

光须 Light Whiskers

rich队：刘欣嵘、陈奥、雒润嘉、殷瑞琪

一、题目概述

When a laser beam enters a soap film at a small angle, a rapidly changing pattern of thin, branching light tracks may appear inside the film. Explain and investigate this phenomenon.

当一束激光以小角度照射肥皂膜时，薄膜内部可能出现由细的、分岔的光轨迹构成的快速变化的图案。解释并探究此现象。

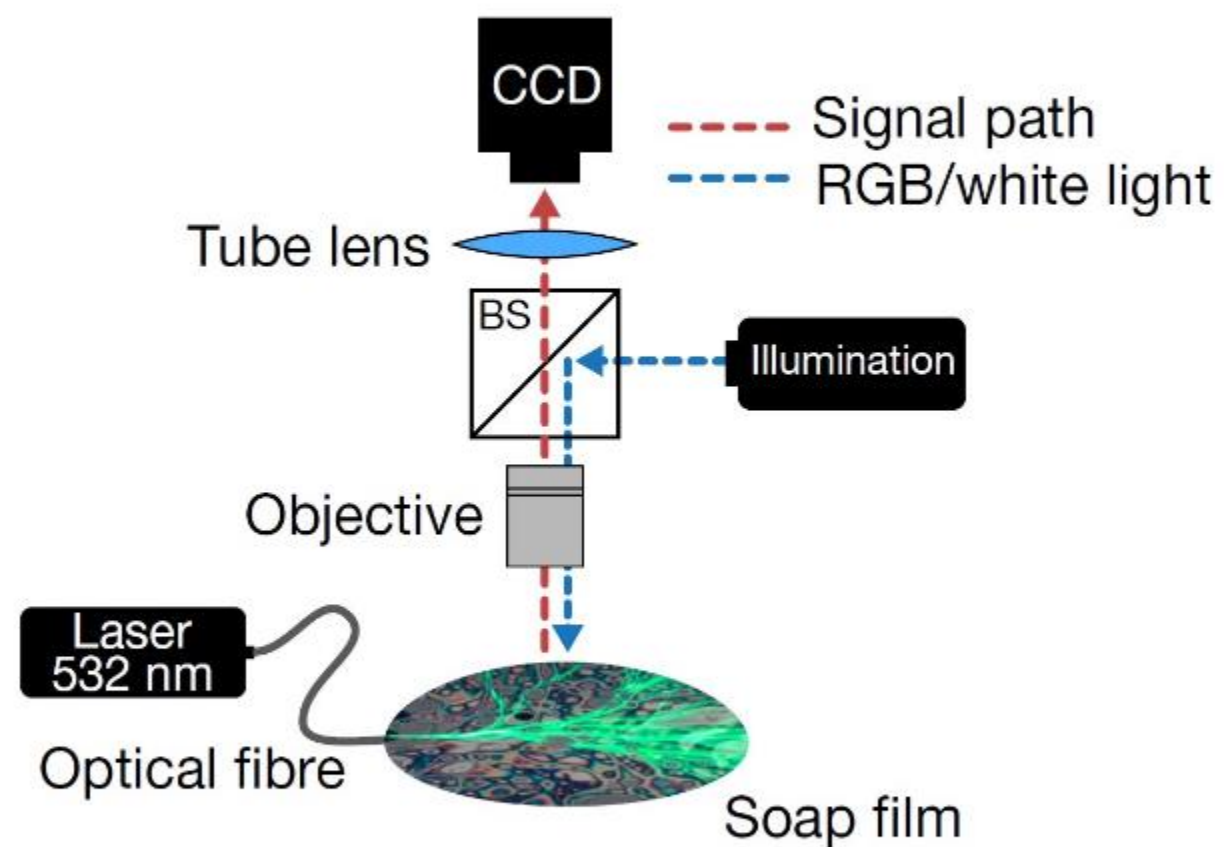
二、查找资料与解读

Nature原论文: Patsyk, A., Sivan, U., Segev, M. et al. Observation of branched flow of light. Nature 583, 60–65 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2376-8>

实验细节: [Supplementary Information](#) (This file contains Supplementary Text and Data, including Supplementary Figures 1-13.)

