# Aula 04 - Parte 01 - Geometria Analítica

Álgebra Linear e Teoria da Informação

Prof. Tiago Tavares

# O Que é uma Base?

Uma **base** é o conjunto de vetores de referência que usamos para definir um espaço. É o nosso "sistema de coordenadas".

$$\boldsymbol{e_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{(Vermelho)}, \quad \boldsymbol{e_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{(Verde)}, \quad \boldsymbol{e_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{(Azul)}$$

Qualquer cor é uma formada por esses vetores-base:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ x_g \\ x_b \end{bmatrix} = x_r e_1 + x_g e_2 + x_b e_3$$

# Pixels: uma núvem no espaço de cores

No sistema **RGB**, cada cor é um vetor de 3 dimensões que indica a intensidade de Vermelho, Verde e Azul: $\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$.

Uma imagem inteira pode ser "achatada" em uma grande matriz, onde cada coluna é o vetor de cor de um pixel.

```
# Uma imagem de 427x640 pixels se torna...
altura, largura, cores = image.shape

# ...uma matriz com 3 linhas (R, G, B) e 273.280 colunas (pixels)
X = image.reshape(altura*largura, cores).T
```

# Transformando Cores com Matrizes

Podemos alterar todas as cores de uma imagem de uma só vez aplicando uma **transformação linear**, que nada mais é do que uma multiplicação matricial:

$$\boldsymbol{X'} = \boldsymbol{AX}$$

**Exemplo:** Reduzir as componentes Vermelho e Verde pela metade.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(ou seja: uma *contração* no espaço de cores!)

# Mudando a Base: O Espaço YIQ

Existem outras bases para descrever cores. O sistema **YIQ**, usado em TVs analógicas, descreve a cor em termos de:

- **Y (Luma):** O brilho do pixel (sua intensidade em preto e branco).
- **I e Q (Crominância):** A informação de cor.

A conversão de um pixel RGB para YIQ é uma **mudança de base**, realizada por uma multiplicação matricial:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.144 \\ 0.5959 & -0.2746 & -0.3213 \\ 0.2115 & -0.5227 & 0.3112 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de Transformação}} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

# Por Que Mudar de Base?

Algumas operações se tornam muito mais simples em uma base diferente.

**Problema:** Converter uma imagem colorida para escala de cinza.

- **Na base RGB:** É uma operação complexa.
- **Na base YIQ:** Um pouco mais fácil: removemos as componentes $I$ e $Q$ multiplicando-as por zero:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# A Jornada Completa: Ida e Volta

Para manipular a imagem e visualizá-la, seguimos três passos:

1. **Mudar para a base YIQ:** $\boldsymbol{Y_{yiq} = AX_{rgb}}$
2. **Aplicar a transformação (escala de cinza):** $\boldsymbol{Y'_{yiq} = RY_{yiq}}$
3. **Voltar para a base RGB (usando a inversa):** $\boldsymbol{X'_{rgb} = A^{-1}Y'_{yiq}}$

# Composição de Matrizes

Podemos combinar essa sequência de três operações em uma **única matriz de transformação M**.

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}$$

Agora, a transformação inteira é feita com uma única multiplicação:

$$\boldsymbol{X}'_{rgb} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{X}_{rgb}$$

Isso permite criar filtros e efeitos complexos, aplicados de forma mais eficiente!

# Hora da chamada!

Hoje estamos na Aula 04, Parte 01!

*O gabarito está disponível. Se você olhar o gabarito antes de resolver o exercício, não adianta fazer o exercício! Então, só olhe depois que tiver uma solução que você realmente acredita que está correta!*