . . .	14
1.1.4 Gestione delle Eccezioni . . . . .	17
1.1.5 Stampe a Video . . . . .	17
1.1.6 Lettura e Scrittura di File . . . . .	18
1.2 Strutture Dati . . . . .	19
1.2.1 Liste . . . . .	19
1.2.2 Dizionari . . . . .	20
1.2.3 Set o insiemi . . . . .	20
1.2.4 Set o insiemi . . . . .	21
1.2.5 Tuple . . . . .	22
1.3 Funzioni e Moduli . . . . .	23
1.3.1 Definire e usare le funzioni . . . . .	23
1.3.2 Creare e importare moduli personalizzati . . . . .	23
1.3.3 Importare moduli . . . . .	24
1.4 Gli oggetti . . . . .	25
1.4.1 Creazione di una classe . . . . .	26
1.4.2 Creazione di un oggetto . . . . .	26
1.4.3 Aggiunta di un metodo alla classe . . . . .	27
1.4.4 Utilizzo di più oggetti . . . . .	27

1.4.5	Ereditarietà tra classi . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Algoritmi</b>	<b>29</b>
2.1	Inferenza Logica . . . . .	29
2.1.1	Proposizioni Logiche . . . . .	30
2.1.2	Calcolo delle Proposizioni Logiche . . . . .	31
2.1.3	Basi della Conoscenza . . . . .	33
2.1.4	Sistemi basati sulla conoscenza . . . . .	33
2.1.5	Semplice Sistema Esperto in ambito penale . . . . .	35
2.2	Inferenza Probabilistica . . . . .	39
2.2.1	Inferenza probabilistica e La teoria delle probabilità . . . . .	40
2.2.2	Calcolo della probabilità incondizionata o a priori . . . . .	42
2.2.3	Variabili aleatorie . . . . .	43
2.2.4	Distribuzioni di probabilità . . . . .	44
2.2.5	Probabilità congiunta . . . . .	44
2.2.6	Indipendenza delle variabili aleatorie . . . . .	44
2.2.7	Negazione . . . . .	45
2.2.8	Inclusione . . . . .	45
2.2.9	Marginalizzazione . . . . .	45
2.2.10	probabilità condizionata . . . . .	45
2.2.11	Condizionamento . . . . .	47
2.3	Inferenza Bayesiana . . . . .	49
2.3.1	Il Teorema di Bayes . . . . .	49
2.3.2	Applicazioni Pratiche . . . . .	49
2.3.3	reti di Bayes . . . . .	50

# Prefazione

Bozza del testo Labopratorio di Intelligenza Artificiale

# Introduzione

L'Intelligenza Artificiale (IA) è un campo di studio che si concentra sulla creazione di macchine e software in grado di esibire comportamenti intelligenti. Questa disciplina è stata definita per la prima volta da John McCarthy nel 1955 come “la scienza e l'ingegneria della produzione di macchine intelligenti” (McCarthy, J., Minsky, M., Rochester, N., & Shannon, C. E. (1955). A Proposal for the Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence).

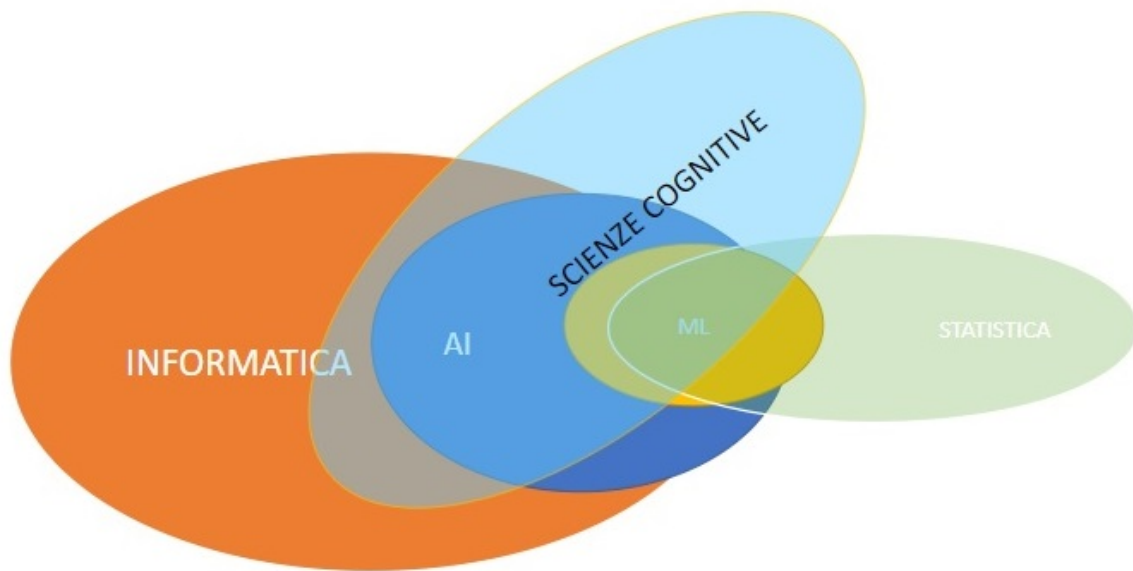


Figure 1: IA è una disciplina di confine

L'AI è contemporaneamente scienza e tecnica, disciplina di frontiera nella quale s'incontrano diversi domini del sapere. Tra questi i più rilevanti sono : l'Informatica, la Statistica e le Scienze cognitive.

L'IA può essere suddivisa in due categorie principali: l'IA debole e l'IA forte. L'IA debole si riferisce a sistemi che sono progettati per eseguire compiti specifici, come il riconoscimento vocale o la guida autonoma. D'altra parte, l'IA forte si riferisce a sistemi che possiedono una

coscienza e un'intelligenza simili a quelle umane (Searle, J. R. (1980). Minds, brains, and programs).

L'IA sta avendo un impatto significativo su vari settori, tra cui l'assistenza sanitaria, l'istruzione, il trasporto e l'industria. Ad esempio, nell'assistenza sanitaria, l'IA può aiutare i medici a diagnosticare malattie e a sviluppare piani di trattamento personalizzati (Jiang, F., Jiang, Y., Zhi, H., Dong, Y., Li, H., Ma, S., ... & Wang, Y. (2017). Artificial intelligence in healthcare: past, present and future).

Nonostante i progressi, l'IA presenta numerose sfide. Queste includono questioni etiche, come la privacy dei dati e l'impiego, e problemi tecnici, come la comprensione del linguaggio naturale e la creazione di algoritmi di apprendimento automatico efficaci (Russell, S., & Norvig, P. (2016). Artificial intelligence: a modern approach).

In conclusione, l'IA è un campo in rapida evoluzione che ha il potenziale per rivoluzionare la società. Tuttavia, è importante affrontare le sfide che presenta per garantire che i suoi benefici siano realizzati in modo etico e sostenibile.

**Riferimenti Bibliografici** 1. McCarthy, J., Minsky, M., Rochester, N., & Shannon, C. E. (1955). A Proposal for the Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence. 2. Searle, J. R. (1980). Minds, brains, and programs. 3. Jiang, F., Jiang, Y., Zhi, H., Dong, Y., Li, H., Ma, S., ... & Wang, Y. (2017). Artificial intelligence in healthcare: past, present and future. 4. Russell, S., & Norvig, P. (2016). Artificial intelligence: a modern approach.

## **Touring vs Searle: Un'Analisi del Pensiero Computazionale e della Coscienza**

Alan Turing e John Searle sono due figure chiave nella filosofia della mente e nello studio dell'AI. Sebbene entrambi abbiano contribuito significativamente al campo, le loro teorie e approcci si differenziano notevolmente. Turing, con il suo famoso "Test di Turing", si concentrava sulla capacità delle macchine di simulare il comportamento umano, mentre Searle, con il suo "Argomento della Stanza Cinese", sfidava la nozione che una macchina potesse effettivamente comprendere o essere cosciente. In questo capitolo esploreremo le differenze fondamentali tra i due, analizzando le loro posizioni sul pensiero computazionale e la coscienza.

## Alan Turing e il Test di Turing



Figure 2: immagine generata da DALL-E del Test di Turing

Alan Turing, matematico britannico e pioniere dell'informatica, è noto per aver proposto quello che oggi è conosciuto come il "Test di Turing" nel suo articolo del 1950 "Computing Machinery and Intelligence". L'idea di base del test è semplice: una macchina può essere considerata "intelligente" se un essere umano, interagendo con essa attraverso una tastiera e uno schermo,

non riesce a distinguere tra le risposte della macchina e quelle di un altro essere umano. Il test non richiede che la macchina pensi o capisca nel senso umano del termine, ma solo che simuli il comportamento umano in modo convincente.

Per Turing, la domanda “Le macchine possono pensare?” è mal posta. Egli suggerisce che dovremmo piuttosto chiedere se le macchine possano esibire comportamenti che noi interpretiamo come pensiero. L’enfasi, quindi, è sulla **simulazione** dell’intelligenza piuttosto che sull’esperienza cosciente.



## John Searle e l'Argomento della Stanza Cinese



Figure 3: immagine generata da DALL-E della stanza cinese di Searle

John Searle, filosofo statunitense, ha formulato nel 1980 l'ormai famoso "Argomento della Stanza Cinese" come risposta critica al Test di Turing e alle nozioni di "intelligenza artificiale forte". Searle distingue tra intelligenza artificiale "debole", che descrive sistemi che simulano l'intelligenza, e intelligenza artificiale "forte", che sostiene che una macchina può avere una

mente, una coscienza e una comprensione reale del mondo.

Nel suo esperimento mentale, Searle immagina una persona che non conosce il cinese chiusa in una stanza con una serie di istruzioni per manipolare simboli cinesi (input) e fornire risposte (output) in modo che chi osserva dall'esterno creda che la persona capisca il cinese. Tuttavia, sostiene Searle, la persona non comprende affatto il cinese; sta semplicemente seguendo delle regole per manipolare simboli. L'argomento di Searle dimostra che una macchina potrebbe eseguire compiti simili a quelli di una mente cosciente, ma senza effettivamente **comprendere** il significato di ciò che sta facendo.

## **Simulazione vs. Comprensione**

La differenza principale tra Turing e Searle risiede nel modo in cui concepiscono l'intelligenza e la coscienza. Per Turing, l'intelligenza è essenzialmente una questione di comportamento osservabile: se una macchina può agire in modo che un osservatore la confonda con un essere umano, allora quella macchina è, in un certo senso, "intelligente". Non importa se la macchina capisce realmente o meno ciò che sta facendo; ciò che conta è che sembri farlo.

Searle, d'altra parte, sostiene che il **comportamento esterno** non è sufficiente per definire l'intelligenza o la comprensione. Anche se una macchina può sembrare intelligente, essa manca di una qualità essenziale: la comprensione **interna** o la coscienza. Secondo Searle, seguire delle regole o manipolare simboli non equivale a comprendere il significato di quei simboli. L'intelligenza artificiale "forte", quindi, sarebbe un'illusione: le macchine possono simulare l'intelligenza, ma non possono mai possedere una coscienza o una vera comprensione.

## **Prospettive sul Futuro dell'Intelligenza Artificiale**

Il dibattito tra Turing e Searle ha implicazioni profonde per il futuro dell'intelligenza artificiale e per la filosofia della mente. Le visioni di Turing hanno alimentato lo sviluppo di AI sempre più sofisticate, capaci di eseguire compiti complessi come la traduzione automatica, il riconoscimento delle immagini e la diagnosi medica. Tuttavia, gli argomenti di Searle ci ricordano che anche le macchine più avanzate potrebbero non "capire" veramente cosa stanno facendo, sollevando interrogativi su cosa significhi davvero "pensare" e se la coscienza possa mai emergere da un sistema puramente computazionale.

## **Alan Turing: Pioniere dell'Informatica**

### **Biografia**

Alan Mathison Turing nacque il 23 giugno 1912 a Londra, Regno Unito. Fu un matematico, logico e crittografo britannico, riconosciuto come uno dei fondatori dell'informatica moderna.

Durante la Seconda Guerra Mondiale, lavorò presso Bletchley Park, il centro di crittoanalisi britannico, dove contribuì in modo decisivo alla decrittazione del codice Enigma, utilizzato dalle forze tedesche. Questo lavoro ha accelerato la fine del conflitto, salvando probabilmente milioni di vite.

Turing morì tragicamente l'8 giugno 1954 a Wilmslow, Regno Unito, in circostanze sospette, che furono ufficialmente dichiarate come suicidio. La sua morte sollevò interrogativi sulla discriminazione di cui fu vittima a causa della sua omosessualità, che all'epoca era illegale nel Regno Unito.

### **Contributi e Onorificenze**

Turing è celebre per il Modello di Turing, un concetto teorico che ha gettato le basi per i computer programmabili. Nel suo celebre articolo del 1936, "On Computable Numbers", Turing introdusse la nozione di "Macchina di Turing", una macchina teorica che potesse eseguire calcoli seguendo una serie di istruzioni codificate. Questo concetto ha fondato la teoria dell'informatica.

Oltre ai suoi contributi nel campo della logica e della computazione, il suo Test di Turing (1950) è un punto di riferimento nello studio dell'intelligenza artificiale. Il test pone la questione se una macchina possa essere considerata intelligente se non è possibile distinguerla da un essere umano durante una conversazione.