薄膜构成一个法布里-珀罗(Fabry-perot)干涉仪

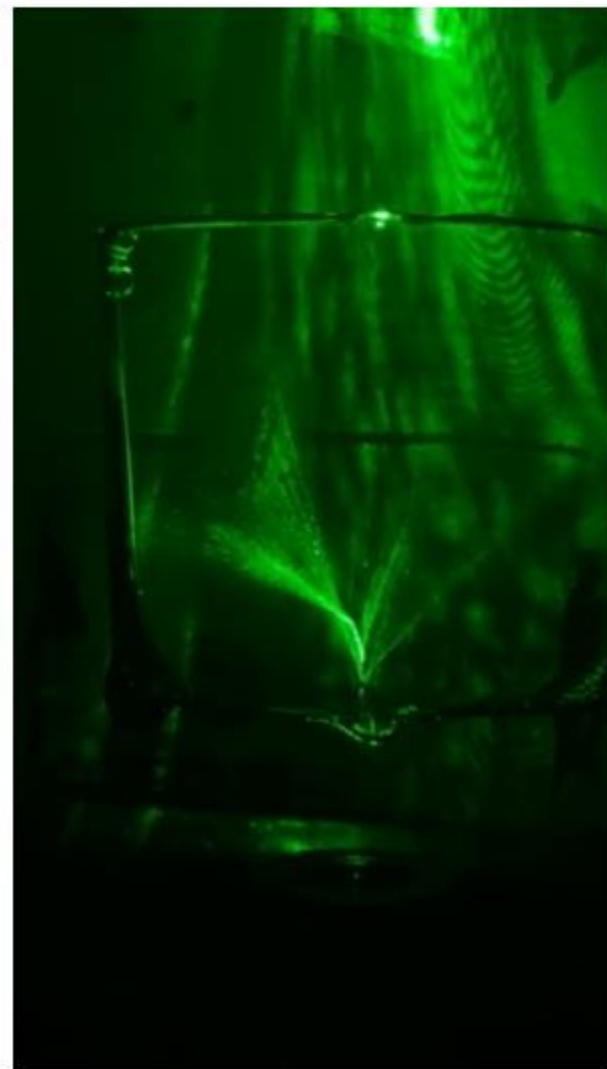
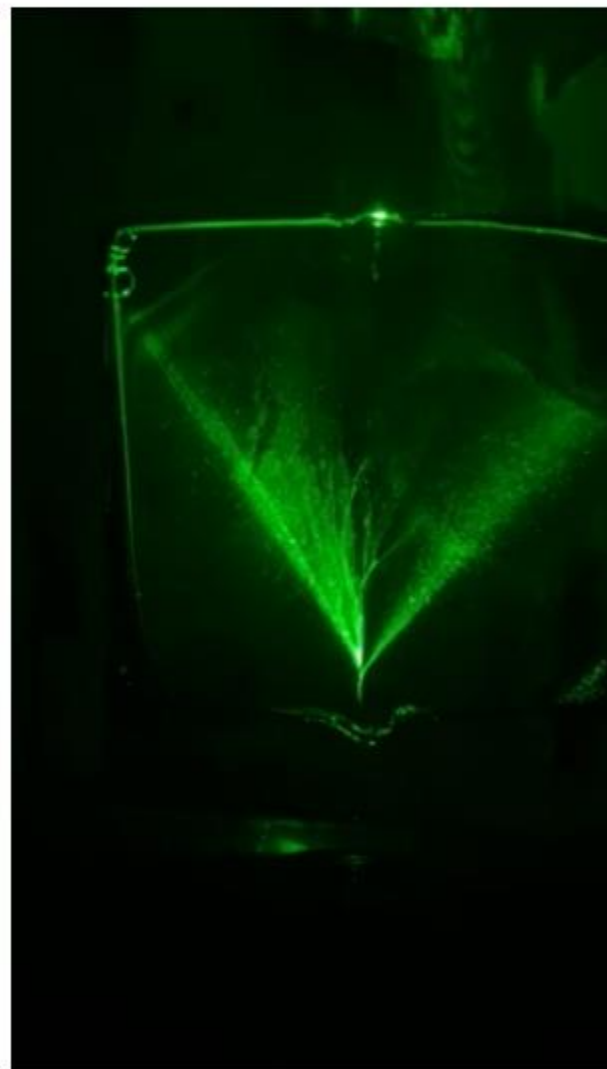
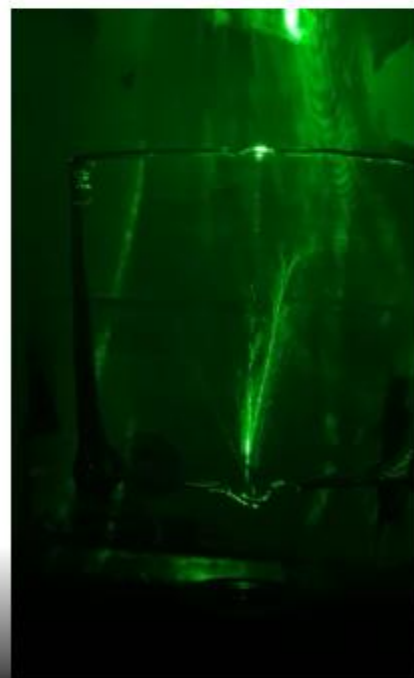
用CCD测量 $\frac{I_r}{I_0}$ 和 λ 的分布即可得到高度 h 的分布



三、实验

预实验:

用漆包线弯成5 cm \times 5 cm的线框承载洗洁精膜，绿色激光入射时从上方可见光须。

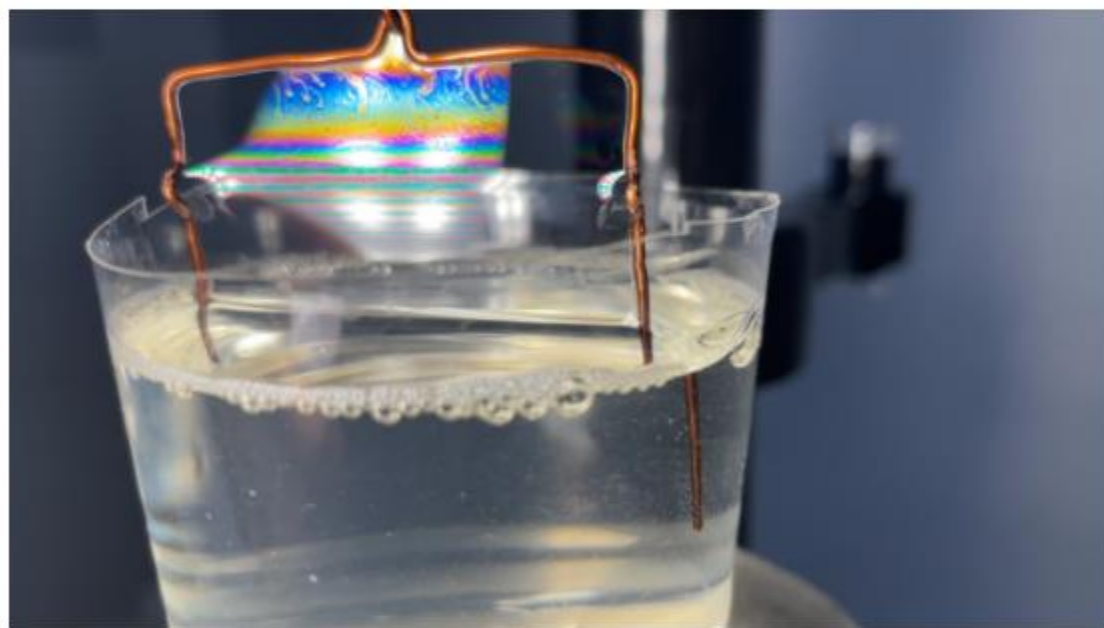


正式实验：

1. 肥皂液的选取：预实验中，发现溶液中的杂质会导致强烈的散射，因此考虑仅用表面活性剂和纯水配置溶液，但同时又会带来薄膜维持时间缩短的问题，有待进一步研究。
2. 我们通过两组实验对薄膜的白光干涉和光须进行了拍摄，以分析光须形成的原理。

