

数字逻辑整理



作者

日期

潜伏

2025-12-02

数制与编码

有权码

- 5421BCD 码：就是用四位 10 数表示 0-9，5421 是每一位对应的权重,因为是表示 0-9，所以 1110 以后的码都是无效码
- 8421BCD 码：就是用四位 10 数表示 0-9，8421 是每一位对应的权重,因为是表示 0-9，所以 1010 以后的码都是无效码

无权码

- 余三码：就是把十位进制下的数每一个加三，然后转换成对应的二进制代码/余三码 =8421 码+0011，例如 $73 \Rightarrow (10)(6) \Rightarrow (1010)(0110)$
- 格雷码：格雷码转换二进制代码是把最高位保留，然后拿最高位与次位异或，异或的结果作为次位，同时结果再和下一位异或

反函数与对偶函数

- 反函数：直接把表达式取反即可
- 对偶函数：将表达式中的与运算替换为或运算，或运算替换为与运算
 - 不能改变运算顺序， $F = AB + C \Rightarrow F' = (A + B) \cdot C$
 - 长非号下的算式，长非号不动，直接变换或与即可， $F = \overline{AB} \Rightarrow F' = \overline{A + B}$

进制转换

- b<=>h 四位二进制代码对应一位十六进制代码，前方不足补 0，将位数补齐到被 4 整除
- b<=>o 三位二进制代码对应一位八进制代码，前方不足补 0，将位数补齐到被 3 整除

布尔代数

最小项和最大项

- **最小项:** 在 n 变量的布尔函数中, 包含 n 个变量且每个变量只出现一次的与项叫做该函数的一个最小项, 记作 m_i , 其中 i 为该最小项所对应的二进制数转换成的十进制数。同时, 最小项的代号中, A 表示 ‘1’, \bar{A} 表示 ‘0’, 例如 $m_5 = A \overline{B}C = 101$
- **最大项:** 在 n 变量的布尔函数中, 包含 n 个变量且每个变量只出现一次的或项叫做该函数的一个最大项, 记作 M_i , 其中 i 为该最大项所对应的二进制数转换成的十进制数。同时, 最大项的代号中, A 表示 ‘0’, \bar{A} 表示 ‘1’, 例如 $M_5 = \bar{A} + B + \overline{C} = 010$

公式化简

记住几个化简主要公式即可:

- $A + AB = A, A(A + B) = A$
- $A + BC = (A + B)(A + C), A(B + C) = AB + AC$
- $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$
- $B\bar{C} + \bar{B}C = B \oplus C \quad BC + \bar{B} \bar{C} = B \odot C$

布尔代数的应用

- **逻辑函数的标准形式:** 将逻辑函数表示为所有变量的最小项之和 (SOP) 或最大项之积 (POS) 的形式
- **逻辑函数的化简:** 通过应用布尔代数定律和定理, 简化逻辑函数以减少所需的逻辑门数量
- **逻辑电路的设计:** 使用布尔代数来设计和分析组合逻辑电路

卡诺图

化简口诀

- **画图:** 根据函数的真值表或最小项/最大项列表绘制卡诺图
- **包圈:** 将相邻的 1 进行包围, 画成的圈只能有 2^n 个 1, 同时形成尽可能大的矩形区域, 其中化简的时候要注意“穿墙”状态, 和四个角也可以形成一个圈
- **相同的保留, 不同的消去,** 例如 AB 对应两个标号 “11” 和 “10”, 化简出来 B 被消去, A 保留为正, 如此写出化简表达式

组合电路

多路选择器和译码器

- **多路选择器:** 根据选择输入的值, 从多个数据输入中选择一个数据输出。例如, 4-1 多路选择器有 4 个数据输入、2 个选择输入和 1 个数据输出。
- **3-8 译码器:** 将 3 位二进制输入转换为 8 个输出中的一个。例如, 输入 000 时, 输出 Y_0 为高电平, 其他输出为低电平, 输入 010 时, 输出 Y_2 为高电平, 其他输出为低电平。

编码器

- **普通编码器:** 作用与译码器相反, 将多个输入信号编码为较少的输出信号。例如, 8-3 编码器有 8 个输入和 3 个输出, 当某个输入为高电平时, 输出对应的二进制代码。

- 优先编码器：普通编码器不能接受多个输入同时为高电平的情况，而优先编码器可以处理这种情况，并且输出最高优先级的输入对应的二进制代码。

组合元器件的 verilog 实现

时序逻辑元件

锁存器

锁存器是根据电平触发，即当使能信号为高电平时，锁存器的状态可以改变；当使能信号为低电平时，锁存器保持其当前状态。所以在一个周期内会产生多次变化，即空翻现象。

- SR 锁存器：次态方程 $Q_{n+1} = S + \overline{R}Q_n$ ($SR = 0$ 约束条件)

边沿触发器

- 边沿 SR 触发器 $Q_{n+1} = S + \overline{R}Q_n, SR = 0$
- 边沿 D 触发器 $Q_{n+1} = D$
- 边沿 JK 触发器 $Q_{n+1} = J\overline{Q}_n + \overline{K}Q_n$
- T 触发器 $Q_{n+1} = T \oplus Q_n$
- T' 触发器 $Q_{n+1} = \overline{T} \oplus Q_n$