### **Riconoscimenti Postumi**

Nonostante la sua vita sia stata segnata da ingiustizie legali, Turing ha ricevuto numerosi riconoscimenti postumi. Nel 2009, il governo britannico, sotto il primo ministro Gordon Brown, emise scuse ufficiali per il trattamento che Turing aveva subito. Nel 2013, la Regina Elisabetta II concesse a Turing la grazia reale postuma. In suo onore, la Medaglia Turing, istituita nel 1966 dall'Association for Computing Machinery (ACM), è uno dei premi più prestigiosi nel campo dell'informatica.

## **John Searle: Filosofia della Mente e Coscienza**

### **Biografia**

John Rogers Searle nacque il 31 luglio 1932 a Denver, Colorado, Stati Uniti. Filosofo contemporaneo di grande rilievo, Searle si è concentrato principalmente su questioni relative alla filosofia del linguaggio, alla coscienza e alla filosofia della mente. Ha conseguito il dottorato presso l'Università di Oxford, e ha insegnato per la maggior parte della sua carriera accademica all'Università della California, Berkeley.

Searle ha scritto numerosi testi fondamentali, e il suo pensiero si è sviluppato all'interno della tradizione della filosofia analitica. Oltre al suo celebre "Argomento della Stanza Cinese", ha

sviluppato una teoria della coscienza basata sul realismo biologico, sostenendo che la coscienza sia un fenomeno biologico emergente dai processi del cervello.

### **Contributi Filosofici e Opere Chiave**

Searle è conosciuto soprattutto per il suo contributo alla filosofia del linguaggio e alla filosofia della mente. Nei primi anni della sua carriera, ha lavorato sulla teoria degli atti linguistici, che esamina come il linguaggio sia utilizzato per eseguire azioni, ad esempio promettere, ordinare o chiedere.

Tuttavia, la sua opera più conosciuta è senza dubbio il suo “Argomento della Stanza Cinese”, pubblicato per la prima volta nel 1980. In questo esperimento mentale, Searle sostiene che, sebbene una macchina possa eseguire compiti che simulano la comprensione del linguaggio, essa non possiede una comprensione reale dei significati o delle intenzioni dietro le parole. Questo argomento critica l’idea dell’intelligenza artificiale forte, che sostiene che le macchine possano pensare o essere coscienti come gli esseri umani.

### **Onorificenze e Premi**

Searle ha ricevuto numerosi riconoscimenti durante la sua carriera accademica. Nel 2004, ha ricevuto il National Humanities Medal dal presidente degli Stati Uniti George W. Bush per il suo contributo alla filosofia. Nel 2006 è stato premiato con il Premio Mind and Brain per i suoi studi innovativi sulla mente e la coscienza.

Oltre a questi premi, Searle è membro di diverse accademie internazionali, inclusa l’American Academy of Arts and Sciences, e ha ricevuto numerose lauree honoris causa da università di tutto il mondo.

## **Conclusione**

In sintesi, mentre Turing e Searle condividono un interesse comune per la natura dell’intelligenza e della mente, le loro posizioni sono radicalmente diverse. Turing vede l’intelligenza come qualcosa che può essere simulato attraverso il comportamento, mentre Searle insiste che senza comprensione interna, ciò che viene prodotto è una mera simulazione priva di coscienza. Questo dibattito continua a influenzare il campo dell’intelligenza artificiale, sfidando filosofi, scienziati e ingegneri a esplorare cosa significhi davvero essere intelligenti e consapevoli. Si noti che il test di Turing è anche all’origine dell’onnipresente “CAPTCHA” (Completely Automated Public Turing test to tell Computers and Humans Apart) che è una forma di test di Turing inverso utilizzato per distinguere gli esseri umani dai bot nei contesti online.

# 1 Elementi di Python

Python è un linguaggio di programmazione versatile e potente, conosciuto per la sua sintassi chiara e leggibile. Creato da Guido van Rossum e rilasciato per la prima volta nel 1991, Python è diventato uno dei linguaggi più popolari al mondo grazie alla sua facilità d'uso e alla vasta comunità di sviluppatori. Uno degli aspetti più apprezzati di Python è la sua capacità di permettere ai programmatori di esprimere concetti in meno linee di codice rispetto a molti altri linguaggi, rendendolo ideale sia per i principianti che per gli esperti.

Python è oggi il linguaggio di riferimento nell'intelligenza artificiale e nell'apprendimento automatico grazie a librerie potenti come **TensorFlow**, **Keras**, **PyTorch** e **Scikit-learn**, che facilitano lo sviluppo di modelli di machine learning e deep learning.

In questo capitolo, esploreremo i fondamenti di Python, inclusa la sua sintassi di base, le strutture dati essenziali e le funzionalità principali.

## 1.1 Sintassi e Concetti di Base

La sintassi di Python è progettata per essere intuitiva e di facile lettura. Un programma Python è costituito da linee di codice che vengono eseguite sequenzialmente. Ogni linea di codice esprime una singola operazione o istruzione. Esploriamo alcuni concetti di base attraverso esempi pratici nel contesto della giurisprudenza:

### 1.1.1 Assegnazione di Variabili\*\*

In Python, l'assegnazione di un valore a una variabile è semplice e diretta:

**\*\* Assegnazione di variabili \*\***

```
fascicolo = "2024/12345"  
nomeGiudice = "Giudice Rossi"  
casoChiuso = False
```

In questo esempio, abbiamo assegnato una stringa ("2024/12345") a `fascicolo`, una stringa ("Giudice Rossi") a `nomeGiudice`, e un valore booleano (`False`) a `casoChiuso`, indicando che il caso non è ancora chiuso.

### 1.1.2 Operazioni Aritmetiche

Python supporta tutte le principali operazioni aritmetiche; possiamo applicarle anche a contesti legali, come il calcolo delle pene o delle ammende.

#### Calcolo di una sanzione basata sui giorni di ritardo

```
giorniRitardo = 10
sanzioneGiornaliera = 50

sanzioneTotale = giorniRitardo * sanzioneGiornaliera # Sanzione totale: 500€
print(f"La sanzione totale è di {sanzioneTotale} euro.")
```

#### Output:

La sanzione totale è di 500 euro.

### 1.1.3 Controllo del Flusso (Condizioni e Cicli)

#### 1.1.3.1 Lo Statement if

Lo statement `if` in Python è una struttura di controllo che consente di eseguire blocchi di codice condizionatamente, in base al risultato di una condizione booleana (vero o falso). La sintassi di base è la seguente:

```
if condizione:
    # codice da eseguire se la condizione è vera
```

#### Componenti dello statement if

1. **Condizione:** È un'espressione che restituisce un valore booleano. Se la condizione è vera (`True`), il blocco di codice indentato successivo verrà eseguito.
2. **Blocco di Codice:** Il codice all'interno del blocco deve essere indentato. L'indentazione è fondamentale in Python e indica quali istruzioni appartengono al blocco `if`.

#### Esempio di Base

```
x = 10

if x > 5:
    print("x è maggiore di 5")
```

## Output:

x è maggiore di 5

In questo esempio, poiché x è effettivamente maggiore di 5, verrà stampato “x è maggiore di 5”.

## Varianti dello Statement if

1. **if-else:** Consente di eseguire un blocco di codice alternativo se la condizione è falsa.

```
if x > 5:
    print("x è maggiore di 5")
else:
    print("x non è maggiore di 5")
```

**Output:** x è maggiore di 5

2. **if-elif-else:** Permette di controllare più condizioni in sequenza.

```
if x > 10:
    print("x è maggiore di 10")
elif x > 5:
    print("x è maggiore di 5 ma minore o uguale a 10")
else:
    print("x è minore o uguale a 5")
```

**Output:** x è maggiore di 5 ma minore o uguale a 10

## Operatori di Confronto

Puoi usare vari operatori di confronto all'interno delle condizioni, tra cui:

- ==: uguale
- !=: diverso
- >: maggiore
- <: minore
- >=: maggiore o uguale
- <=: minore o uguale

## Esempi di Condizioni Complesse

Puoi anche combinare condizioni usando gli operatori logici:

- **and:** restituisce **True** se entrambe le condizioni sono vere.
- **or:** restituisce **True** se almeno una delle condizioni è vera.
- **not:** inverte il valore della condizione.

```
if x > 5 and x < 15:  
    print("x è compreso tra 5 e 15")
```

#### Output:

x è compreso tra 5 e 15

In sintesi, lo statement `if` è una delle basi della logica di programmazione in Python, permettendo di prendere decisioni e controllare il flusso del programma. Python utilizza l'indentazione per definire blocchi di codice, rendendo il codice pulito e leggibile.

#### 1.1.3.2 I cicli

##### *for*

```
# Iterare su una lista di testimoni  
witnesses = ["Testimone A", "Testimone B", "Testimone C"]  
  
for witness in witnesses:  
    print(f"Interrogare {witness}")
```

#### Output:

Interrogare Testimone A  
Interrogare Testimone B  
Interrogare Testimone C

##### *while*

```
# Ciclo while per contare all'indietro da 5 a 1  
n = 5  
while n > 0:  
    print(n)  
    n -= 1
```

#### Output:

5  
4  
3  
2  
1



### 1.1.4 Gestione delle Eccezioni

Python permette di gestire gli errori e le eccezioni in modo elegante usando i blocchi `try` e `except`.

```
try:
    # Tentativo di apertura di un file di sentenze
    with open("sentenze.txt", "r") as file:
        content = file.read()
except FileNotFoundError:
    print("Errore: Il file delle sentenze non è stato trovato.")
```

**Output:**

Errore: Il file delle sentenze non è stato trovato.

l'istruzione `try` ammette anche una estensione chiamata `finally` che viene eseguita alla fine della `try` per garantire la consistenza delle operazioni svolte nel blocco `try`. Ad esempio, il precedente blocco `try` potrebbe avere una `finally` per chiudere il file alla fine del blocco:

```
try:
    f = open('data.txt', 'r')
    contenuto = f.read()
except FileNotFoundError:
    print("Errore: Il file delle sentenze non è stato trovato.")
finally:
    f.close() # Il blocco finally garantisce che il file venga chiuso
```

**Output:**

Errore: Il file delle sentenze non è stato trovato.

### 1.1.5 Stampe a Video

La funzione `print` in Python è utilizzata per stampare messaggi a video, rendendo facile il debug e la visualizzazione dei risultati.

```
# Stampa di informazioni su un caso legale
fascicolo = "2024/12345"
nomeGiudice = "Mario Rossi"
casoChiuso = False

print(f"Numero del caso: {fascicolo}")
print(f"Nome del giudice: {nomeGiudice}")
print(f"Il caso è chiuso? {'Sì' if casoChiuso else 'No'}")
```

### Output:

```
Numero del caso: 2024/12345
Nome del giudice: Mario Rossi
Il caso è chiuso? No
```

### 1.1.6 Lettura e Scrittura di File

Python fornisce metodi semplici per leggere e scrivere file, essenziali per la gestione dei dati legali.

#### *Scrittura di un file testuale*

```
# Scrittura di una sentenza in un file
sentenza = "Il caso è chiuso. La sentenza è di 5 anni di reclusione."
with open("sentenza.txt", "w") as file:
    file.write(sentenza)
```

#### *Lettura di un file*

```
# Lettura di una sentenza da un file
try:
    with open("sentenza.txt", "r") as file:
        content = file.read()
        print("Contenuto del file:")
        print(content)
except FileNotFoundError:
    print("Errore: Il file delle sentenze non è stato trovato.")
```

### Output:

Contenuto del file:

Il caso è chiuso. La sentenza è di 5 anni di reclusione.

In questo paragrafo, abbiamo esplorato alcuni dei concetti di base della sintassi di Python, inclusi l'assegnazione di variabili, le operazioni aritmetiche, le condizioni, i cicli, le funzioni, la gestione delle eccezioni, le stampe a video e la lettura e scrittura di file, applicandoli a contesti giuridici. Questi concetti costituiscono la base della programmazione in Python e ti preparano per affrontare problemi più complessi nei capitoli successivi.

## 1.2 Strutture Dati

Le strutture dati sono elementi fondamentali per qualsiasi linguaggio di programmazione, e Python offre una serie di strutture dati integrate che rendono la gestione dei dati semplice ed efficiente. Esploriamo alcune delle strutture dati principali e le loro funzionalità attraverso esempi pratici nel contesto della giurisprudenza.