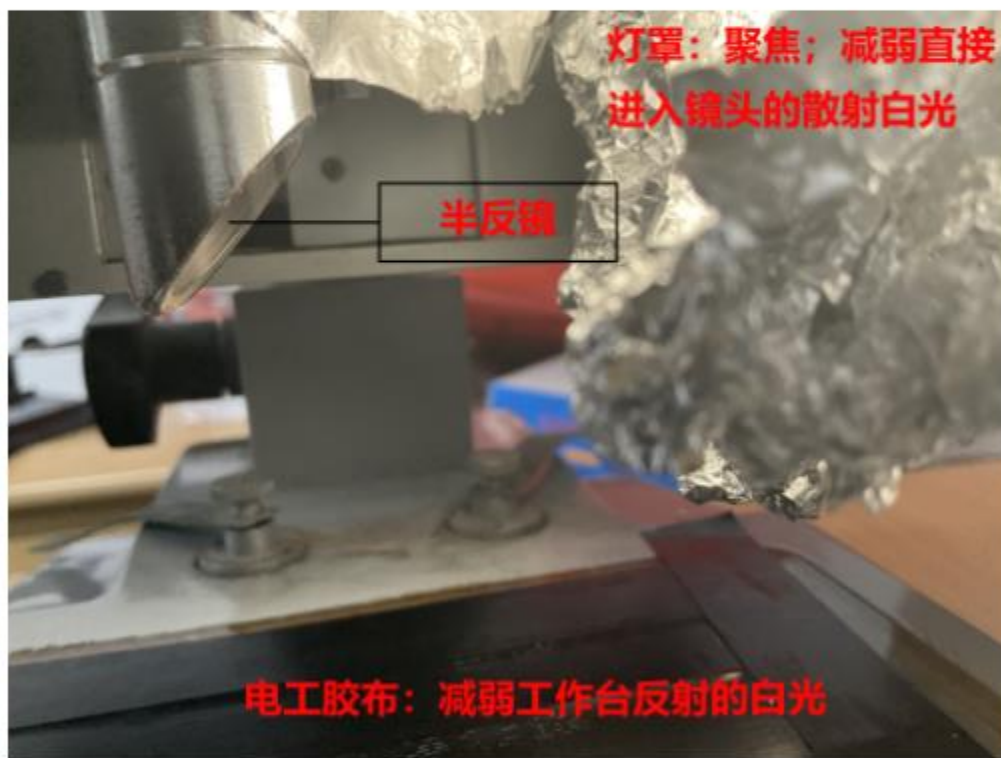
装置一

利用焦利氏秤拉出薄膜拍摄白光干涉条纹与光须



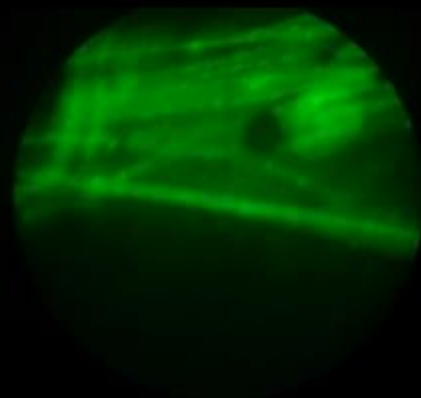
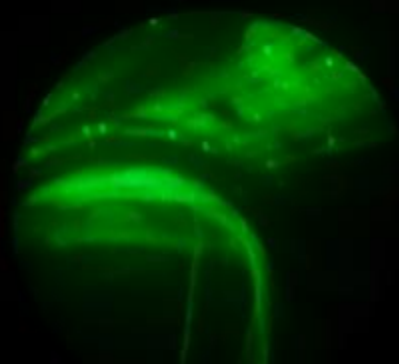
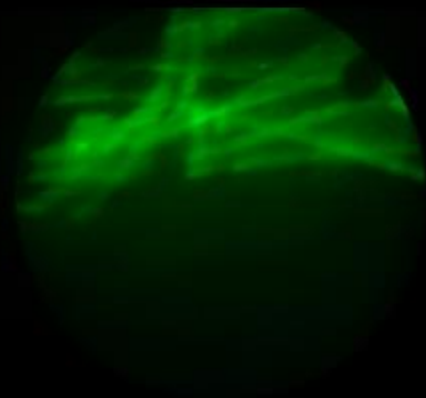
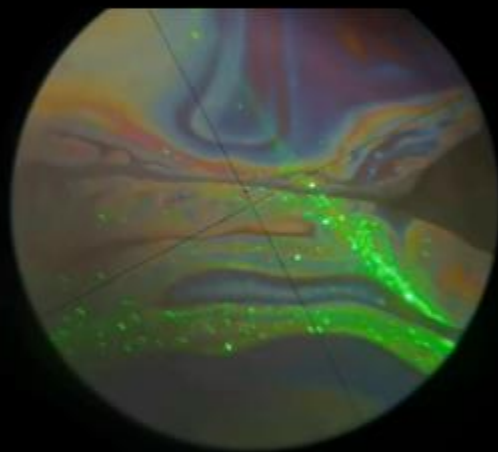
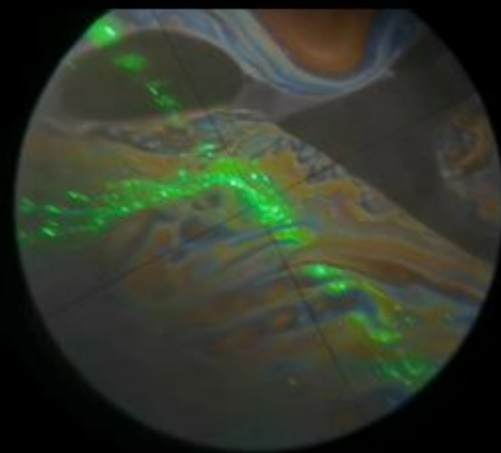
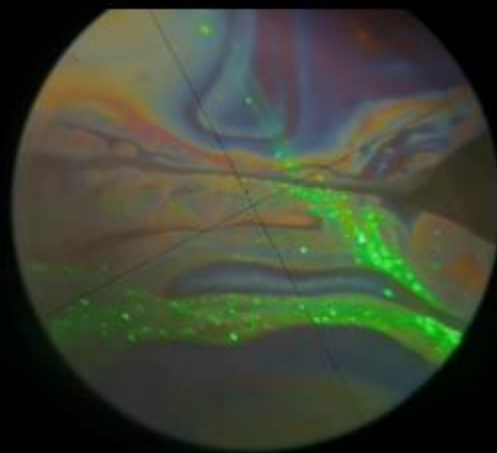
装置二

利用读数显微镜同时观察光须和干涉条纹.