寄存器

- 基本寄存器：用于存储数据的基本单元，通常由多个触发器组成，每个触发器存储一位数据。
- 移位寄存器：能够将数据按位移动的寄存器，可以实现数据的串行输入和输出。

计数器

- 环形计数器：每次把移位寄存器最后一位的输出反馈到第一位上，一共只有 n 个状态
- 扭环形计数器：将移位寄存器最后一位取反后输出到第一位输入端，一共有 $2n$ 个状态

时序电路设计

设计方案

1. 状态转换图和初始状态表
2. 状态化简 相同输入下，现态和次态均相同的状态可以合并
3. 状态分配（有三个经验法则）
 1. 相同次态对应的现态应该给相同编码
 2. 同一现态在不同输入下对应的次态应该给予相同编码
 3. 给定输入下，输出完全相同，现态编码应该相邻
4. 真值表
5. 画出卡诺图化简
6. 说明是否可以自启动

中规模芯片设计时序电路

常用芯片

下面这两种芯片的主要功能差异时间控制方式不同，前者是异步清零，后者是同步清零，会在清零法上面存在差别。

74LS160/161

4位同步计数器，具有异步清零 CLR_n 、同步并行置数 $LOAD_n$ ，使能端 ENP , ENT 。

CLR_n	$LOAD_n$	ENP	ENT	功能
0	X	X	X	异步清零， $Q_3Q_2Q_1Q_0 \leftarrow 0000$ （与时钟无关）
1	0	X	X	下一个时钟上升沿并行置数： $Q \leftarrow D_3D_2D_1D_0$
1	1	1	1	下一个时钟上升沿加 1：160 为十进制计数 0~9 循环，161 为二进制计数 0~15 循环
1	1	0	X	保持不变
1	1	X	0	保持不变

表 1 74LS160/161 功能表

74LS162/163

CLR_n	$LOAD_n$	ENP	ENT	在时钟上升沿的功能
1	0	X	X	$Q \leftarrow D_3D_2D_1D_0$ （优先级最高）
0	1	X	X	$Q_3Q_2Q_1Q_0 \leftarrow 0000$
1	1	1	1	162 为十进制计数，163 为十六进制计数
1	1	0	X	保持不变
1	1	X	0	保持不变

表 2 74LS162/163 功能表

置数法与清零法

清零法有两种方式：

- 异步清零法：通过异步清零端口将计数器清零，无需等待时钟沿，即可清零，设计 M 计数器时，需要 M+1 个状态 第 M+1 个状态会短暂存在，
- 同步清零法：通过同步清零端口将计数器清零，满足清零条件后还需要等待时钟沿才可以触发清零，设计 M 计数器时，需要 M 个状态

序列信号发生器的设计

D 触发器设计

例如 110100 序列信号发生器的设计：

画出状态转换图 $S_0 \ Y = 1 \rightarrow S_1 \ Y = 1 \rightarrow S_2 \ Y = 0 \rightarrow S_3 \ Y = 1 \rightarrow S_4 \ Y = 0 \rightarrow S_5 \ Y = 0 \rightarrow S_0 \ Y = 1$

Moore 状态图，就可以列出 D 触发器关于 $Q_2Q_1Q_0$ 的真值表

计数器+数据选择器

例如设计 110100 序列信号发生器：

将计数器设置为 6 进制计数器，数据选择器的 $I_0I_1I_2I_3I_4I_5 = 110100$, 将选择器的输入选择信号连接到 $Q_AQ_BQ_C, Q_AQ_BQ_C$ 变化的时候就会输出序列。

555 定时器

功能与状态表

R'_D	V_{I_1}	V_{I_2}	V_o	T_D
0	X	X	0	导通
1	$> \frac{2}{3}V_{cc}$	$> \frac{1}{3}V_{cc}$	0	导通
1	$< \frac{2}{3}V_{cc}$	$> \frac{1}{3}V_{cc}$	不变	不变
1	$< \frac{1}{3}V_{cc}$	$< \frac{1}{3}V_{cc}$	1	截止
1	$> \frac{1}{3}V_{cc}$	$< \frac{1}{3}V_{cc}$	1	截止

表 3 555 定时器功能表

口诀：都大为 0，都下为 1，一小一大是保持

周期的计算

$$\text{脉冲周期 } T = T_1 + T_2$$

$$\text{占空比} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$T_1 = (R_1 + R_2)C \ln\left(\frac{V_{cc}-V_{T^-}}{V_{cc}-V_{T^+}}\right)$$

$$T_2 = R_2 C \ln\left(\frac{0-V_{T^+}}{0-V_{T^-}}\right)$$

在 5 脚没有外界电压 V_{CO} 的情况下， $V_{T^+} = \frac{2}{3}V_{cc}$, $V_{T^-} = \frac{1}{3}V_{cc}$, 如果接了外界电压 V_{CO} 则 $V_{T^+} = V_{CO}$ $V_{T^-} = \frac{1}{2}V_{CO}$.