### 1.2.1 Liste

Le liste sono collezioni ordinate di elementi che possono essere modificati. Possono contenere elementi di qualsiasi tipo, inclusi numeri, stringhe e altre liste.

```
# Creare una lista di leggi applicabili
leggi = ["Art. 1 - Reati contro la persona", "Art. 2 - Reati contro il patrimonio"]

# Aggiungere una nuova legge
leggi.append("Art. 3 - Reati contro l'ambiente")

# Rimuovere una legge
leggi.remove("Art. 2 - Reati contro il patrimonio")

# Accedere a una legge
print(leggi[1]) # Stampa: "Art. 3 - Reati contro l'ambiente"
print(".....")
# Iterare su una lista di leggi
for legge in leggi:
    print(legge)
```

**Output:**

Art. 3 - Reati contro l'ambiente  
.....  
Art. 1 - Reati contro la persona  
Art. 3 - Reati contro l'ambiente

### 1.2.2 Dizionari

I dizionari sono collezioni di coppie chiave-valore che permettono un accesso rapido ai dati. Le chiavi devono essere uniche e immutabili.

```
# Creare un dizionario per un caso legale
fascicolo = {"numero": "2024/12345", "giudice": "Giudice Rossi", "stato": "aperto"}

# Aggiungere o aggiornare un elemento
fascicolo["stato"] = "chiuso"

# Rimuovere un elemento
del fascicolo["giudice"]

# Accedere a un valore
print(fascicolo["numero"]) # Stampa: "2024/12345"

# Iterare su un dizionario
for chiave, valore in fascicolo.items():
    print(f"{chiave}: {valore}")
```

#### Output:

```
2024/12345
numero: 2024/12345
stato: chiuso
```

### 1.2.3 Set o insiemi

I set sono collezioni di elementi unici, utili per operazioni matematiche insiemistiche come l'unione e l'intersezione.

```

# Creare un set di articoli violati
articoliViolati = {"Art. 1", "Art. 3"}

# Aggiungere un articolo violato
articoliViolati.add("Art. 5")

# Rimuovere un articolo violato
articoliViolati.remove("Art. 1")

# Operazioni sui set
articoliAggiuntivi = {"Art. 2", "Art. 4", "Art. 5"}
risultatoUnione = articoliViolati.union(articoliAggiuntivi) # Unione
risultatoIntersezione = articoliViolati.intersection(articoliAggiuntivi) # Intersezione

print(risultatoUnione) # Stampa: {'Art. 2', 'Art. 3', 'Art. 4', 'Art. 5'}
print(risultatoIntersezione) # Stampa: {'Art. 5'}

```

### Output:

```

{'Art. 4', 'Art. 3', 'Art. 5', 'Art. 2'}
{'Art. 5'}

```

## 1.2.4 Set o insiemi

I set sono collezioni di elementi unici, utili per operazioni matematiche insiemistiche come l'unione e l'intersezione.

```

# Creare un set di articoli violati
articoliViolati = {"Art. 1", "Art. 3"}

# Aggiungere un articolo violato
articoliViolati.add("Art. 5")

# Rimuovere un articolo violato
articoliViolati.remove("Art. 1")

# Operazioni sui set
articoliAggiuntivi = {"Art. 2", "Art. 4", "Art. 5"}
risultatoUnione = articoliViolati.union(articoliAggiuntivi) # Unione
risultatoIntersezione = articoliViolati.intersection(articoliAggiuntivi) # Intersezione

```

```
print(risultatoUnione) # Stampa: {'Art. 2', 'Art. 3', 'Art. 4', 'Art. 5'}
print(risultatoIntersezione) # Stampa: {'Art. 5'}
```

### Output:

```
{'Art. 4', 'Art. 3', 'Art. 5', 'Art. 2'}
{'Art. 5'}
```

## 1.2.5 Tuple

Le tuple sono simili alle liste ma sono immutabili. Una volta create, non possono essere modificate. L'immutabilità delle tuple offre diversi vantaggi, tra cui la sicurezza dei dati e l'ottimizzazione delle prestazioni. Quando un dato non deve essere modificato, l'utilizzo delle tuple assicura che il dato rimanga costante durante l'esecuzione del programma, riducendo il rischio di errori accidentali. Inoltre, le tuple possono essere utilizzate come chiavi nei dizionari, poiché sono immutabili.

```
# Creare una tupla per le coordinate di un luogo del crimine
coordinateScenaCrimine = (45.4642, 9.1900)

# Accedere a un elemento
print(coordinateScenaCrimine[0]) # Stampa: 45.4642
```

### Output:

```
45.4642
```

```
# Le tuple non possono essere modificate
coordinateScenaCrimine[0] = 45.5000 # Questo genererà un errore
```

### Output:

```
-----
TypeError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-6-b4ce3edf64a6> in <cell line: 2>()
      1 # Le tuple non possono essere modificate
----> 2 coordinateScenaCrimine[0] = 45.5000 # Questo genererà un errore

TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

## 1.3 Funzioni e Moduli

### 1.3.1 Definire e usare le funzioni

Le funzioni permettono di organizzare il codice in blocchi riutilizzabili, mentre i moduli permettono di suddividere il codice in file separati che possono essere importati e utilizzati in altri programmi. Sia le funzioni che i moduli consentono di organizzare il codice sviluppato in blocchi omogenei facilitando il riuso e lo scambio di codice sorgente. Ad esempio, se abbiamo scritto un blocco di codice che risolve un problema applicativo come il calcolo degli anni di detenzione per un determinato reato possiamo inserire questo blocco di istruzioni python in una funzione dal nome `calcoloDurataPena`. Mentre, se abbiamo definito un certo numero di funzioni utili nell'ambito penalistico possiamo definire un modulo denominato `calcolipenale.py` e importarlo ogniqualvolta ne abbiamo bisogno

```
# Funzione per calcolare la durata di una pena basata sulla gravità del crimine
def calcoloDurataPena(crime_severity):
    if crime_severity == "grave":
        return 10
    elif crime_severity == "moderato":
        return 5
    else:
        return 1

anni = calcoloDurataPena("grave")
print(f"La durata della pena è di {anni} anni.")
```

**Output:**

La durata della pena è di 10 anni.

### 1.3.2 Creare e importare moduli personalizzati

È possibile creare moduli personalizzati per organizzare meglio il codice. Ad esempio, se si desidera separare le funzioni di calcolo in ambito penalistico in un modulo separato:

*Creare un modulo (`calcolipenale.py`)*

```
# calcolipenale.py
def calcoloDurataPena(crime_severity):
    if crime_severity == "grave":
        return 10
```

```

elif crime_severity == "moderato":
    return 5
else:
    return 1

def calcolaSanzione(sanzioneBase, giorniRitardo, mora=50):
    return sanzioneBase + giorniRitardo * mora

```

*Importare e usare il modulo python*

```

# script_principale.py
import calcolipenale

anni = calcolipenale.calcoloDurataPena("grave")
sanzione = calcolipenale.calcolaSanzione(550,10,10)

print(f"La durata della pena è di 10 anni.")
print(f"La multa totale è di 650 euro.")

```

**Output:**

La durata della pena è di {anni} anni.  
La multa totale è di {sanzione} euro.

### 1.3.3 Importare moduli

La possibilità di creare e importare moduli di codice è una caratteristica di molti linguaggi di programmazione che consente:

1. **Riutilizzo del Codice:** L'importazione dei moduli consente di riutilizzare il codice esistente, evitando la duplicazione e rendendo più facile la manutenzione del software.
2. **Organizzazione:** I moduli permettono di organizzare il codice in file separati, facilitando la comprensione e la navigazione nel progetto.
3. **Astrazione:** Utilizzando moduli, si possono nascondere dettagli complessi dietro interfacce più semplici, migliorando la leggibilità e la chiarezza del codice.
4. **Ecosistema Ricco:** Python ha un vasto ecosistema di moduli e librerie che coprono un'ampia gamma di funzionalità, dal trattamento dei dati al web development, permettendo agli sviluppatori di concentrarsi su ciò che è importante per il loro progetto.

In particolare, in Python in ambito IA i moduli consentono di:



1. **Librerie Specializzate:** l'importazione di moduli come NumPy, Pandas, TensorFlow e PyTorch è essenziale per operazioni matematiche complesse, manipolazione dei dati e costruzione di modelli di machine learning.
2. **Facilità di Sperimentazione:** Le librerie consentono di sperimentare rapidamente con algoritmi di IA senza dover scrivere tutto da zero, accelerando il processo di sviluppo e ricerca.
3. **Supporto per il Calcolo Distribuito:** Alcuni moduli permettono di sfruttare il calcolo distribuito, fondamentale per addestrare modelli di IA su grandi quantità di dati.
4. **Standardizzazione:** Utilizzando librerie consolidate, i ricercatori e gli sviluppatori possono garantire che le loro implementazioni siano compatibili con gli standard del settore, facilitando la condivisione e la riproducibilità dei risultati.

In sintesi, l'importazione di moduli in Python è cruciale per lo sviluppo efficace e efficiente, specialmente nell'ambito dell'intelligenza artificiale, dove la complessità e la varietà degli strumenti richiesti sono elevate.

```
# esempio di importazione di una libreria standard
import math

# Calcolare la distanza tra due punti (coordinate di due luoghi del crimine)
def calculate_distance(coord1, coord2):
    return math.sqrt((coord2[0] - coord1[0])**2 + (coord2[1] - coord1[1])**2)

distance = calculate_distance((45.4642, 9.1900), (45.5000, 9.2100))
print(f"La distanza tra i due luoghi del crimine è di {distance} unità.")
```

**Output:**

La distanza tra i due luoghi del crimine è di 0.04100780413531289 unità.

## 1.4 Gli oggetti

In Python, gli oggetti sono entità fondamentali che rappresentano sia i dati che le funzioni. Ogni cosa in Python è un oggetto, inclusi numeri, stringhe, liste, funzioni e persino le stesse classi. Gli oggetti hanno proprietà, chiamate attributi, e comportamenti, definiti dai metodi. Gli oggetti possono essere utilizzati per modellare situazioni reali, come il trattamento di fascicoli giuridici, dove un oggetto può rappresentare un singolo caso legale, contenente informazioni sul giudice, le parti coinvolte e lo stato del procedimento. La programmazione orientata agli

oggetti (OOP) consente di organizzare il codice in modo più modulare e riutilizzabile, facilitando la gestione di progetti complessi e favorendo la collaborazione tra sviluppatori. Nei prossimi esempi, vedremo come creare e gestire oggetti in Python, e come questi possano essere applicati a contesti giuridici concreti.

### 1.4.1 Creazione di una classe

Una classe è un modello per creare oggetti. Può essere paragonata a una struttura o un modello da cui vengono creati singoli oggetti.

```
class Fascicolo:
    def __init__(self, numero, giudice, chiuso):
        self.numero = numero          # Attributo che contiene il numero del fascicolo
        self.giudice = giudice        # Attributo che contiene il nome del giudice
        self.chiuso = chiuso          # Attributo che indica se il fascicolo è chiuso (True o False)
```

In questo esempio, la classe `Fascicolo` ha tre attributi: `numero`, `giudice` e `chiuso`. Questi vengono definiti quando viene creato un nuovo oggetto della classe.

### 1.4.2 Creazione di un oggetto

Per creare un oggetto da una classe, si usa la classe come una funzione. Gli oggetti creati da una classe sono chiamati istanze della classe.

```
# Creiamo un nuovo fascicolo
fascicolo_1 = Fascicolo("2024/12345", "Giudice Rossi", False)

# Accesso agli attributi dell'oggetto
print(f"Numero del fascicolo: {fascicolo_1.numero}")
print(f"Giudice: {fascicolo_1.giudice}")
print(f"Il fascicolo è chiuso? {fascicolo_1.chiuso}")
```

**Output:**

```
Numero del fascicolo: 2024/12345
Giudice: Giudice Rossi
Il fascicolo è chiuso? False
```

Qui abbiamo creato un oggetto `fascicolo_1` con i valori specificati. Abbiamo poi stampato i valori dei suoi attributi.

### 1.4.3 Aggiunta di un metodo alla classe

I metodi sono funzioni definite all'interno di una classe e possono operare sugli attributi dell'oggetto.

```
class Fascicolo:
    def __init__(self, numero, giudice, chiuso):
        self.numero = numero
        self.giudice = giudice
        self.chiuso = chiuso

    # Metodo per chiudere il fascicolo
    def chiudi_fascicolo(self):
        self.chiuso = True
        print(f"Il fascicolo {self.numero} è stato chiuso.")

# Creiamo un altro fascicolo
fascicolo_2 = Fascicolo("2024/67890", "Giudice Bianchi", False)

# Chiudiamo il fascicolo
fascicolo_2.chiudi_fascicolo()
```

#### Output:

Il fascicolo 2024/67890 è stato chiuso.

In questo esempio, abbiamo aggiunto un metodo chiamato `chiudi_fascicolo` che modifica l'attributo `chiuso` di un fascicolo e stampa un messaggio.

### 1.4.4 Utilizzo di più oggetti

Possiamo creare più istanze della classe `Fascicolo` per rappresentare diversi fascicoli.

```
fascicolo_3 = Fascicolo("2024/54321", "Giudice Verdi", False)
fascicolo_4 = Fascicolo("2024/98765", "Giudice Neri", True)

print(f"Fascicolo 3 - Giudice: {fascicolo_3.giudice}, Chiuso: {fascicolo_3.chiuso}")
print(f"Fascicolo 4 - Giudice: {fascicolo_4.giudice}, Chiuso: {fascicolo_4.chiuso}")
```

#### Output:

Fascicolo 3 - Giudice: Giudice Verdi, Chiuso: False  
Fascicolo 4 - Giudice: Giudice Neri, Chiuso: True

### 1.4.5 Ereditarietà tra classi

L'ereditarietà consente di creare una nuova classe che eredita attributi e metodi da un'altra classe. Vediamo come creare una classe `FascicoloPenale` che eredita dalla classe `Fascicolo`.