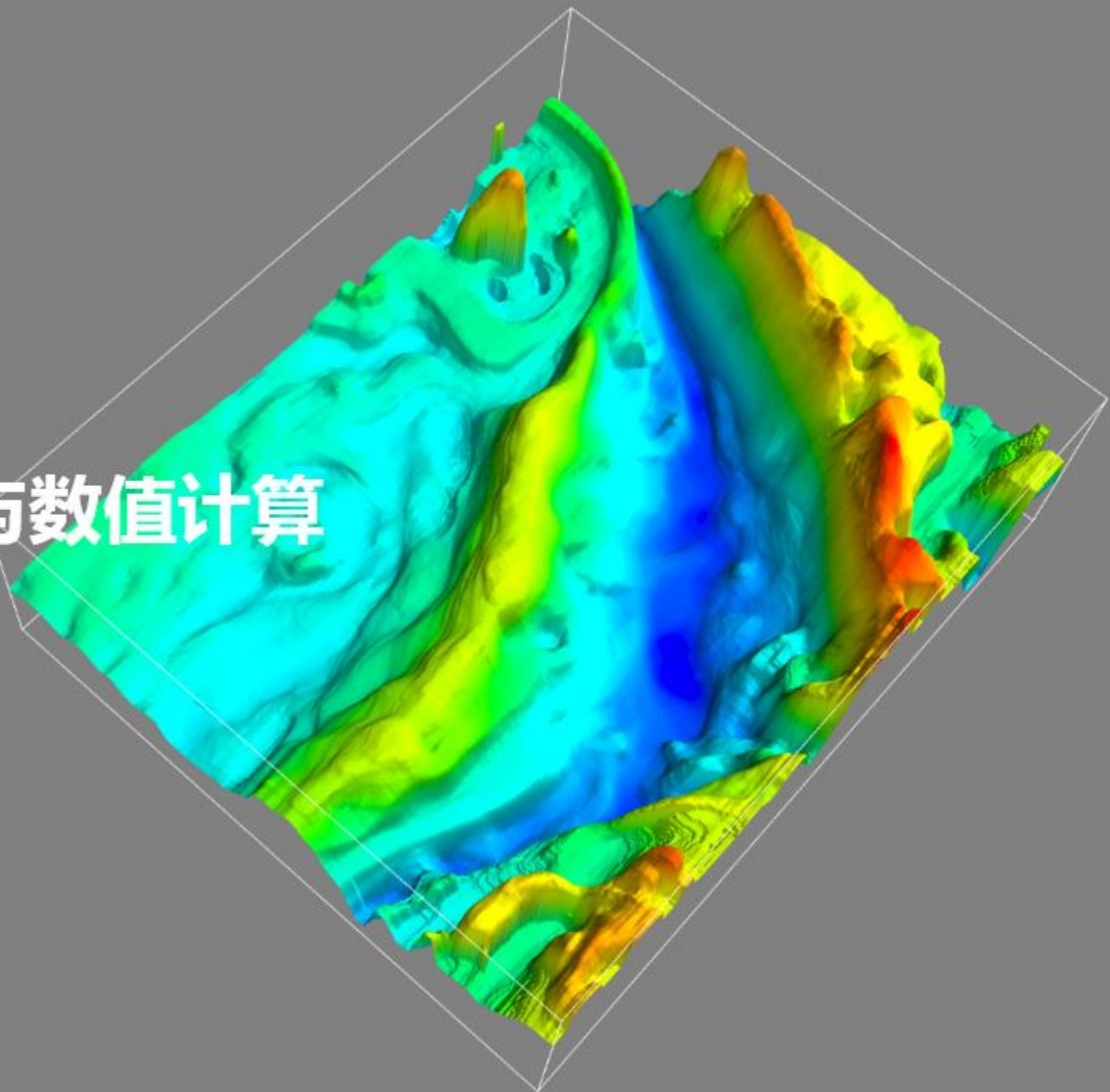


实验结果

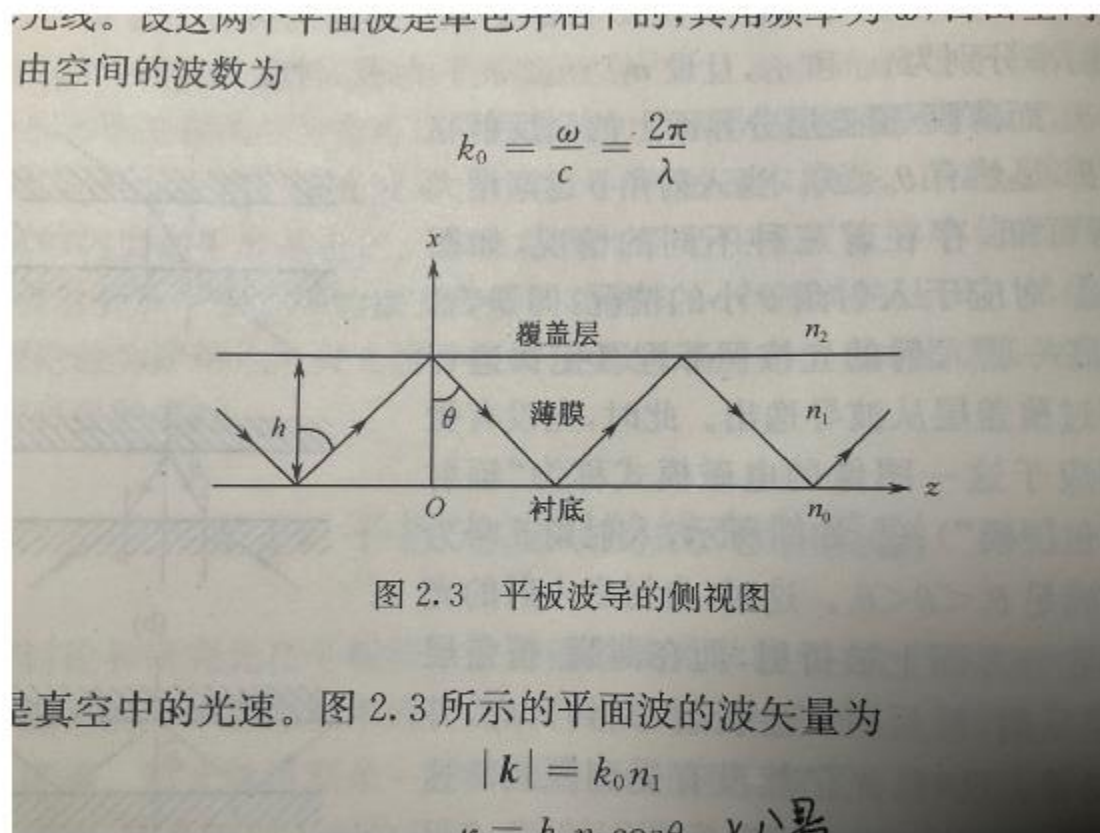




四、理论与数值计算



厚度与折射率的关系 [2]



(在光须实验中, $n_2 = n_0$)

定义沿薄膜平面的有效折射率 (模折射率/模指数) :

$$N = \frac{k_z}{k_0} = n_1 \sin \theta$$

为了让两个方向的光波相干加强，那么从衬底出发的光线在经覆盖层反射回衬底时的相位变化必须等于 $m \cdot 2\pi$ ，因此：

$$2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0} \cos \theta \cdot n_1 \cdot h - 2\phi_{12} - 2\phi_{10} = m \cdot 2\pi$$

注释：

1. $-2\phi_{12}$ ：薄膜-覆盖层分界面上的全反射相移