```
class FascicoloPenale(Fascicolo):
    def __init__(self, numero, giudice, chiuso, reato):
        super().__init__(numero, giudice, chiuso) # Chiamata al costruttore della classe genitore
        self.reato = reato # Attributo specifico del fascicolo penale

# Creiamo un fascicolo penale
fascicolo_penale = FascicoloPenale("2024/11111", "Giudice Gialli", False, "Frode")

print(f"Fascicolo Penale - Numero: {fascicolo_penale.numero}, Reato: {fascicolo_penale.reato}")
```

#### Output:

```
Fascicolo Penale - Numero: 2024/11111, Reato: Frode
```

In questo caso, `FascicoloPenale` eredita attributi e metodi dalla classe `Fascicolo` e aggiunge un nuovo attributo chiamato `reato`.

Gli oggetti in Python offrono una grande flessibilità nel modellare e organizzare il codice. Con la programmazione orientata agli oggetti, puoi creare classi che rappresentano concetti del mondo reale, semplificando la gestione di dati complessi. Con l'uso di attributi, metodi e ereditarietà, diventa possibile creare programmi modulari e riutilizzabili per affrontare problemi sempre più complessi.

In questo capitolo, abbiamo esplorato le principali strutture dati di Python, tra cui liste, dizionari, set e tuple, e le funzionalità principali come le funzioni e i moduli, applicandole a contesti giuridici. Queste strutture dati e funzionalità sono fondamentali per scrivere programmi efficienti e ben organizzati e saranno essenziali per affrontare i compiti di intelligenza artificiale nei capitoli successivi.

## 2 Algoritmi

Gli algoritmi sono il cuore pulsante dell'intelligenza artificiale e svolgono un ruolo cruciale nel trasformare i dati grezzi in informazioni utili. In questo capitolo, esploreremo vari tipi di algoritmi utilizzati nell'IA. Approfondiremo l'inferenza logica, probabilistica e bayesiana, nonché gli algoritmi di ricerca, equitativi e predittivi.

### 2.1 Inferenza Logica

**definizione Treccani:** inferenza logica sinonimo di «argomentazione logica» utilizzato per designare il processo di deduzione di una formula  $A$ , detta conclusione, a partire da una o più formule, dette premesse. Secondo A. De Morgan, una inferenza è la «produzione di una proposizione come conseguenza necessaria di una o più proposizioni».

L'inferenza logica è un processo fondamentale nel campo della logica, della matematica e della filosofia, utilizzato per derivare conclusioni a partire da premesse o informazioni date. Questo processo può essere visto come un mezzo per scoprire nuove verità o per confermare la validità di affermazioni esistenti. L'inferenza logica si suddivide principalmente in due categorie: deduttiva e induttiva.

L'inferenza deduttiva è quella in cui la conclusione deriva necessariamente dalle premesse; se le premesse sono vere, la conclusione non può che essere vera. Un classico esempio di inferenza deduttiva è il sillogismo: “Tutti gli uomini sono mortali; Socrate è un uomo; quindi, Socrate è mortale.” In questo caso, la verità delle premesse garantisce la verità della conclusione.

L'inferenza induttiva, invece, opera diversamente: partendo da osservazioni specifiche o da una serie di dati, arriva a conclusioni più generali, che non sono necessariamente certe ma probabili. Ad esempio, se si osserva che il sole è sorto ogni giorno, si potrebbe inferire che il sole sorgerà anche domani. Questa forma di inferenza è molto utilizzata nella scienza, dove gli scienziati formulano ipotesi basate su dati osservati e sperimentali.

Un altro tipo di inferenza logica è l'abduzione, che implica la formazione della migliore spiegazione possibile data un insieme di osservazioni. Questo tipo di inferenza è spesso utilizzato nella diagnosi medica, nella ricerca scientifica e nelle indagini criminali, dove si cerca di spiegare i dati osservati nel modo più coerente possibile.

L'inferenza logica è strettamente legata al concetto di validità e di correttezza degli argomenti. Un'argomentazione è valida se la sua struttura logica è tale che, qualora le premesse siano vere, anche la conclusione deve essere vera. Tuttavia, un'argomentazione può essere valida senza essere corretta; per essere corretta, deve avere anche premesse vere. Ad esempio, l'argomentazione "Tutti gli unicorni sono verdi; io possiedo un unicorno; quindi, il mio unicorno è verde" è valida dal punto di vista logico, ma non è corretta perché le premesse non sono vere.

L'inferenza logica è alla base di molti sistemi di intelligenza artificiale e di calcolo automatico, dove gli algoritmi vengono progettati per inferire nuove informazioni a partire da dati iniziali. Nei sistemi esperti, per esempio, vengono utilizzate regole di inferenza per simulare il processo decisionale umano. In conclusione, l'inferenza logica è uno strumento potente e versatile che permea molte aree del pensiero umano e della tecnologia, consentendo di avanzare nella conoscenza e nella comprensione del mondo che ci circonda. L'inferenza logica è una tecnica fondamentale dell'intelligenza artificiale che utilizza le regole logiche per derivare nuove informazioni da quelle esistenti. Nella giurisprudenza, l'inferenza logica può essere utilizzata per analizzare le leggi e determinare le conseguenze logiche delle azioni legali.

**I sistemi esperti** - Negli anni '80, l'inferenza logica è stata fondamentale nello sviluppo dei sistemi esperti, strumenti avanzati di intelligenza artificiale progettati per risolvere problemi complessi emulando il ragionamento umano. Due noti prodotti commerciali di quel periodo sono stati MYCIN, un sistema esperto per la diagnosi di infezioni del sangue, e XCON, utilizzato per configurare sistemi di computer VAX di Digital Equipment Corporation. MYCIN e XCON sfruttavano regole di inferenza per elaborare informazioni e fornire raccomandazioni o soluzioni, dimostrando l'efficacia dell'inferenza logica in applicazioni pratiche e commerciali >  
- ["Rule-based Expert Systems : The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project"](#), edited by Bruce G. Buchanan, Edward H. Shortliffe (AddisonWesley, 1984) - ["RI: an Expert in the Computer Systems Domain"](#)

### 2.1.1 Proposizioni Logiche

Le proposizioni logiche sono dichiarazioni atomiche che possono essere valutate come vere o false. Le proposizioni possono essere combinate utilizzando operatori logici come AND, OR, NOT, IMPLIES, che permettono di costruire regole complesse rappresentate da formule logiche.

Ecco alcuni esempi di proposizioni logiche:

p: "Il sole è luminoso" (Vero) q: "La Luna è fatta di formaggio" (Falso) r: "Se piove, allora la strada sarà bagnata" (Condizionale)

### 2.1.2 Calcolo delle Proposizioni Logiche

Le proposizioni logiche possono essere manipolate utilizzando vari operatori logici che eseguono operazioni specifiche:

**Congiunzione (AND -  $\wedge$ ):** L'operatore AND restituisce vero solo quando entrambe le proposizioni coinvolte sono vere. Ad esempio, se abbiamo due proposizioni  $p$  e  $q$ ,  $p \wedge q$  è vero solo se entrambe  $p$  e  $q$  sono vere. La cosiddetta tabella di verità riportata qui sotto consente di vedere come funziona l'operatore AND.

Table 2.1: Tavola della verità per la congiunzione

p	q	$p \wedge q$
False	False	False
False	True	False
True	False	False
True	True	True

**Disgiunzione (OR -  $\vee$ ):** L'operatore OR restituisce vero se almeno una delle due proposizioni coinvolte è vera. Ad esempio,  $p \vee q$  è vero se  $p$  è vero oppure se  $q$  è vero oppure se entrambi sono veri. La tabella di verità riportata qui sotto consente di vedere come funziona l'operatore OR.

Table 2.2: Tavola della verità per la disgiunzione

p	q	$p \vee q$
False	False	False
False	True	True
True	False	True
True	True	True

**Negazione (NOT -  $\neg$ ):** L'operatore NOT cambia il valore di verità di una proposizione. Ad esempio,  $\neg p$  è vero se  $p$  è falso e viceversa.

Table 2.3: Tavola della verità per la negazione

p	$\neg p$
False	True
True	False

**Implicazione ( $\rightarrow$ ):** L'implicazione è un'operazione logica che collega due proposizioni e stabilisce una relazione di condizionalità. Si rappresenta con il simbolo " $\rightarrow$ " e si legge come "se... allora". In un'implicazione del tipo " $p \rightarrow q$ ", la proposizione  $p$  è chiamata l'antecedente e la proposizione  $q$  è il conseguente. L'implicazione è falsa solo nel caso in cui l'antecedente è vero e il conseguente è falso. In tutti gli altri casi, l'implicazione è considerata vera. Poiché questa operazione è alla base di molti algoritmi di inferenza, è importante capire come funziona. La tabella di verità riportata qui sotto consente di vedere come funziona l'operatore implicazione.

Table 2.4: Tavola della verità per l'implicazione

p	q	$p \rightarrow q$
False	False	True
False	True	True
True	False	False
True	True	True

Esempio di Implicazione: supponiamo di avere le seguenti proposizioni: -  $p$ : Il sole splende. -  $q$ : Faccio una passeggiata.

L'implicazione che possiamo formulare è: "Se il sole splende, allora faccio una passeggiata", che si scrive come " $p \rightarrow q$ ". Dalla tabella della verità, possiamo vedere che in tre dei quattro casi l'implicazione " $p \rightarrow q$ " è vera. L'unico caso in cui l'implicazione è falsa è quando il sole splende ( $p$  è vero) ma non faccio una passeggiata ( $q$  è falso).

Quindi, in base alla logica dell'implicazione, se il sole splende, sto effettivamente facendo una passeggiata o potrei anche non farla (ad eccezione del caso in cui il sole splenda e io non faccio una passeggiata, in cui l'implicazione è falsa).

**Implicazione Bilaterale ( $\leftrightarrow$ ):** L'implicazione bilaterale è un'operazione logica che stabilisce che due proposizioni sono equivalenti, cioè che entrambe le proposizioni hanno lo stesso valore di verità. Si rappresenta con il simbolo " $\leftrightarrow$ " e si legge come "se e solo se". L'implicazione bilaterale è vera solo quando le proposizioni hanno lo stesso valore di verità, sia entrambe vere che entrambe false.

Table 2.5: Tavola della verità per l'implicazione bilaterale

p	q	$p \leftrightarrow q$
False	False	True
False	True	False
True	False	False
True	True	True



L'implicazione bilaterale, anche conosciuta come “se e solo se”, è un importante concetto logico che stabilisce che due proposizioni sono logicamente equivalenti, cioè entrambe sono vere o entrambe sono false contemporaneamente.

Esempio di Implicazione Bilaterale: supponiamo di avere le seguenti proposizioni:

- $p$ : Oggi è venerdì.
- $q$ : Domani è sabato.

L'implicazione bilaterale tra  $p$  e  $q$  può essere scritta come  $p \leftrightarrow q$ , che si legge come “Oggi è venerdì se e solo se domani è sabato”.

Dalla tabella di verità, possiamo notare che l'implicazione bilaterale “Oggi è venerdì se e solo se domani è sabato” è vera solo nei casi in cui entrambe le proposizioni sono vere (primo e ultimo caso) o entrambe sono false. Se c'è una discrepanza nelle verità delle proposizioni, l'implicazione bilaterale diventa falsa (secondo e terzo caso).

Quindi, nel nostro esempio, l'affermazione “Oggi è venerdì se e solo se domani è sabato” è vera solo quando entrambe le proposizioni sono vere o entrambe sono false, evidenziando l'equivalenza logica tra le due proposizioni nel contesto dell'implicazione bilaterale.

### 2.1.3 Basi della Conoscenza

La base della conoscenza in un agente a inferenza logica è costituita da proposizioni logiche, che sono affermazioni dichiarative che possono essere vere o false. Le proposizioni possono essere atomiche o composte e sono spesso rappresentate utilizzando variabili proposizionali. Queste variabili assumono valori di verità (vero o falso) e vengono combinate tramite operatori logici per formare regole logiche complesse. La base della conoscenza in un sistema logico definisce le relazioni tra le proposizioni e fornisce le fondamenta per il ragionamento e l'inferenza. Un agente a inferenza logica usa la Base della Conoscenza per giungere a conclusioni circa il mondo che la circonda; Per fare ciò ha bisogno di regole di implicazione logica ( $\rightarrow$ ): Se  $p$ , ovvero se  $p$  implica logicamente  $q$ , in ogni mondo dove  $p$  è vera allora  $q$  è vera. È diversa dall'implicazione perché non è un connettivo logico ma una relazione che dice che se  $p$  è vera allora  $q$  è vera e basta!

### 2.1.4 Sistemi basati sulla conoscenza

I sistemi basati sulla conoscenza sono strumenti informatici progettati per emulare il processo decisionale umano attraverso l'utilizzo di una base di conoscenza strutturata. Questi sistemi raccolgono, organizzano e utilizzano informazioni specifiche di un dominio per risolvere problemi complessi che richiedono competenza specialistica. Una componente fondamentale è la **base di conoscenza**, che contiene fatti, regole ed euristiche rappresentative del sapere umano in un determinato campo. Il **motore di inferenza** è l'altro elemento chiave: applica regole

logiche ai dati presenti nella base di conoscenza per dedurre nuove informazioni o prendere decisioni informate.

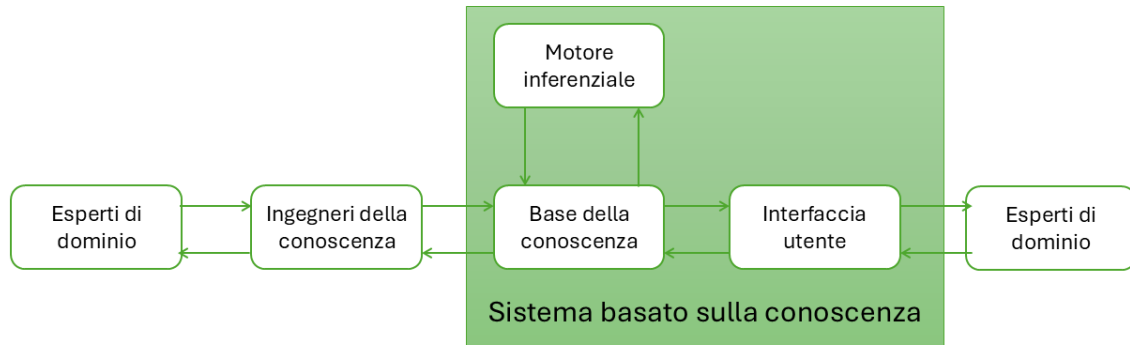


Figure 2.1: Processo di creazione e gestione di un sistema basato sulla conoscenza

Il processo di creazione di un sistema esperto basato sull'inferenza logica inizia con l'acquisizione della conoscenza, dove gli esperti del dominio collaborano per estrarre informazioni e regole rilevanti. Queste conoscenze vengono poi formalizzate nella rappresentazione della conoscenza, utilizzando strutture come regole if-then, ontologie o reti semantiche, che alimentano la base di conoscenza. Il motore di inferenza viene sviluppato per applicare queste regole logiche ai dati forniti, deducendo nuove informazioni o prendendo decisioni informate. La gestione del sistema include l'aggiornamento continuo della base di conoscenza per riflettere nuove scoperte o cambiamenti nel dominio, nonché la verifica e la validazione del sistema per garantirne l'accuratezza e l'affidabilità. Gli utenti interagiscono con il sistema attraverso un'interfaccia che facilita l'inserimento dei dati e la visualizzazione dei risultati, permettendo anche il feedback per miglioramenti futuri.

Questi sistemi trovano applicazione in vari settori, come la medicina, l'ingegneria, la finanza e l'assistenza clienti. Ad esempio, in ambito medico, un sistema basato sulla conoscenza può aiutare nella diagnosi di malattie analizzando sintomi e storie cliniche dei pazienti. L'efficacia di tali sistemi dipende dalla qualità e dall'aggiornamento costante della base di conoscenza, nonché dalla capacità del motore di inferenza di elaborare correttamente le informazioni.

Un vantaggio significativo dei sistemi basati sulla conoscenza è la possibilità di conservare e diffondere l'esperienza di esperti, rendendola accessibile a un pubblico più ampio e contribuendo alla standardizzazione delle pratiche. Tuttavia, la creazione e la manutenzione di una base di conoscenza richiedono notevoli risorse e competenze. Con l'avanzamento dell'intelligenza artificiale e dell'apprendimento automatico, questi sistemi continuano a evolversi, integrando nuove tecniche per migliorare l'efficienza, l'accuratezza e la capacità di apprendimento autonomo nelle loro applicazioni.

### 2.1.5 Semplice Sistema Esperto in ambito penale

In questo paragrafo, useremo la libreria **SymPy** in Python per creare un semplice sistema esperto basato sull'inferenza logica nell'ambito del diritto penale. Questo sistema aiuterà a determinare se determinati comportamenti costituiscono un reato, in base ai fatti noti e alle norme applicabili. Si noti che la libreria **SymPy** è stata sviluppata per consentire il calcolo simbolico in Python. In questo caso useremo le funzionalità di calcolo simbolico per la rappresentazione della conoscenza, usando le funzionalità di calcolo logico, e per l'inferenza logica.

#### 2.1.5.1 Introduzione

Il diritto penale si basa su norme che definiscono quali comportamenti sono considerati reati e quali elementi devono essere presenti affinché un'azione sia punibile. Un sistema esperto in questo contesto può aiutare a:

- Valutare se un'azione specifica costituisce un reato.
- Identificare gli elementi costitutivi del reato.
- Fornire una base logica per decisioni legali.

Utilizzeremo SymPy per modellare proposizioni logiche, regole legali e per effettuare inferenze.

---

#### 2.1.5.2 Installazione di SymPy

Assicurati di avere SymPy installato:

```
pip install sympy
```

Se stai utilizzando questo notebook in un ambiente in cui SymPy non è installato, esegui la seguente cella:

```
!pip install sympy
```

### 2.1.5.3 Concetti di Base nel Diritto Penale

Prima di iniziare, definiamo alcuni concetti chiave:

- **Fatti:** Eventi o azioni specifiche accadute.
  - **Reati:** Comportamenti definiti come illeciti dalla legge penale.
  - **Elementi Costitutivi del Reato:** Condizioni che devono essere soddisfatte perché un comportamento sia considerato un reato (ad esempio, azione, intenzione, nesso causale).
  - **Regole Legali:** Norme che stabiliscono le condizioni in cui un comportamento è punibile.
- 

### 2.1.5.4 Modellazione con SymPy

#### Passo 1: Importare i Moduli Necessari

Importiamo i moduli necessari da SymPy per lavorare con la logica proposizionale.

```
from sympy import symbols
from sympy.logic.boolalg import And, Or, Not, Implies, Equivalent
from sympy.logic.inference import satisfiable
```

#### Passo 2: Definire le Proposizioni Logiche

Definiamo le variabili che rappresentano i fatti e gli elementi costitutivi del reato.

```
# Fatti
Azione, Intenzione, NessoCausale = symbols('Azione Intenzione NessoCausale')

# Reato
Omicidio = symbols('Omicidio')
```

#### Passo 3: Definire le Regole che discendono dal Codice Penale

Ad esempio, secondo il codice penale, l'omicidio richiede:

- **Azione:** Causare la morte di una persona.
- **Intenzione:** Volontà di causare la morte (dolo).
- **Nesso Causale:** La morte è conseguenza dell'azione.

Definiamo la regola:

```
# Regola: Se c'è Azione, Intenzione e Nesso Causale, allora si configura l'Omicidio
regola_omicidio = Implies(And(Azione, Intenzione, NessoCausale), Omicidio)
```

#### **Passo 4: Definire i Fatti Noti**

Supponiamo di avere i seguenti fatti:

- Una persona ha compiuto un'azione che ha causato la morte di un'altra.
- Aveva l'intenzione di causare la morte.
- Esiste un nesso causale tra l'azione e la morte.

```
# Fatti noti
fatto1 = Azione # L'azione di causare la morte
fatto2 = Intenzione # Intenzione di causare la morte
fatto3 = NessoCausale # La morte è conseguenza dell'azione
```

#### **Passo 5: Creare la Base di Conoscenza**

Combiniamo fatti e regole:

```
# Base di conoscenza
base_conoscenza = And(fatto1, fatto2, fatto3, regola_omicidio)
```

#### **Passo 6: Inferenza Logica**

Verifichiamo se, sulla base dei fatti e delle regole, possiamo concludere che si tratta di omicidio.

```
# Verifichiamo se Omicidio è deducibile
ipotesi = And(base_conoscenza, Not(Omicidio))
risultato = satisfiable(ipotesi)

if not risultato:
    print("Si configura il reato di omicidio.")
else:
    print("Non possiamo concludere che si tratti di omicidio.")
```

Si configura il reato di omicidio.

**Output atteso:**

Si configura il reato di omicidio.

### 2.1.5.5 Espansione del Sistema

#### Caso con Mancanza di Intenzione

Supponiamo che l'intenzione non sia presente (ad esempio, si tratta di omicidio colposo).

```
# Fatti noti senza Intenzione
fatto1 = Azione
fatto2 = Not(Intenzione) # Mancanza di intenzione
fatto3 = NessoCausale

# Base di conoscenza aggiornata
base_conoscenza = And(fatto1, fatto2, fatto3, regola_omicidio)
```

#### Inferenza per Omicidio

```
# Inferenza
ipotesi = And(base_conoscenza, Not(Omicidio))
risultato = satisfiable(ipotesi)

if not risultato:
    print("Si configura il reato di omicidio.")
else:
    print("Non possiamo concludere che si tratti di omicidio.")
```

Non possiamo concludere che si tratti di omicidio.

#### Output atteso:

Non possiamo concludere che si tratti di omicidio.

#### 2.1.5.5.1 Aggiunta di Altre Regole

Aggiungiamo la regola per l'omicidio colposo:

```
# Definizione del reato di Omicidio Colposo
OmicidioColposo = symbols('OmicidioColposo')

# Regola per Omicidio Colposo: Azione e Nesso Causale senza Intenzione
regola_omicidio_colposo = Implies(And(Azione, Not(Intenzione), NessoCausale), OmicidioColposo)

# Aggiorniamo la base di conoscenza
base_conoscenza = And(fatto1, fatto2, fatto3, regola_omicidio, regola_omicidio_colposo)
```

## Inferenza per Omicidio Colposo

```
# Verifichiamo se si configura l'Omicidio Colposo
ipotesi = And(base_conoscenza, Not(OmicidioColposo))
risultato = satisfiable(ipotesi)

if not risultato:
    print("Si configura il reato di omicidio colposo.")
else:
    print("Non possiamo concludere che si tratti di omicidio colposo.")
```

Si configura il reato di omicidio colposo.

### Output atteso:

Si configura il reato di omicidio colposo.

#### 2.1.5.6 Conclusione

Abbiamo visto come utilizzare SymPy per modellare un semplice sistema esperto nel campo del diritto penale. Questo esempio illustra come le regole legali e i fatti possono essere formalizzati utilizzando la logica proposizionale, permettendo al sistema di effettuare inferenze logiche.

Ricorda che questo è un modello semplificato e che il diritto penale è complesso e richiede una comprensione approfondita per essere modellato accuratamente. Questo sistema può essere un punto di partenza per sviluppi più avanzati e per esplorare l'intersezione tra intelligenza artificiale e diritto.

## 2.2 Inferenza Probabilistica

L'inferenza probabilistica utilizza la teoria delle probabilità per fare previsioni o inferenze basate su dati incompleti o incerti. Questo tipo di inferenza è particolarmente utile in tutti i contesti dove le informazioni possono essere incomplete o incerte.

L'agente artificiale in situazioni di incertezza affronta la sfida di prendere decisioni razionali quando non si dispone di informazioni complete o quando le informazioni disponibili sono soggette a variabilità. In tali contesti, l'agente deve essere in grado di gestire e interpretare l'incertezza in modo efficace per agire in modo intelligente e adattivo.

L'incertezza può derivare da diversi fattori, come la natura incompleta delle informazioni, la presenza di rumore nei dati, l'aleatorietà degli eventi o la complessità dei problemi da affrontare.

Gli agenti artificiali, dotati di capacità di ragionamento probabilistico e di inferenza, sono in grado di valutare le conseguenze di diverse azioni in base alle probabilità associate agli eventi futuri e agli esiti attesi.

L'inferenza probabilistica è una tecnica utilizzata nell'ambito dell'Intelligenza Artificiale per prendere decisioni o formulare previsioni basate su informazioni incerte o parziali. In pratica, ciò significa che invece di avere risposte binarie (vero o falso), lavoriamo con probabilità, cioè con il grado di certezza o incertezza riguardo a una determinata affermazione o evento.

### **Esempio in un contesto legale**

Immagina un caso giuridico in cui una persona è accusata di un crimine. Nel sistema giuridico, la giuria deve prendere una decisione sulla colpevolezza o innocenza dell'imputato. Tuttavia, spesso non abbiamo prove definitive o testimonianze che garantiscono una certezza assoluta. In questo contesto, l'inferenza probabilistica può essere applicata. Invece di dire semplicemente "colpevole" o "innocente," i giurati possono assegnare una probabilità alla colpevolezza dell'imputato. Ad esempio, potrebbero dire che ci sono il 70% di probabilità che l'imputato sia colpevole e il 30% di probabilità che sia innocente. Infine, una soglia sulla probabilità di colpevolezza potrebbe dare origine alla sentenza.

### **Esempio in un generico contesto di diagnosi**

Nel caso di una diagnosi ( in qualunque settore) è necessario prendere una decisione con conoscenza incerta. Si è in una situazione di incertezza in quanto la lista di situazioni e cause da descrivere non può essere esaustiva (praticamente infinita per la mancanza di conoscenza universale). Non si può usare la logica del primo ordine per gestire la diagnosi perché: - è impossibile elencare l'insieme praticamente infinito di antecedenti e conseguenti per evitare eccezioni - è impossibile avere una conoscenza metodologica completa - è impossibile avere una conoscenza applicativa completa - L'agente non potrà mai agire con una piena consapevolezza di verità e correttezza, avrà solo un grado di credenza sulla bontà delle azioni da intraprendere e dei risultati.

## **2.2.1 Inferenza probabilistica e La teoria delle probabilità**

L'inferenza probabilistica è un processo di ragionamento che utilizza il calcolo delle probabilità per prendere decisioni o formulare previsioni in situazioni in cui le informazioni sono incomplete o incerte. L'inferenza probabilistica è fondamentale in vari campi, come la statistica, l'apprendimento automatico, la medicina, la finanza e molti altri.

Il calcolo delle probabilità è una branca della matematica che si occupa di misurare e analizzare la probabilità di eventi casuali. La probabilità è una misura numerica che descrive la possibilità che un evento specifico accada.

“Il concetto di probabilità è il più importante della scienza moderna, soprattutto perché nessuno ha la più pallida idea del suo significato.” (Bertrand Russel)



La teoria della probabilità assume la stessa assunzione ontologica della logica: - i fatti del mondo sono: veri o falsi (con una certa probabilità) - Ogni possibile situazione in cui si trova il nostro agente è un mondo  $\mu$ ; Esempio: nel caso del gioco del Lotto, per la singola estrazione ci possono essere 90 mondi, uno per ogni numero che può essere estratto. - Ogni mondo  $\mu$  è un insieme di fatti: - fatti veri (V) - fatti falsi (F) - fatti incerti (I)

Tale teoria può essere formulata in diversi modi a seconda del tipo di assunzioni iniziali che si utilizzano. In questo testo si utilizza la teoria della probabilità basata sui cosiddetti assiomi di Kolmogorov e per questo detta **Teoria Assiomatica della Probabilità**.

Gli assiomi di Kolmogorov costituiscono la base matematica della teoria delle probabilità, formulata dal matematico russo Andrey Kolmogorov nel suo lavoro “Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung” nel 1933.

Ecco una descrizione dei tre assiomi di Kolmogorov:

- **Primo Assioma (Non-negatività):** La probabilità di un evento è sempre un numero reale non negativo:  $P(A) \geq 0$  per ogni evento A. Per rappresentare la probabilità di un certo mondo si usa il simbolo  $P(\mu)$ ,  $0 \leq P(\mu) \leq 1$ 
  - $P(\mu) = 0$  significa che il mondo  $\mu$  non ha nessuna possibilità di verificarsi. Ad esempio la probabilità che al lotto venga estratto il numero 0 (zero)
  - $P(\mu) = 1$  significa che il mondo  $\mu$  è certo. Ad esempio la probabilità che il risultato di una estrazione sia minore o uguale a 90 è 1. Più è «grande»  $P(\mu)$  è più è verosimile che si verifichi il mondo  $\mu$ .
- **Secondo Assioma (Normalizzazione) :** La somma delle probabilità di tutti gli eventi possibili nello spazio campione è uguale a 1:  $P(S) = 1$ , dove S rappresenta lo spazio campione. Ad esempio, la somma delle probabilità di estrazione di tutti i numeri del lotto è pari a 1
- **Terzo Assioma (Additività) :** Se  $A_1, A_2, A_3, \dots$  sono eventi mutuamente esclusivi (cioè non possono accadere simultaneamente), allora la probabilità dell'unione di questi eventi è uguale alla somma delle loro probabilità individuali:  $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots$ . Ad esempio, la probabilità di estrarre un numero pari al lotto è pari alla somma delle probabilità di estrarre i numeri pari da 2 a 90.

Gli assiomi di Kolmogorov forniscono un fondamento rigoroso per definire le probabilità e garantiscono che le probabilità siano consistenti e soddisfino le proprietà chiave della teoria delle probabilità. Questi assiomi sono essenziali per lo studio formale della probabilità e vengono utilizzati per sviluppare e applicare concetti probabilistici in varie discipline, inclusi statistica, teoria dei giochi, intelligenza artificiale e molti altri campi scientifici.

### 2.2.2 Calcolo della probabilità incondizionata o a priori

**calcolo della probabilità di estrazione di un numero x al lotto Usando i tre assiomi di Kolmogorov :**

si può calcolare la probabilità di estrazione di un numero x al lotto. - Dal primo assioma si ha che  $P(x) \geq 0$ . - Dal secondo assioma si ha che la somma di tutti i  $P(x)$ , con x che va da 1 a 90, è pari a 1. - Dal terzo si evince che essendo le probabilità di estrazione di un numero x uguale a quella di estrarre un numero y, con x diverso da y, si ha che la probabilità di estrarre un numero x è pari a  $1/90$ .

**calcolo della probabilità del risultato x nel lancio di un dado Nel lancio di un dado a 6 facce:**

la probabilità  $P(n)$  di ottenere il numero n è  $P(n) = 1/6$  perché all'esito del lancio tutte le facce del dado hanno uguale probabilità.

**calcolo della probabilità del risultato nel lancio di due dadi :** Nell'esito del lancio di due dadi, dobbiamo considerare che i mondi possibili ed equiprobabili sono  $6 \times 6 = 36$  e quindi la probabilità di uno di questi mondi è  $1/36$ .

**calcolo della probabilità del risultato x come somma dei valori nel lancio di due dadi :** Nell'esito del lancio di due dadi, se vogliamo calcolare la probabilità che esca un certo valore x come somma dei valori dei due dadi dobbiamo considerare che i valori possibili di x  $[2, 12]$  non sono equiprobabili. Infatti, per esempio, la probabilità di ottenere 2 è  $1/36$ , mentre la probabilità di ottenere 7 è  $6/36$ . Per calcolare la probabilità del valore x è sufficiente contare quanti sono i mondi in cui il valore x si ottiene come somma dei valori dei due dadi e poi dividere per il numero totale di mondi possibili. I possibili risultati del lancio di due dadi sono 36 :

Table 2.6: Lancio di due dadi

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilità di ottenere 2 è data dal numero di esiti favorevoli al risultato 2, in questo caso è solo uno, diviso il numero totale di esiti possibili, in questo caso 36. La possibilità di ottenere 3 è data dal numero di esiti favorevoli al risultato 3, in questo caso sono 2, diviso il numero totale di esiti possibili, in questo caso 36. ...

$P(2)=1/36$ ,  $P(3)=2/36$ ,  $P(4)=3/36$ ,  $P(5)=4/36$ ,  $P(6)=5/36$ ,  $P(7)=6/36$ ,  $P(8)=5/36$ ,  
 $P(9)=4/36$ ,  $P(10)=3/36$ ,  $P(11)=2/36$ ,  $P(12)=1/36$

### 2.2.3 Variabili aleatorie

Una variabile aleatoria nel calcolo delle probabilità è una variabile che può assumere uno dei possibili valori in un certo dominio: - La variabile lancio nel lancio di un dado può assumere uno dei valori nel dominio  $\{1,2,3,4,5,6\}$  - La variabile sentenza nel processo penale può assumere uno dei valori nel dominio  $\{\text{«Non luogo a procedere»}, \text{«Proscioglimento»}, \text{«Condanna»}\}$  - La variabile diagnosi in campo medico può assumere uno dei valori nel dominio  $\{\text{«Malattia»}, \text{«Non malattia»}\}$ .

Nell'inferenza probabilistica si è interessati alla probabilità che una certa variabile aleatoria assuma un certo valore. Ad esempio, in un determinato processo penale si potrebbe avere:

- $P(\text{sentenza} = \text{«Non luogo a procedere»}) = 0,1$
- $P(\text{sentenza} = \text{«Proscioglimento»}) = 0,1$
- $P(\text{sentenza} = \text{«Condanna»}) = 0,8$

Per codificare la variabile aleatoria “sentenza” in Python, si può utilizzare ad esempio la struttura dati dizionario che mappa i possibili esiti (“Non luogo a procedere”, “Proscioglimento”, “Condanna”) ai rispettivi valori numerici di probabilità. Ecco un esempio di come si potrebbe codificare la variabile aleatoria “sentenza” in Python utilizzando un dizionario:

```
# Definizione della variabile aleatoria sentenza con i suoi possibili valori
sentenza = {
    "Non luogo a procedere": 0.128, # probabilità del 12.8% di non luogo a procedere
    "Proscioglimento": 0.548,      # probabilità del 54.8% di proscioglimento
    "Condanna": 0.324              # probabilità del 32.4% di condanna
}
somma = 0
for esito, probabilita in sentenza.items():
    print(f"La probabilità di '{esito}' è: {probabilita}")
    somma = somma + probabilita
print(" la somma delle probabilità è pari a ", somma)
```

La probabilità di 'Non luogo a procedere' è: 0.128

La probabilità di 'Proscioglimento' è: 0.548

La probabilità di 'Condanna' è: 0.324

la somma delle probabilità è pari a 1.0

### 2.2.4 Distribuzioni di probabilità

le distribuzioni di probabilità sono funzioni che descrivono la probabilità di ogni possibile valore di una variabile aleatoria. Ad esempio, la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria “sentenza” nel processo penale può essere rappresentata come segue:  $P(\text{sentenza}) = \{0.1, 0.1, 0.8\}$ . Nel seguito vedremo alcune distribuzioni di probabilità notevoli.

### 2.2.5 Probabilità congiunta

La probabilità congiunta è la probabilità che due eventi si verifichino contemporaneamente. Ad esempio, la probabilità che un processo penale porti a una condanna e che il condannato sia colpevole è data dalla probabilità congiunta di questi due eventi. Oppure, in ambito medico, la probabilità che un paziente abbia una certa patologia e che il test diagnostico sia positivo è data dalla probabilità congiunta di questi due eventi. Oppure, in ambito meteorologico, la probabilità che sia nuvoloso e che piova è la probabilità congiunta di questi due eventi:

probabilità che sia nuvoloso:

	nuvoloso	¬nuvoloso
P(n)	0,7	0,3

probabilità che piova:

	piove	¬piove
P(p)	0,2	0,8

probabilità che sia nuvoloso e piova:  $| P(p,n) |$  nuvoloso  $|$  ¬nuvoloso  $|$   $| :-: | :-: | :-: |$  piove  $|$  0,55  $|$  0,05  $|$  ¬piove  $|$  0,15  $|$  0,25  $|$

### 2.2.6 Indipendenza delle variabili aleatorie

L'indipendenza di due eventi indica che il verificarsi di uno non influenza il verificarsi dell'altro. Ad esempio: Lancio di due dadi. Il lancio del primo non influenza il secondo; Il contrario, la dipendenza, indica che il verificarsi di uno influenza il verificarsi dell'altro. Nel caso in cui due variabili aleatorie siano indipendenti si ha la seguente proprietà:

$$P(a \text{ " } b) = P(a) * P(b)$$

### 2.2.7 Negazione


La negazione di un evento è l'evento che si verifica quando l'evento originale non si verifica. Ad esempio, la negazione dell'evento "piove" è "non piove".

Se la probabilità che un evento è  $p$ , la probabilità che l'evento non si verifichi è  $1 - p$ .

$P(A) = p$ , allora  $P(\neg A) = 1 - p$ .

### 2.2.8 Inclusione

$$P(a \cup b) = P(a) + P(b) - P(a \cap b).$$

La probabilità che si verifichi l'evento  $a$  o l'evento  $b$  è uguale alla somma delle probabilità dei due eventi meno la probabilità congiunta. Si noti che se gli eventi sono incompatibili la probabilità congiunta è nulla! 

### 2.2.9 Marginalizzazione

La marginalizzazione è una tecnica utilizzata per calcolare la probabilità di un evento dato un insieme di eventi. Ad esempio, la probabilità che un processo penale porti a una condanna dato che il condannato è colpevole è data dalla marginalizzazione della probabilità congiunta di questi due eventi.

$$P(a) = P(a, b) + P(a, \neg b).$$

La probabilità che si verifichi  $b$  è disgiunta dalla probabilità che si verifichi  $\neg b$ . Quindi, quando si verifica  $a$  si ha  $b$  oppure  $\neg b$  ma non entrambi quindi se sommo le probabilità  $P(a, b) + P(a, \neg b)$  ottengo  $P(a)$ .

### 2.2.10 probabilità condizionata

La probabilità condizionata è la probabilità che un evento si verifichi dato che un altro evento si è verificato. Ad esempio, la probabilità che un processo penale porti a una condanna dato che il sottoposto a giudizio è colpevole è data dalla probabilità condizionata di questi due eventi.

E' possibile fare inferenze a proposito della probabilità di una proposizione ignota  $A$ , data la prova  $B$ , calcolando  $P(A/B)$  (probabilità di  $A$  dato che tutto ciò che sappiamo è  $B$ ) (inferenza probabilistica)

Un'interrogazione ad un sistema di ragionamento probabilistico chiederà di calcolare il valore di una particolare probabilità condizionata.

Fin qui abbiamo visto casi in cui il singolo evento non era condizionato da altro evento:

- Prima estrazione del lotto;
- Lancio di uno o due dadi
- Cosa succede alla probabilità quando l'avverarsi di una proposizione è condizionata all'avverarsi di un'altra proposizione?

$P(a|b)$  = probabilità dell'evento a dato che noi sappiamo che l'evento b si è verificato. Oppure, “ la probabilità di a dato b” Possiamo chiederci:

- Qual'è la probabilità che vinca la “ Roma” se ha vinto la “ Lazio”?,  $P(\text{Roma}/\text{Lazio})$ .
- Qual'è la probabilità che arrivi il “38” se è arrivato il “52”?,  $P(\text{“38”}/\text{“52”})$ .

La formula per calcolare la probabilità condizionata di a dato b è la seguente:

$$P(a/b) = (P(a \wedge b))/(P(b));$$

“siamo interessati agli eventi dove a e b sono vere, ma solo nei mondi dove b è vera!”

$$P(a \wedge b) = P(b)P(a/b)$$

$$P(a \wedge b) = P(b)P(a/b)$$

**Esercizio 1:** Qual è la probabilità che si ottenga una somma pari 9 lanciando due dadi se il primo dado è 6,  $P(9/6)$ ? La risposta si ottiene direttamente dalla formula della probabilità condizionata e da quella della probabilità congiunta:  $p(9/6) = P(9 \text{ e } 6) / P(6) = 1/36 / 1/6 = 1/6$

La proposizione a = «somma=9» si verifica con i seguenti lanci:

$$a = \{(6,3),(5,4),(4,5),(3,6)\} \quad P(a) = 4/36$$

La proposizione b = «primo dado=6» si verifica con i seguenti lanci:

$$b = \{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\} \quad P(b) = 6/36$$

$$a \text{ “ ” } b = \{(6,3)\} \quad P(a \text{ “ ” } b) = 1/36$$

$$P(a/b) = (P(a \text{ “ ” } b) / P(b)) = (1/36) / (6/36) = 1/6$$

Table 2.9: Lancio di due dadi

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ovvero, per risolvere l'esercizio dobbiamo osservare l'ultima riga della tabella relativa al lancio del primo dado con risultato 6. i casi favorevoli sono solo 1, mentre i casi possibili sono 6. Quindi la probabilità è 1/6.

### 2.2.11 Condizionamento

$$P(a) = P(a/b)P(b) + P(a/\neg b)P(\neg b).$$

Il condizionamento discende immediatamente dalla marginalizzazione. La probabilità che si verifichi  $a$  è data dalla marginalizzazione della probabilità congiunta di questi due eventi. La probabilità che si verifichi  $b$  è disgiunta dalla probabilità che si verifichi  $\neg b$ . Quindi, quando si verifica  $a$  si ha  $b$  oppure  $\neg b$  ma non entrambi quindi se sommo le probabilità  $P(a, b) + P(a, \neg b)$  ottengo  $P(a)$ .

Vediamo due esempi di applicazioni della formula di condizionamento in Python, uno nel campo medico e uno nel campo giuridico penale:

#### Campo medico Supponiamo di avere le seguenti informazioni:

La probabilità che una persona sviluppi un certo effetto collaterale a seguito di un farmaco è  $P(Effettocollaterale) = 0.2$ .

Si sa che se una persona sviluppa l'effetto collaterale, la probabilità che abbia assunto il farmaco è  $P(Farmaco|Effettocollaterale) = 0.9$ . D'altra parte, se una persona non mostra l'effetto collaterale, la probabilità che abbia comunque assunto il farmaco è  $P(Farmaco|\neg Effettocollaterale) = 0.1$ . In questo caso, il condizionamento riguarda la probabilità di assunzione del farmaco date le informazioni sull'effetto collaterale senza coinvolgere il teorema di Bayes.

Quindi, la probabilità di assunzione del farmaco è

$$P(Farmaco) = P(Farmaco|Effettocollaterale)P(Effettocollaterale) + P(Farmaco|\neg Effettocollaterale)P(\neg Effettocollaterale)$$

la codifica in Python è la seguente:

```
#definizioni delle probaibilità
P_effetto_collaterale = 0.2
P_farmaco_effetto_collaterale = 0.9
P_farmaco_non_effetto_collaterale = 0.1
P_farmaco = P_farmaco_effetto_collaterale * P_effetto_collaterale + P_farmaco_non_effetto_collaterale * P_non_effetto_collaterale
print(f"La probabilità che una pesona abbia assunto il farmaco è : {P_farmaco}")
```

**Output atteso :**

La probabilità che una persona abbia assunto il farmaco è : 0.26

### Campo Giuridico Penale :

Immaginiamo di avere le seguenti informazioni in un contesto giuridico penale:  $P(\text{Condanna con prove schiaccianti}) = 0.95$

$$P(\text{Condanna senza prove schiaccianti}) = 0.2$$

$$P(\text{Prove schiaccianti}) = 0.3$$

Utilizziamo la formula di condizionamento per calcolare la probabilità di condanna:

$$P(\text{Condanna}) = P(\text{Condanna con prove schiaccianti})P(\text{Prove schiaccianti}) + P(\text{Condanna senza prove schiaccianti})P(\text{Non prove schiaccianti})$$

La codifica in Python è la seguente:

```
prob_condanna_prove_schiaccianti = 0.95
prob_condanna_no_prove_schiaccianti = 0.2
prob_prove_schiaccianti = 0.3
prob_condanna = prob_condanna_prove_schiaccianti * prob_prove_schiaccianti + prob_condanna_no_prove_schiaccianti * (1 - prob_prove_schiaccianti)
print(f"La probabilità che un imputato sia colpevole dato che ci sono prove schiaccianti è: {prob_condanna}")
```

La probabilità che un imputato sia colpevole dato che ci sono prove schiaccianti è: 0.424999

### Output atteso :

La probabilità che un imputato sia colpevole dato che ci sono prove schiaccianti è: 0.424999

Questi due esempi illustrano come la formula di condizionamento possa essere applicata in contesti medici e giuridici penali per calcolare probabilità condizionate basate su informazioni specifiche relative agli eventi considerati.



## 2.3 Inferenza Bayesiana

“Mr. Bayes ... design ... was to find out a method by which we might judge concerning the probability that an event has to happen, in given circumstances, upon supposition that we know nothing concerning it but that, under the same circumstances, it has happened a certain number of times, and failed a certain other number of times.” - (Richard Price, presentando lo scritto dell'amico Thomas Bayes alla Royal Society of London)

Il Teorema di Bayes, formalizzato dal reverendo Thomas Bayes nel XVIII secolo, è uno strumento fondamentale nell'ambito della statistica e dell'intelligenza artificiale che permette di aggiornare le nostre credenze riguardo ad un'ipotesi sulla base di nuove evidenze. Le tecniche di inferenza basate su questo teorema sono ampiamente utilizzate in diversi campi, dall'analisi dei dati alla diagnostica medica, dalla finanza alla progettazione di algoritmi di machine learning.

### 2.3.1 Il Teorema di Bayes

Il Teorema di Bayes fornisce un modo per calcolare la probabilità condizionata di un'ipotesi data l'evidenza osservata. Formalmente, il teorema può essere espresso come:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Dove: -  $P(A|B)$  è la probabilità dell'ipotesi A dato l'evidenza B. -  $P(B|A)$  è la probabilità dell'evidenza B dato l'ipotesi A. -  $P(A)$  è la probabilità a priori dell'ipotesi A. -  $P(B)$  è la probabilità dell'evidenza B.

### 2.3.2 Applicazioni Pratiche

#### Diagnostica Medica

Nel campo della diagnostica medica, il Teorema di Bayes è utilizzato per valutare la probabilità che un paziente abbia una certa malattia sulla base dei sintomi presentati e dei risultati dei test di laboratorio. Ad esempio, se la probabilità di un test positivo dato che il paziente ha la malattia e la probabilità che il paziente abbia effettivamente la malattia sono note, il teorema di Bayes può essere impiegato per calcolare la probabilità che il paziente abbia la malattia date le informazioni disponibili.

#### Finanza

Nel settore finanziario, il Teorema di Bayes viene adoperato per valutare il rischio e formulare previsioni basate su dati storici e informazioni di mercato. Ad esempio, il teorema può essere

utilizzato per stimare la probabilità di un evento futuro, come un aumento dei tassi di interesse, sulla base di indicatori economici attuali.

## Machine Learning

Nei modelli di machine learning, come le reti bayesiane, il Teorema di Bayes svolge un ruolo chiave nell'aggiornare le probabilità delle variabili all'interno del modello in risposta ai nuovi dati. Questo processo di apprendimento bayesiano consente ai modelli di essere più flessibili ed adattabili all'evoluzione dei dati nel tempo.

### diritto penale

Dalle statistiche (false perché inventate da me :) di un certo tribunale o dal Ministero della Giustizia abbiamo che - 80% degli imputati condannati hanno precedenti penali  $P(\text{precedenti}/\text{condanna}) = 0,8$ ; - 10% degli imputati sono condannati  $P(\text{condanna}) = 0,1$  - 20% degli imputati hanno precedenti penali  $P(\text{precedenti}) = 0,2$

Applicando il teorema di Bayes abbiamo che la probabilità che un imputato con precedenti sia condannato è

$$P(\text{condanna}/\text{precedenti}) = P(\text{condanna}) \cdot \frac{P(\text{precedenti}/\text{condanna})}{P(\text{precedenti})} = 0,1 \cdot \frac{0,8}{0,2} = 0,4$$

Si osservi che la probabilità di essere condannati era del 10%. Applicando il teorema di Bayes abbiamo scoperto che la probabilità di essere condannato è del 40% se sappiamo che la persona sottoposta a giudizio ha dei precedenti penali. Ovvero, la probabilità iniziale di essere condannati senza sapere se sono presenti o meno precedenti penali viene moltiplicata per 4 (il cosiddetto fattore di Bayes).

Le tecniche di inferenza basate sul Teorema di Bayes forniscono un approccio potente per il ragionamento probabilistico e l'aggiornamento delle credenze in base alle evidenze disponibili. Utilizzate in una vasta gamma di settori, queste tecniche consentono di prendere decisioni informate e di sfruttare al meglio le informazioni a disposizione. La comprensione e l'applicazione corretta del Teorema di Bayes sono cruciali per ottenere risultati accurati e significativi nelle analisi statistiche e nel machine learning.

### 2.3.3 reti di Bayes

Una [rete bayesiana](#) (BN, Bayesian network) è un modello grafico probabilistico che rappresenta un insieme di variabili stocastiche con le loro dipendenze condizionali attraverso l'uso di un [grafo aciclico diretto \(DAG\)](#). Per esempio una rete Bayesiana potrebbe rappresentare la relazione probabilistica esistente tra i sintomi e le malattie. Dati i sintomi, la rete può essere usata per calcolare la probabilità della presenza di diverse malattie. Le reti Bayesiane sono Grafi diretti. Ogni nodo rappresenta una variabile aleatoria e ogni freccia da X a Y indica che X è un genitore di Y. Ovvero, indica che la distribuzione probabilistica di Y dipende da

X. Ogni nodo ha la distribuzione probabilistica  $P(X \mid \text{Genitori}(X))$ . Vediamo un esempio sui mezzi di trasporto (:

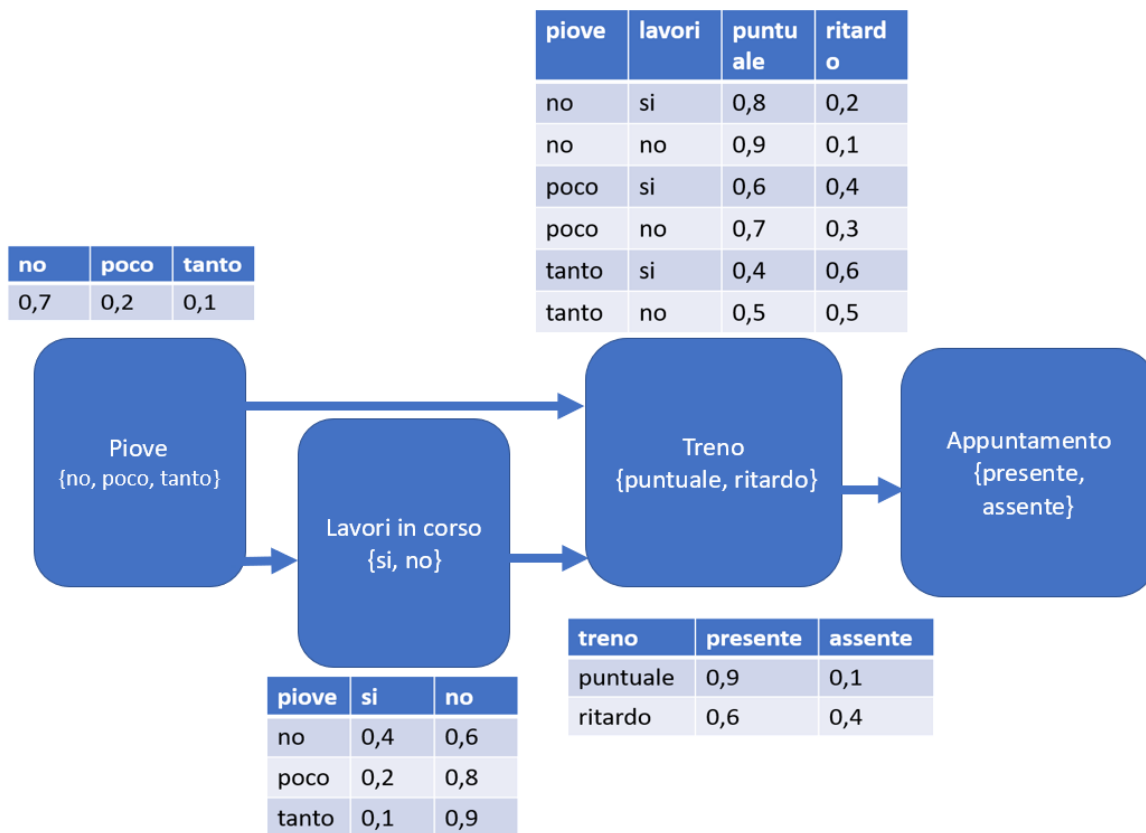


Figure 2.2: Rete di Bayes puntualità treno

Una rete bayesiana (di credenza) richiede che ogni nodo del grafo sia condizionatamente indipendente da qualsiasi sottoinsieme di nodi che non siano discendenti dei predecessori diretti del nodo stesso. Ci si affida ad un esperto di dominio per la definizione della topologia della rete di credenze (quali nodi e quali relazioni condizionali di dipendenza), poi si calcolano le influenze dirette e le conseguenti probabilità. Ciò equivale a definire la conoscenza del mondo in cui può avvenire un evento. Ovvero, la rete rappresenta le assunzioni che si possono fare su quel dominio. Le probabilità condizionate tra i nodi riassumono un insieme potenzialmente infinito di circostanze a noi ignote e che potrebbero influenzare l'evento. La topologia della rete è la base di conoscenza generale ed astratta dell'ambiente in cui si possono verificare gli eventi e rappresenta la struttura generale del processo causale nel dominio, piuttosto che fornire dettagli su un particolare elemento. Nelle reti bayesiane gli archi che connettono i nodi esprimono le relazioni causali dirette (causa  $\rightarrow$  effetto). Una volta definita la topologia bisogna specificare la tabella delle probabilità condizionate associata ad ogni nodo. Ogni riga

della tabella esprime la probabilità del valore di ogni nodo per un caso condizionante (combinazione di valori dei nodi genitori produttoria delle prob. condiz.) Un nodo con nessun genitore è rappresentato dalla probabilità a priori.

### 2.3.3.1 Esempio di rete bayesiana: indagine criminale

Scriviamo il codice Python necessario per creare un modello di Rete Bayesiana per analizzare la probabilità di colpevolezza di un sospetto in un'indagine criminale. Il modello considera tre elementi di prova: la presenza di un'arma (Arma), un movente (Motive) e un alibi (Alibi), e come questi influenzano la probabilità di colpevolezza (Colpevolezza).

Il codice non richiederà input diretti dall'utente. Invece, definisce la struttura della Rete Bayesiana e imposta le tabelle di probabilità per ciascun fattore basate su valori predefiniti che dovrebbero essere estrapolati da statistiche sulle indagini criminali.

#### *Descrizione del codice*

L'output di questo codice è: - un modello di Rete Bayesiana verificato; - la stampa del modello; - la stampa delle Distribuzioni di Probabilità Condizionata (CPD) per ogni variabile nella rete; - il grafo della rete Bayesiana.

Inizialmente, definiamo la struttura della Rete Bayesiana, mostrando come i fattori di prova (Arma, Motive, Alibi) influenzano la colpevolezza (Colpevolezza). Quindi, definiamo le tabelle di probabilità per ciascun fattore. Ad esempio, la probabilità che un'arma sia presente sia presente sul luogo del delitto la poniamo pari al 70% (0.7) e la sua assenza al 30% (0.3). Più complessa è la definizione della tabella di probabilità per la colpevolezza, che considera tutte le possibili combinazioni dei fattori di prova. Tutte queste tabelle sono aggiunte al modello di Rete Bayesiana. Infine, verifichiamo se il modello è definito correttamente e stampiamo tutte le distribuzioni di probabilità.

La logica chiave in questo codice è come esso rappresenta le relazioni tra diversi elementi di prova e la colpevolezza. Ad esempio, la presenza di un'arma, un movente e la mancanza di un alibi aumenterebbero la probabilità di colpevolezza, mentre la loro assenza la diminuirebbe. Questo è riflesso nella tabella di probabilità per 'Colpevolezza', che considera tutte le possibili combinazioni di prove:

Arma	Motive	Alibi	P(Non Colpevole)	P(Colpevole)
0	0	0	0.1	0.9
0	0	1	0.2	0.8
0	1	0	0.3	0.7
0	1	1	0.4	0.6
1	0	0	0.5	0.5
1	0	1	0.6	0.4
1	1	0	0.7	0.3

Arma	Motive	Alibi	P(Non Colpevole)	P(Colpevole)
1	1	1	0.8	0.2

In questa tabella:

0 rappresenta l'assenza (di arma, movente o alibi) 1 rappresenta la presenza Le ultime due colonne mostrano le probabilità di non colpevolezza e colpevolezza per ogni combinazione di evidenze

Questa Rete Bayesiana può essere utilizzata per calcolare la probabilità di colpevolezza dato uno scenario di prove, aiutando gli investigatori a quantificare e ragionare sull'incertezza nei casi criminali.