2. $-2\phi_{10}$ ：薄膜-衬底分界面上的全反射相移
3. 实验中 $\phi_{12} = \phi_{10}$ ，绿光 $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$
4. 上式称为平板波导的【模式本征方程/色散方程】
5. 也可通过麦克斯韦方程组及边界条件得到

以TE入射波 (\vec{E} 垂直于波阵面法线和分界面法线构成的入射面) 为例得到:

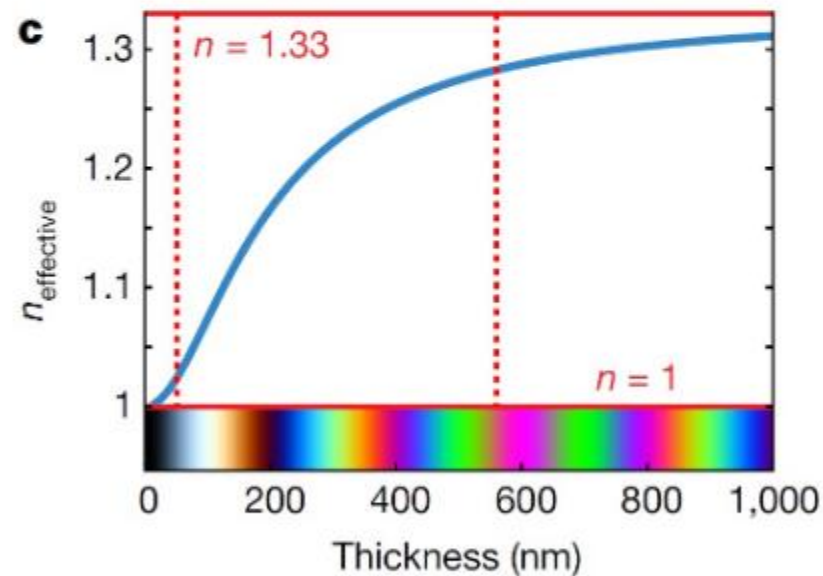
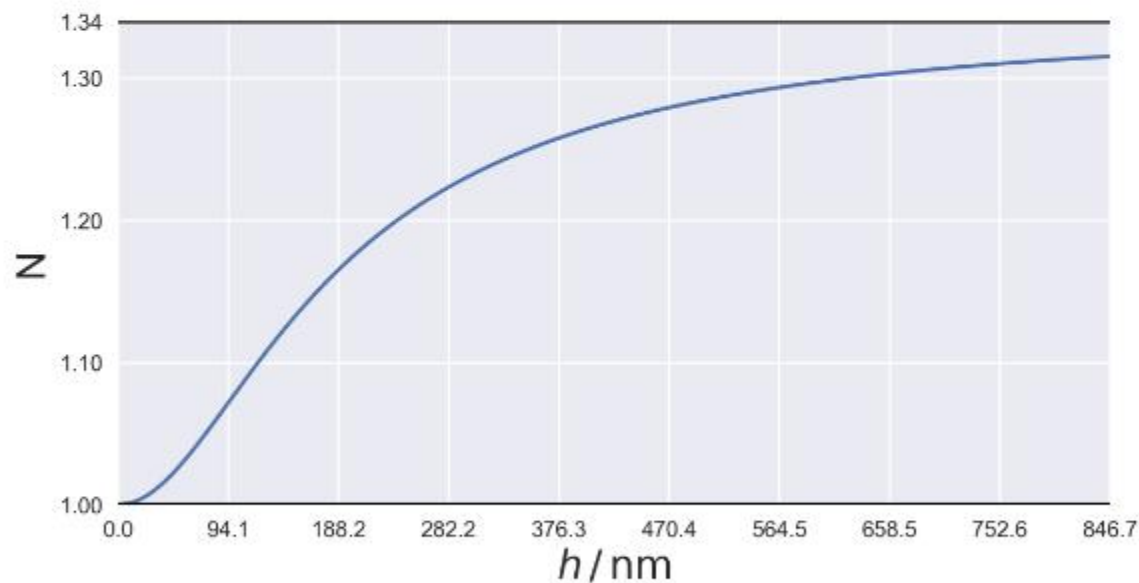
$$\frac{2\pi h}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - N^2} = m\pi + 2 \arctan \sqrt{\frac{N^2 - n_0^2}{n_1^2 - N^2}}$$