```
from pgmpy.models import BayesianNetwork
from pgmpy.factors.discrete import TabularCPD

# Definizione del modello
model = BayesianNetwork([('Arma', 'Colpevolezza'),
                        ('Motive', 'Colpevolezza'),
                        ('Alibi', 'Colpevolezza')])

# Definizione delle probabilità condizionate
cpd_arma = TabularCPD(variable='Arma', variable_card=2,
                      values=[[0.7], [0.3]])
cpd_Motive = TabularCPD(variable='Motive', variable_card=2,
                       values=[[0.6], [0.4]])
cpd_alibi = TabularCPD(variable='Alibi', variable_card=2,
                      values=[[0.5], [0.5]])
cpd_colpevolezza = TabularCPD(variable='Colpevolezza', variable_card=2,
                              values=[[0.9, 0.7, 0.6, 0.4, 0.6, 0.4, 0.3, 0.1],
                                      [0.1, 0.3, 0.4, 0.6, 0.4, 0.6, 0.7, 0.9]],
                              evidence=['Arma', 'Motive', 'Alibi'],
                              evidence_card=[2, 2, 2])
# cpd_colpevolezza = TabularCPD(variable='Colpevolezza', variable_card=2,
#                               values=[[0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8],
#                                       [0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2]],
#                               evidence=['Arma', 'Motive', 'Alibi'],
#                               evidence_card=[2, 2, 2])

# Aggiunta delle probabilità condizionate al modello
model.add_cpds(cpd_arma, cpd_Motive, cpd_alibi, cpd_colpevolezza)
```

```
# Verifica del modello
print("Il modello è corretto: ", model.check_model())

# Stampa del modello
for cpd in model.get_cpds():
    print("CPD di {variable}:".format(variable=cpd.variable))
    print(cpd)
```

Il modello è corretto: True

CPD di Arma:

```
+-----+-----+
| Arma(0) | 0.7 |
+-----+-----+
| Arma(1) | 0.3 |
+-----+-----+
```

CPD di Movente:

```
+-----+-----+
| Movente(0) | 0.6 |
+-----+-----+
| Movente(1) | 0.4 |
+-----+-----+
```

CPD di Alibi:

```
+-----+-----+
| Alibi(0) | 0.5 |
+-----+-----+
| Alibi(1) | 0.5 |
+-----+-----+
```

CPD di Colpevolezza:

```
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Arma          | Arma(0)   | ... | Arma(1)   | Arma(1)   |
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Movente       | Movente(0)| ... | Movente(1)| Movente(1)|
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Alibi         | Alibi(0)  | ... | Alibi(0)  | Alibi(1)  |
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Colpevolezza(0) | 0.9       | ... | 0.3       | 0.1       |
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Colpevolezza(1) | 0.1       | ... | 0.7       | 0.9       |
+-----+-----+-----+-----+-----+
```

```

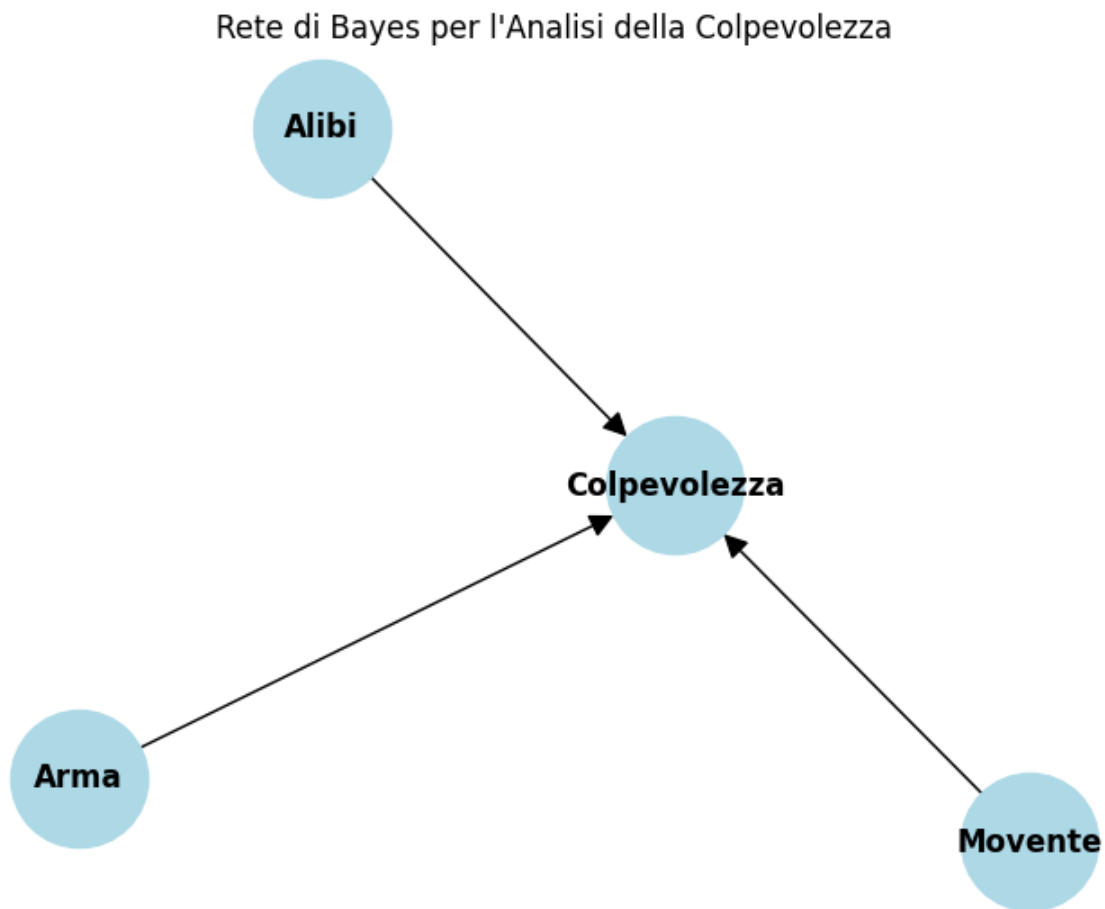
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt

# Assumendo che 'model' sia il tuo BayesianNetwork già definito
G = nx.DiGraph()
G.add_edges_from(model.edges())

pos = nx.spring_layout(G)
nx.draw(G, pos, with_labels=True, node_color='lightblue',
        node_size=3000, arrowsize=20, font_size=12, font_weight='bold')

plt.title("Rete di Bayes per l'Analisi della Colpevolezza")
plt.axis('off')
plt.show()

```



Infine, una volta costruita la rete di Bayes possiamo interrogarla per avere una stima della probabilità di un determinato evento. Qual è la probabilità che un indagato senza alibi, senza movente e in assenza di arma del delitto sia colpevole?

```
from pgmpy.inference import VariableElimination

# Creiamo un oggetto per l'inferenza
inference = VariableElimination(model)

# Definiamo l'evidenza per la situazione descritta
evidence = {
    'Alibi': 0, # 0 rappresenta l'assenza di alibi
    'Motive': 0, # 0 rappresenta l'assenza di motivo
    'Arma': 0 # 0 rappresenta che l'arma non è stata trovata
}

# Calcoliamo la probabilità di colpevolezza dato l'evidenza
result = inference.query(['Colpevolezza'], evidence=evidence)

# Stampiamo il risultato
print("Probabilità di colpevolezza:")
print(result.values)
```

Probabilità di colpevolezza:  
[0.9 0.1]

```
from pgmpy.inference import VariableElimination

# Creiamo un oggetto per l'inferenza
inference = VariableElimination(model)

# Definiamo l'evidenza per la situazione descritta
evidence = {
    'Alibi': 1, # 0 rappresenta l'assenza di alibi
    'Motive': 0, # 0 rappresenta l'assenza di motivo
    'Arma': 0 # 0 rappresenta che l'arma non è stata trovata
}

# Calcoliamo la probabilità di colpevolezza dato l'evidenza
result = inference.query(['Colpevolezza'], evidence=evidence)

# Stampiamo il risultato
```



```
print("Probabilità di colpevolezza:")  
print(result.values)
```

Probabilità di colpevolezza:  
[0.7 0.3]