实际情况要求 $N(h=0) = n_0 = 1$, 则 $m = 0$:

$$\frac{\pi h}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - N^2} = \arctan \sqrt{\frac{N^2 - n_0^2}{n_1^2 - N^2}}$$

上述计算与原论文的比较

($n_0 = 1$, 阿贝折射仪测得溶液折射率 $n_1 = 1.34$)



另一方面：白光垂直入射薄膜表面发生干涉时：

$$2n_1h + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

由于一般肥皂薄膜的厚度在一个波长范围内变化^[1], m 取1得：

$$h = \frac{\lambda}{4n_1} (\lambda : 380 - 780 \text{ nm})$$

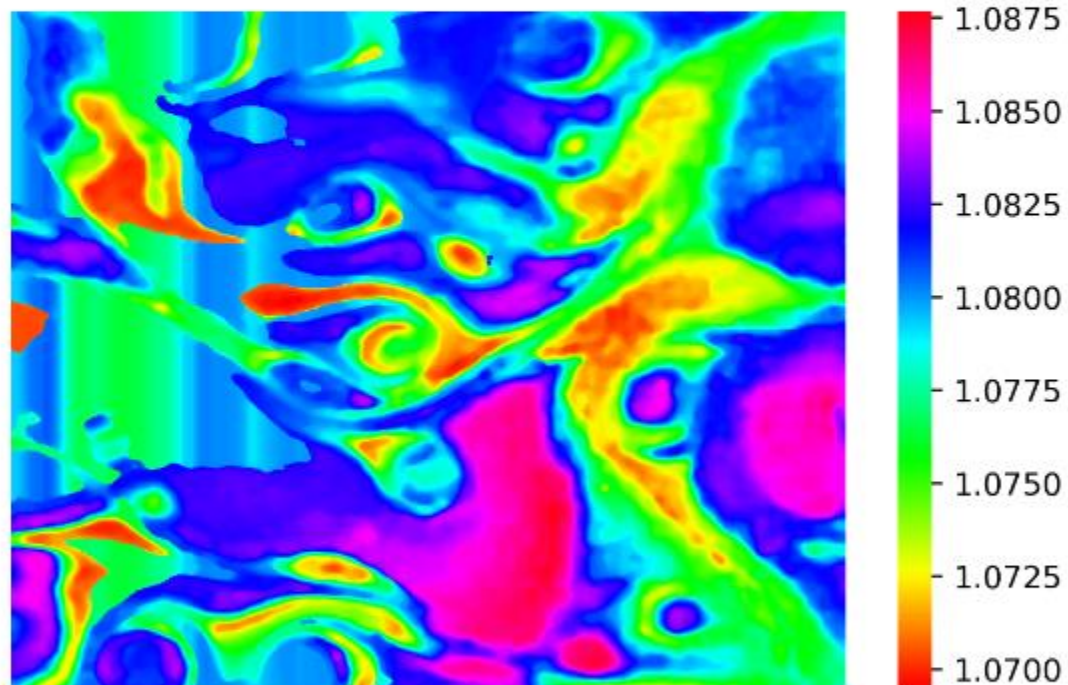
代入 $N - h$ 关系式有：

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} \frac{\pi}{4n_1} \sqrt{n_1^2 - N^2} = \arctan \sqrt{\frac{N^2 - n_0^2}{n_1^2 - N^2}}$$

其中 λ 为白光干涉条纹对应的波长，由波长 λ 的分布可以得到有效折射率 N 的分布。

示例（照片经过后期处理并忽略相机的光谱敏感函数）：

RGB分布 \rightarrow 波长 λ 分布^[4] \rightarrow 厚度 h 分布 \rightarrow 折射率 N 分布



利用费马原理计算光须路径^[2]

设轨迹的参数方程为

$$\begin{cases} x(s) \\ y(s) \end{cases}$$

其中 s 为弧长.

折射率分布为

$$n(x, y)$$

则拉格朗日量为:

$$\mathcal{L} = n(x(s), y(s)) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

记:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ y_1 = y \\ y_2 = \dot{y} \end{cases}$$

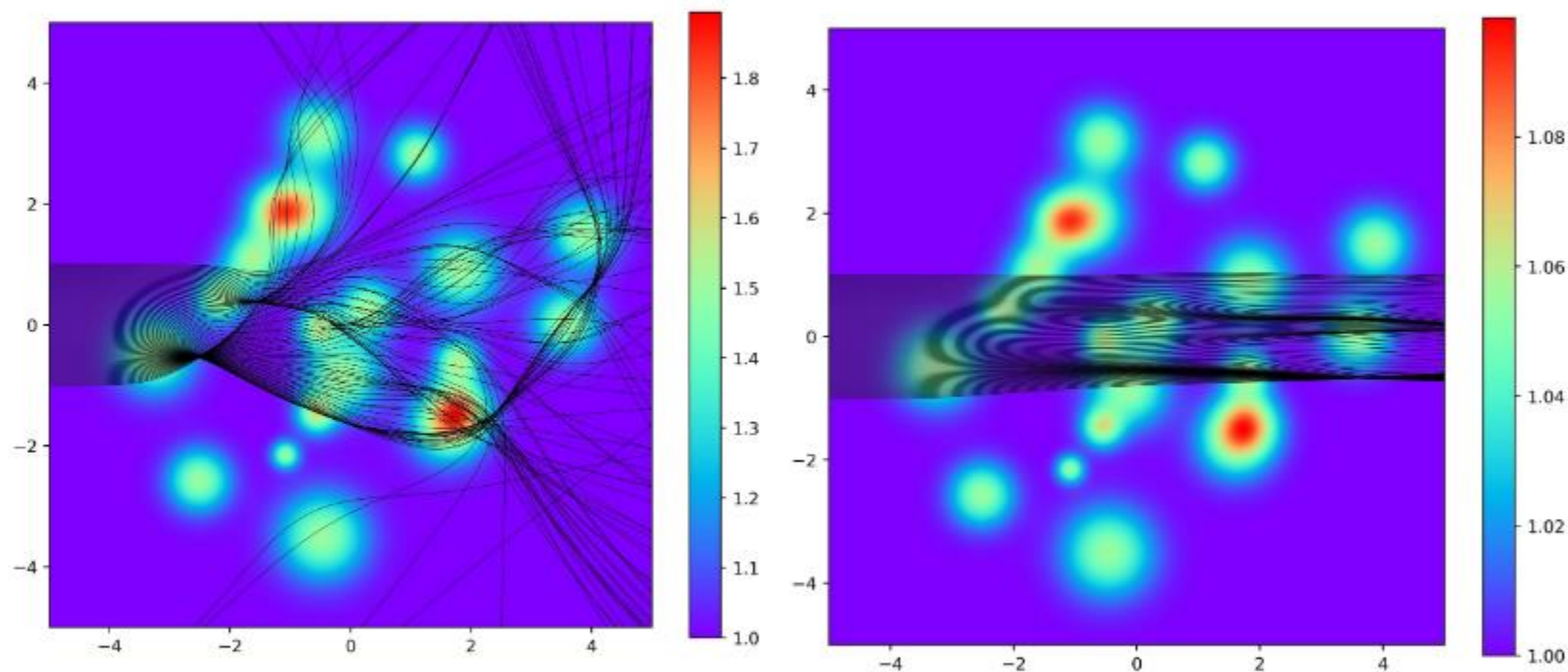
由拉格朗日方程:

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{d}{ds} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

得运动方程为（方便编程计算）：

$$\frac{d}{ds} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x_1} (x_2^2 + y_2^2) + \frac{x_2^2}{x_2^2 + y_2^2} - \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial n}{\partial y_1} y_2 \right) x_2 \\ y_2 \\ \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y_1} (x_2^2 + y_2^2) + \frac{y_2^2}{x_2^2 + y_2^2} - \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial n}{\partial y_1} y_2 \right) y_2 \end{bmatrix}$$

两个数值计算的例子（折射率分布由高斯函数生成）



当折射率分布越不均匀时，对光的偏折作用越强

五、进一步实验与探究

1. “一般肥皂薄膜的厚度在一个波长范围内变化^[1]”在实验中不一定严格成立，需要寻找新的准确测量厚度的方法（模仿论文中的F-P干涉测量法？）
2. 使用平行光源照明，设置装置完全避免散射白光进入镜头
3. 使用CCD拍摄照片并考虑相机的光谱敏感函数
4. 溶液杂质影响观察光路，定量探究溶液的最佳配比

参考文献

- [1] Patsyk, A., Sivan, U., Segev, M. et al. Observation of branched flow of light. Nature 583, 60–65 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2376-8>
- [2] 《导波光学》 曹庄琪
- [3] Mattheakis M., Tsironis G.P. (2015) Extreme Waves and Branching Flows in Optical Media. In: Archilla J., Jiménez N., Sánchez-Morcillo V., García-Raffi L. (eds) Quodons in Mica. Springer Series in Materials Science, vol 221. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-21045-2_18
- [4] <https://blogs.mathworks.com/steve/2020/07/20/making-color-spectrum-plots-part-2/#d9600026-f34d-4711-9e13-49481ca1ebe7>